

# Лабораторный практикум по физике

Под редакцией А. С. Ахматова

Допущено Министерством высшего  
и среднего специального  
образования СССР в качестве  
учебного пособия для высших  
технических учебных заведений



Москва «Высшая школа» 1980

ББК 22.3

Л 12

УДК 53

А в т о р ы:

А. С. Ахматов, В. М. Андреевский, А. И. Кулаков,  
Е. И. Осмоловская, М. С. Островский, Л. В. Панова,  
В. А. Семснова, Т. И. Соломахо, Х. З. Усток, А. А. Шарц

Р е ц е н з е н т ы:

кафедра физики МИРЭА (зав. кафедрой — проф. А. А. Хомяков);  
д-р физ.-мат. наук, проф. Т. Я. Гораздовский

**Лабораторный практикум по физике: Учеб. пособие**  
Л 12 для студентов втузов/ Ахматов А. С., Андреевский В. М.,  
Кулаков А. И. и др.; Под ред. А. С. Ахматова. — М.:  
Высш. школа, 1980. — 360 с., ил.

В пер.: 95 к.

Пособие содержит 90 описаний лабораторных работ по всем разделам основного курса физики.

Практикум явился итогом многолетнего труда коллектива головной физической лаборатории Минвуза РСФСР при кафедре физики Московского станкоинструментального института. Все лабораторные работы опробованы в учебном процессе. Пособие предусматривает оснащение учебных физических лабораторий приборами и установками, в основном серийно выпускаемыми отечественной приборостроительной промышленностью.

*Предназначается для студентов втузов.*

Л  $\frac{22402-480}{001(01)-80}$  37—80

1704020000

53

ББК 22.3

Александр Сергеевич Ахматов,  
Владимир Михайлович Андреевский,  
Анатолий Иванович Кулаков и др.

**ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ ПО ФИЗИКЕ**

Зав редакцией литературы по физике и математике Е. С. Гридасова. Редактор издательства С. А. Крылов. Мл. редакторы С. А. Доровских, Н. П. Майкова. Художественный редактор М. Г. Мицкевич. Технический редактор З. В. Нуждина. Корректор Г. И. Кострикова.

ИБ № 2148

Изд. № ФМ-649. Сдано в набор 19 06 80. Подп. в печать 26 11 80. Формат 60×90<sup>1/16</sup>. Бум. тип № 2. Гарнитура литературная. Печать высокая. Объем 22,5 усл. печ. л. 24,18 уч.-изд. л. Тираж 40 000 экз. Зак. № 1353. Цена 95 коп.

Издательство «Высшая школа», Москва, К-51, Неглинная ул. д. 29/14. Ордена Октябрьской Революции, ордена Трудового Красного Знамени Ленинградское производственно-техническое объединение «Печатный Двор» имени А. М. Горького Союзполиграфпрома при Государственном комитете СССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли. 197136, Ленинград, П-136. Чкаловский просп., 15.

© Издательство «Высшая школа», 1980

# СОДЕРЖАНИЕ

|                                 |    |
|---------------------------------|----|
| Предисловие редактора . . . . . | 6  |
| Предисловие авторов . . . . .   | 8  |
| Введение . . . . .              | 10 |

## Часть I МЕХАНИКА

### Измерение основных механических величин

|                                                                                  |    |                                                                     |    |
|----------------------------------------------------------------------------------|----|---------------------------------------------------------------------|----|
| 1. Определение радиуса кривизны линзы . . . . .                                  | 16 | 4. Определение величины износа с помощью торсионных весов . . . . . | 26 |
| 2. Определение расстояний с помощью теодолита . . . . .                          | 19 | 5. Определение времени удара . . . . .                              | 28 |
| 3. Определение массы тела с помощью взвешивания на аналитических весах . . . . . | 21 | 6. Определение ускорения свободного падения . . . . .               | 31 |

### Изучение сил различной физической природы в механике (силы гравитации, трения и упругости)

|                                                                                     |    |                                                                                |    |
|-------------------------------------------------------------------------------------|----|--------------------------------------------------------------------------------|----|
| 7. Изучение явлений, сопутствующих упругой деформации . . . . .                     | 35 | 10. Определение сил внешнего трения методом наклонного маятника . . . . .      | 47 |
| 8. Определение модуля упругости различных материалов акустическим методом . . . . . | 39 | 11. Изучение внутреннего трения в воздухе с помощью крутильных весов . . . . . | 52 |
| 9. Определение гравитационной постоянной . . . . .                                  | 42 |                                                                                |    |

### Уравнение движения и законы сохранения

|                                                                          |    |                                                             |    |
|--------------------------------------------------------------------------|----|-------------------------------------------------------------|----|
| 12. Изучение законов динамики поступательного движения . . . . .         | 56 | 15. Изучение закона сохранения момента импульса . . . . .   | 70 |
| 13. Изучение динамики поступательного и вращательного движений . . . . . | 60 | 16. Изучение движения тела с переменной массой . . . . .    | 74 |
| 14. Изучение законов сохранения импульса и энергии при ударе . . . . .   | 65 | 17. Изучение движения тела в поле центральных сил . . . . . | 78 |

## Часть II МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА

### Основы молекулярно-кинетической теории

|                                                                                       |    |                                                                                                    |     |
|---------------------------------------------------------------------------------------|----|----------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 18. Изучение основных законов газового состояния на модели идеального газа . . . . .  | 82 | 22. Определение постоянной Авогадро методом Перрена . . . . .                                      | 94  |
| 19. Определение молярной газовой постоянной методом откачки. . . . .                  | 84 | 23. Определение средней длины свободного пробега и эффективного диаметра молекул воздуха . . . . . | 97  |
| 20. Изучение броуновского движения . . . . .                                          | 86 | 24. Определение коэффициента вязкости жидкости . . . . .                                           | 100 |
| 21. Изучение на механической модели распределения молекул газа по скоростям . . . . . | 91 | 25. Определение коэффициента теплопроводности металла . . . . .                                    | 106 |
|                                                                                       |    | 26. Определение температурного коэффициента линейного расширения металлов . . . . .                | 109 |

## Физические основы термодинамики

|                                                                    |     |                                                                                      |     |
|--------------------------------------------------------------------|-----|--------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 27. Определение удельной теплоемкости жидкости . . . . .           | 113 | 30. Определение изменения энтропии при нагревании и плавлении олова . . . . .        | 126 |
| 28. Определение удельной теплоемкости твердых тел. . . . .         | 115 | 31. Изучение термодинамики поверхностного натяжения . . . . .                        | 128 |
| 29. Определение удельных теплоемкостей газов и жидкостей . . . . . | 119 | 32. Определение поверхностного натяжения жидкости методом капиллярных волн . . . . . | 134 |

## Часть III

### ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И МАГНЕТИЗМ

#### Электростатика

|                                                                  |     |                                                                   |     |
|------------------------------------------------------------------|-----|-------------------------------------------------------------------|-----|
| 33. Измерение малых электрических зарядов методом Милликена. . . | 138 | 35. Определение разности потенциалов абсолютным методом . . . . . | 144 |
| 34. Моделирование электростатических полей . . . . .             | 140 | 36. Определение емкости конденсатора . . . . .                    | 146 |

#### Явления, возникающие при прохождении электрического тока в различных средах

|                                                                              |     |                                                                             |     |
|------------------------------------------------------------------------------|-----|-----------------------------------------------------------------------------|-----|
| 37. Экспериментальная проверка закона Ома. . . . .                           | 151 | 40. Изучение работы газонаполненной лампы . . . . .                         | 156 |
| 38. Изучение зависимости сопротивления металлов от температуры . . . . .     | 153 | 41. Изучение явления Пельтье . . . . .                                      | 159 |
| 39. Изучение зависимости сопротивления электролитов от температуры . . . . . | 155 | 42. Определение электродвижущей силы элемента методом компенсации . . . . . | 161 |

#### Вихревые электрические и магнитные поля

|                                                    |     |                                                      |     |
|----------------------------------------------------|-----|------------------------------------------------------|-----|
| 43. Изучение магнитного поля соленоида . . . . .   | 164 | 45. Определение индуктивности катушек . . . . .      | 168 |
| 44. Исследование магнитного поля катушек . . . . . | 165 | 46. Изучение вихревого электрического поля . . . . . | 169 |

## Часть IV

### КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

|                                                                              |     |                                                                           |     |
|------------------------------------------------------------------------------|-----|---------------------------------------------------------------------------|-----|
| 47. Изучение собственных колебаний систем с одной степенью свободы . . . . . | 177 | 50. Изучение автоколебаний . . . . .                                      | 191 |
| 48. Изучение связанных колебаний . . . . .                                   | 181 | 51. Гармонический анализ . . . . .                                        | 197 |
| 49. Изучение вынужденных колебаний . . . . .                                 | 186 | 52. Изучение колебаний в системах с распределенными параметрами . . . . . | 200 |
|                                                                              |     | 53. Изучение основных свойств волновых явлений . . . . .                  | 209 |
|                                                                              |     | 54. Эффект Доплера . . . . .                                              | 216 |

## Часть V

### ОПТИКА

#### Геометрическая оптика

|                                                                |     |                                                 |     |
|----------------------------------------------------------------|-----|-------------------------------------------------|-----|
| 55. Определение кардинальных точек оптических систем . . . . . | 219 | 57. Моделирование оптических систем. . . . .    | 229 |
| 56. Изучение аберраций линз . . . . .                          | 224 | 58. Фотометрирование источников света . . . . . | 235 |



## Волновые свойства света

|                                                                               |     |                                                                                        |     |
|-------------------------------------------------------------------------------|-----|----------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 59. Когерентность света . . . . .                                             | 238 | 64. Изучение дифракции Фраунгофера от двух щелей (на основе опыта Юнга) . . . . .      | 261 |
| 60. Изучение явления интерференции с помощью бипризмы Френеля . . . . .       | 245 | 65. Изучение прозрачной дифракционной решетки . . . . .                                | 264 |
| 61. Изучение интерференционной схемы колец Ньютона . . . . .                  | 249 | 66. Изучение отражательной дифракционной решетки . . . . .                             | 268 |
| 62. Изучение зависимости показателя преломления воздуха от давления . . . . . | 253 | 67. Применение дифракции Фраунгофера для определения диаметров мелких частиц . . . . . | 271 |
| 63. Изучение дифракции Фраунгофера от одной щели . . . . .                    | 257 |                                                                                        |     |

## Взаимодействие света с веществом

|                                                                                                 |     |                                                                               |     |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|-------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 68. Получение и исследование поляризованного света . . . . .                                    | 274 | 71. Изучение спектрального аппарата . . . . .                                 | 287 |
| 69. Определение концентрации сахара в растворе по углу вращения плоскости поляризации . . . . . | 279 | 72. Определение показателя преломления и средней дисперсии вещества . . . . . | 291 |
| 70. Изучение дисперсионной спектральной призмы . . . . .                                        | 283 | 73. Изучение внешнего фотоэффекта . . . . .                                   | 295 |
|                                                                                                 |     | 74. Изучение фотосопротивлений . . . . .                                      | 297 |
|                                                                                                 |     | 75. Изучение вентильного фотоэффекта . . . . .                                | 299 |

## Часть VI

### АТОМНАЯ ФИЗИКА

|                                                      |     |                                                         |     |
|------------------------------------------------------|-----|---------------------------------------------------------|-----|
| 76. Изучение водородного спектра . . . . .           | 305 | 78. Определение постоянной Планка . . . . .             | 309 |
| 77. Определение удельного заряда электрона . . . . . | 307 | 79. Определение критического потенциала атома . . . . . | 311 |

## Часть VII

### ФИЗИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА

|                                                                |     |                                                              |     |
|----------------------------------------------------------------|-----|--------------------------------------------------------------|-----|
| 80. Изучение сегнетоэлектриков . . . . .                       | 314 | лечения полупроводников от температуры . . . . .             | 322 |
| 81. Изучение свойств ферромагнетиков . . . . .                 | 316 | 84. Изучение работы полупроводникового выпрямителя . . . . . | 325 |
| 82. Изучение полупроводников с помощью эффекта Холла . . . . . | 320 | 85. Оптический квантовый генератор на рубине . . . . .       | 328 |
| 83. Изучение зависимости сопротив-                             |     |                                                              |     |

## Часть VIII

### ФИЗИКА АТОМНОГО ЯДРА

|                                                                        |     |                                                                     |     |
|------------------------------------------------------------------------|-----|---------------------------------------------------------------------|-----|
| 86. Изучение работы счетчика Гейгера — Мюллера . . . . .               | 331 | 89. Ознакомление с методом ядерных фотоэмульсий . . . . .           | 338 |
| 87. Определение верхней границы бета-спектра . . . . .                 | 334 | 90. Исследование углового распределения космических лучей . . . . . | 340 |
| 88. Определение средней длины пробега альфа-частиц в воздухе . . . . . | 336 |                                                                     |     |

|                      |     |
|----------------------|-----|
| Приложения . . . . . | 342 |
|----------------------|-----|

|                      |     |
|----------------------|-----|
| Литература . . . . . | 360 |
|----------------------|-----|

Издано немало пособий по физическому практикуму для вузов как отечественных, так и зарубежных авторов.

В связи с этим возникает вопрос: зачем потребовалось еще одно? Чем аргументируется право на существование руководства к постановке лабораторных работ во втузах, лежащего перед читателем, разработанного коллективом кафедры физики Московского станкоинструментального института?

На этот счет у нас имелся ряд соображений, ряд стимулов.

1. Все существующие пособия по физическому практикуму разделяются по их уровню на две категории:

книги первой категории написаны применительно к потребностям физфаков университетов и вузов, с таким же часовым объемом учебных планов;

вторая категория пособий предназначена для втузов с их весьма скромным объемом часов, уделяемых изучению физики (270 ч).

В связи с этим лекционные курсы по физике в этих двух категориях вузов, составляющих основу физического практикума, очень существенно отличаются друг от друга не только количественно, но и качественно. Иными словами, чисто физическая теоретическая, а также и математическая база, на которой должна строиться программа практикума в университетах, по меньшей мере в два раза шире и глубже, чем во втузах.

Именно этим и определяются различия между упомянутыми выше двумя категориями книг. То, что необходимо для физического факультета университета, во многих случаях недоступно для втуза; то, что преподается по физике во втузе, недостаточно для университета.

С другой стороны, в настоящее время, по-видимому, уже для всех стало ясно, что если и не тождественная, то глубокая, приближающаяся к университетскому уровню физико-математическая подготовка должна составлять ныне основу инженерного образования.

Исходя из этих соображений, авторы решились на попытку разработать практикум уровня, промежуточного между университетским и втузовским, стремясь повысить уровень втузовского практикума. Эта идея явилась для авторов главнейшей, аргументирующей их работу, но были и другие соображения и обстоятельства, стимулирующие ее.

2. Во всяком руководстве к лабораторным работам есть своя последовательность лабораторных работ, определяемая индивидуальной логикой каждого автора. Принятую нами последователь-

ность работ (нашу «логику») легко усмотреть уже из оглавления книги. Так, например, в первой части книги («Механика») первая группа работ — измерения основных механических величин (измерения длин малых и больших, измерения масс и времени); вторая группа — измерения основных категорий сил (в механике), сил упругости, трения, тяготения; третья группа — изучение уравнений движения и законов сохранения. Мы стремились этот принятый нами порядок строго соблюсти по всем разделам курса.

3. Первые лаборатории, в которые входят студенты, — это лаборатории механики и молекулярной физики. Обычно кафедры физики считают, что, поскольку по курсу лекций еще не пройдены разделы, обосновывающие современные физические методы измерений (оптические, электронные, электрические), невозможно или, по крайней мере, непедagogично использовать их на первых шагах студентов в физической лаборатории.

Настоящий «Практикум» представляет собой комплекс большей части лабораторных работ «Головной учебной физической лаборатории втузов», организованной при кафедре физики Московского станкоинструментального института.

В наших лабораториях механики и молекулярной физики студенты работают с интерферометрами, электронной аппаратурой и электрическими методами измерений. При наличии хорошего описания лабораторной работы и опытного педагога студенты легко усваивают основы методик, в чем нас убедил многолетний опыт. Выигрыш мы при этом получаем большой: такой порядок освобождает от вынужденной элементаризации работ в первых двух лабораториях.

4. Некоторые из членов нашего коллектива на основе собственных идей создали и поставили ряд новых вполне оригинальных лабораторных работ (вошедших в настоящую книгу), ранее отсутствующих в лабораторной практике вузов.

5. Подготовка этой книги к печати была также стимулирована требованиями ее опубликования со стороны большого числа наших коллег. Около 2000 физиков-педагогов втузов СССР различных министерств прошли через нашу лабораторию за последние 10 лет. Отрадно, что многие из этих педагогов ставят на своих кафедрах некоторые из наших работ. Мы благодарны им за критические замечания и за постановку нескольких лабораторных работ.

Настоящий практикум несомненно следует считать коллективным трудом, в создании которого принимали участие без исключения все члены кафедры.

*Проф. А. С. Ахматов*

Предлагаемый «Лабораторный практикум по физике» является отражением многолетней работы головной учебной физической лаборатории МВ и ССО РСФСР при Московском станкоинструментальном институте и составлен на базе лабораторных работ, представленных в ней. При этом учтен и использован передовой опыт многих вузов страны. В соответствии с программой курса физики для инженерно-технических специалистов высших учебных заведений МВ и ССО СССР книга содержит следующие разделы: «Механика», «Молекулярная физика и термодинамика», «Электричество и магнетизм», «Колебания и волны», «Оптика», «Атомная физика», «Физика твердого тела», «Физика атомного ядра».

В задачах практикума широко представлены современные методы физических исследований, благодаря чему уже в разделах «Механика», «Молекулярная физика и термодинамика» используются такие приборы, как осциллографы, высокочастотные генераторы, различные типы гальванометров и электроизмерительных приборов; в разделе «Оптика» источниками когерентного излучения являются оптические квантовые генераторы. Все это позволяет начиная с первых лабораторных работ ввести студента в атмосферу современной физической лаборатории и познакомить с арсеналом новейших измерительных средств.

Практикум содержит ряд оригинальных работ: «Исследование эффекта Доплера», «Изучение газовых законов на модели идеального газа», «Исследование пространственной и временной когерентности света» и др. Однако наряду с новыми работами авторы считали необходимым сохранить в практикуме классические экспериментальные методики, такие, как опыты Кавендиша, Миллика, метод Клемана — Дезорма, мостовые и компенсационные методы измерения электрических величин, метод Столетова исследования магнитных полей и др. При постановке лабораторных работ широко использовались методы аналогий, которые позволяют студенту на простых моделях понять более сложные физические закономерности. Так, в разделе «Механика» моделируется движение тела в поле центральных сил, поучительны задачи на модели идеального газа; в разделе «Электричество и магнетизм» применяется моделирование электростатических и магнитных полей.

Мы старались построить задания практикума так, чтобы при их выполнении студенты прошли через основные этапы научного исследования: анализ задачи, выбор метода измерений, методика эксперимента и проведение измерений, обработка и анализ полученных результатов с применением ЭВМ. Описания не перегружены излиш-

ними теоретическими введениями, и студенту дается возможность составить более полное представление об изучении физического явления путем чтения учебников и книг, рекомендуемых в руководстве.

В практикуме имеются приложения, содержащие методические рекомендации по обработке результатов измерений на ЭВМ, а также все мостовые схемы, таблицы физических величин.

Авторы выражают благодарность проф. Д. М. Толстому за большую помощь в постановке лабораторных задач и подготовке к изданию практикума, а также всему коллективу кафедры физики Мосстанкина, проявившему активность и энтузиазм при создании головной физической лаборатории.

Мы выражаем искреннюю признательность проф. А. А. Хомякову и коллективу кафедры физики МИРЭА, а также проф. Т. Я. Гороздовскому, прочитавшим рукопись книги и сделавшим ряд важных замечаний.

*Авторы*

# ВВЕДЕНИЕ

## § 1. ЗАДАЧИ ФИЗИЧЕСКОГО ПРАКТИКУМА

Основной задачей высшего образования вообще является формирование научного мировоззрения студентов. Этому способствуют все дисциплины, изучаемые в высшей школе. Однако ведущая роль принадлежит здесь фундаментальным (общенаучным и общетехническим) дисциплинам. К их числу относится и физика.

Конечная цель в преподавании физики известна: способствовать развитию физического мышления студентов, освоению ими современной физической картины мира, формированию научного мировоззрения и тем самым заложить фундамент для изучения специальных дисциплин. Ее роль в становлении инженера, создателя современной техники, чрезвычайно велика.

Наиболее разумным методом преподавания физики, адекватным современной ситуации в науке и технике, является, на наш взгляд, метод, при котором основные элементы преподавания соответствуют основным элементам процесса научного познания. Это означает, что все атрибуты процесса научного познания, такие, как анализ и синтез; абстрагирование, идеализация, обобщения и ограничения; аналогии, моделирование, формализация; историческое и логическое; индукция и дедукция; аксиоматика, должны органически присутствовать в преподавании физики. Это обстоятельство придает физике особую интеллектуальную привлекательность.

Велика при этом роль самостоятельной работы студента. Познающий физику — всегда исследователь. Работа в лаборатории, анализ лекционного теоретического материала и лекционных экспериментов, изучение литературы, активное участие в семинарах — все это соответствует основным элементам современной научной деятельности.

Изучение физики является, таким образом, некоторой моделью процесса научного познания. Это обстоятельство определяет, в частности, место и значение физического практикума в преподавании физики.

В физической лаборатории студент самостоятельно решает ряд экспериментальных задач. Здесь преследуются в основном две цели. С одной стороны, студент должен научиться самостоятельно воспроизводить и анализировать основные физические явления. С другой стороны, он должен получить при этом некоторые элементарные навыки работы в физической лаборатории.

Какие моменты при этом особенно важны?

Это прежде всего понимание роли эксперимента в физике, умение делать правильные выводы из сопоставления теории и эксперимента; умение выделить главное, существенное, отвлечься от несущественного, второстепенного; понимание роли идеализаций; умение находить безразмерные параметры, определяющие данное явление; умение делать качественные выводы при переходе к предельным условиям; знание фундаментальных физических постоянных и численных значений величин, характерных для данного раздела физики.

## § 2. ОСНОВЫ ТЕОРИИ ПОГРЕШНОСТЕЙ (ФИЗИЧЕСКИЕ ИЗМЕРЕНИЯ И ОБРАБОТКА ИХ РЕЗУЛЬТАТОВ)

Положения и выводы физики непосредственно связаны с экспериментом. Как в любой точной науке, в физике результаты экспериментов представляются чаще всего набором некоторых чисел — **числовых значений физических величин**. Это те самые числовые значения, которые входят в математические формулы, устанавливающие связи между физическими величинами в явлениях природы.

Одна из целей практикума — научиться правильно измерять физические величины и правильно использовать их числовые значения в формулах.

**Измерить** физическую величину — значит сравнить ее с однородной величиной, принимаемой за единичную. **Единицы измерения** выбираются произвольно, но уж если они выбраны, они должны оставаться неизменными в пределах выбранной системы единиц.

**Результатом измерения** является числовое значение физической величины; формула  $A = xB$  устанавливает связь измеряемой величины  $A$ , ее числового значения  $x$  и единицы измерения  $B$ . Принято различать измерения:

- (1) **п р я м ы е**, когда измеряется сама исследуемая физическая величина. Сюда относятся измерения с помощью приборов или при непосредственном сравнении с единицей измерения;
- (2) **к о с в е н н ы е**, когда искомые значения величины находят на основании известной зависимости между этой величиной и величинами, подвергаемыми прямым измерениям.

Почему при измерениях возникает необходимость обработки результатов измерений? Потому, что произвести измерение абсолютно точно невозможно — всякое измерение сопровождается **погрешностью**, вызванной принципиальной невозможностью (в силу всеобщей связи явлений в природе) устранить все посторонние влияния на процесс измерения (хотя любое из влияний можно сделать сколь угодно малым).

Если измерительный инструмент обладает достаточной чувствительностью, результаты измерений некоторой величины  $X$  в большинстве случаев различны между собой. Обозначим результаты измерения  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , а **истинное значение** измеряемой вели-

чины —  $x_0$ , где разности

$$x_i - x_0 = \Delta x_i$$

являются погрешностями измерений.

Таким образом, мы оказываемся не в состоянии определить истинное значение измеряемой величины даже в результате большого числа измерений, но мы можем дать истинному значению оценку, т. е. указать его наиболее вероятное значение и указать погрешность измерений. *Указание погрешности позволяет вычислить вероятность того, что истинное значение измеряемой величины окажется в том или ином интервале значений.*

Принято различать три вида погрешностей: **промахи, систематические и случайные погрешности измерения.**

Промахи (просчеты) являются результатом низкой квалификации экспериментатора, выполнявшего измерения. Промахи не подпадают под учет.

*Систематические погрешности являются следствием несовершенства приборов, а также недостатков методики измерения.* Они всегда дают отклонение результата измерения от истинного значения в одну и ту же сторону. Преодолеваются систематические погрешности путем проверки приборов, более полной разработки теории и методики эксперимента и сравнения различных методов измерения одной и той же величины.

Когда говорят об **инструментальных погрешностях**, то подразумевают погрешности, зависящие от погрешностей применяемых средств измерений. Последние в свою очередь характеризуются **классом точности** прибора.

Класс точности определяется максимальной погрешностью прибора, выраженной в процентах от полной величины шкалы. Например, класс точности 0,5 означает погрешности в 0,5% при отклонении стрелки на всю шкалу. При отклонении стрелки на половину шкалы погрешность возрастает в два раза, при отклонении на треть шкалы — в три раза, и т. д. Поэтому для измерений с меньшей погрешностью надо выбирать прибор такой чувствительности, чтобы измеряемая величина вызывала отклонение стрелки прибора более чем на половину шкалы.

Величина инструментальной погрешности гарантируется сравнением показаний данного и эталонного приборов. Надежность показаний эталонного прибора рассчитывается с учетом случайных погрешностей.

*Случайные погрешности являются следствием случайных, неконтролируемых помех, влияние которых на процесс измерения невозможно учесть непосредственно.* Этих помех очень много, они различной физической природы и отличаются силой воздействия на процесс измерения. Можно принимать меры к устранению наиболее влиятельных помех, но все полностью их устранить нельзя. Случайные погрешности могут отклонять результаты измерения от истинного значения в обе стороны, и их влияние учиты-



вается посредством определенной обработки результатов измерения физической величины.

Теория погрешностей учитывает только случайные погрешности. Согласно этой теории, *случайные погрешности измерений подчиняются закону нормального распределения (закону Гаусса)*.

Смысл этого закона заключается в следующем. Допустим, мы хотим измерить некоторую физическую величину, истинное (и нам неизвестное) значение которой есть  $x_0$ . Используя какой-нибудь прибор, мы  $n$  раз пытаемся определить эту величину, но из-за случайных погрешностей, возникающих в процессе измерения, вместо  $x_0$  получаем набор значений  $x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n$ . Оказывается, что с помощью закона распределения мы хотя и не можем указать точно, чему равно  $x_0$ , но можем найти, с какой вероятностью  $P$  величина  $x_0$  окажется в любом интервале значений  $a < x_0 < b$  (область значений  $a < x_0 < b$  называют **доверительным интервалом**). По закону Гаусса эта вероятность определяется *функцией плотности распределения*

$$f(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-(x - \langle x \rangle)^2 / (2\sigma^2)} \quad (1)$$

и равна

$$P(a < x_0 < b) = \int_a^b f(x) dx. \quad (2)$$

Здесь  $x$  обозначен набор значений, которые мы получаем в результате измерения,  $\langle x \rangle$  — их среднее арифметическое, а  $\sigma$  — среднее квадратическое отклонение:

$$\langle x \rangle = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i, \quad (3)$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \langle x \rangle)^2}{n-1}}. \quad (4)$$

Как видно из рис. 1, гауссова кривая, имеющая на графике симметричный колоколообразный вид, характеризуется двумя параметрами: положением вершины —  $\langle x \rangle$  и «шириной»  $2\sigma$  — расстоянием между точками перегиба. Значение  $\langle x \rangle$  обычно и принимают за ту величину, которую надо было измерить, а  $\sigma$  характеризует степень влияния случайных погрешностей на результаты измерения: чем меньше  $\sigma$ , тем уже гауссова кривая и тем, следовательно, точнее проведено измерение.

Обработка результатов серии измерений сводится к возможно более точному нахождению параметров гауссовой кривой  $\langle x \rangle$  и  $\sigma$ . Может показаться, что если произвести большое число измерений (большая серия), то эти параметры можно определить со сколь угодно высокой точностью и, стало быть, можно в пределах одной мето-

дики измерений (даже грубой) получить сколь угодно близкое к истинному численное значение измеряемой величины. Однако это не так. Следует еще раз подчеркнуть, что  $\langle x \rangle$  — не истинное значение измеряемой величины, а лишь некоторое приближение к нему. Чем более широким выбирается доверительный интервал, тем выше

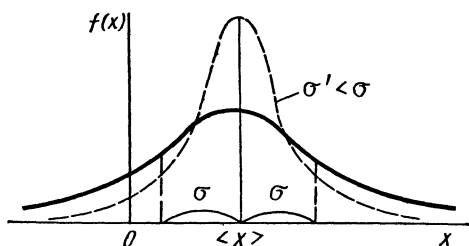


Рис. 1

вероятность попадания истинного значения измеряемой величины в этот интервал (так, вероятность отклонения истинного значения от положения вершины гауссовой кривой  $\langle x \rangle$  не более чем на  $\sigma$  равна 0,683; не более чем на  $2\sigma$  — 0,955; не более чем на  $3\sigma$  — 0,997). Мера  $\sigma$  приближения измеренного значения величины  $\langle x \rangle$  к

истинному  $x_0$  определяется физической сущностью измеряемой величины, а также физическими и конструктивными принципами, заложенными в методику измерений. Эти принципы в рамках данной методики не зависят от экспериментатора, следовательно, бесконечное увеличение числа измерений не дает заметного увеличения точности.

Поскольку нет смысла стремиться к очень большому числу измерений, то возникает вопрос: как изменяется достоверность в зависимости от числа измерений? Зависимость эта сложна и не выражается в элементарных функциях. Существуют специальные таблицы (таблицы коэффициентов Стьюдента), по которым можно определить, во сколько раз надо увеличить **стандартный доверительный интервал**  $[\pm S_x]$ , чтобы при определенном числе измерений  $n$  получить требуемую надежность  $\alpha$ . За стандартный принимается доверительный интервал  $[\pm S_x]$ , где

$$S_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \langle x \rangle)^2}{n(n-1)}}. \quad (5)$$

Здесь  $x_i$  — числовое значение величины, полученное при  $i$ -м измерении,  $\langle x \rangle$  — среднее арифметическое значение измеряемой величины (3).

Порядок обработки результатов измерений должен быть следующим: выполнив  $n$  измерений и записав их результаты в таблицу, вычисляют по (3) среднее арифметическое значение измеряемой величины  $\langle x \rangle$ . Затем по формуле (5) вычисляют стандартный доверительный интервал  $[\pm S_x]$  и находят по таблице коэффициент Стьюдента  $t(\alpha, n)$  в зависимости от требуемой надежности  $\alpha$  и числа измерений  $n$ . Результат записывают в виде

$$x = \langle x \rangle \pm t(\alpha, n) S_x,$$

что означает, что истинное значение измеряемой величины  $x_0$  находится в интервале  $[\langle x \rangle - t(\alpha, n)S_x; \langle x \rangle + t(\alpha, n)S_x]$  с надежностью (вероятностью)  $\alpha$ .

Мерой точности результатов измерений является **относительная погрешность**, выраженная в процентах:

$$\varepsilon = \frac{\Delta x}{x} \cdot 100 \%$$

Обратная ей величина  $\psi = 1/\varepsilon$  называется **точностью**.

Точность обработки результатов измерений должна согласовываться с точностью самих измерений. Вычисления, произведенные с большим, чем необходимо, числом десятичных знаков, требуют лишней затраты сил. Надо придерживаться правила: *ошибка вычислений должна быть на порядок меньше ошибки измерения*.

Приведенная методика обработки результатов измерений относится к прямым измерениям.

В случаях косвенных измерений, когда числовое значение измеряемой величины находится по формуле, связывающей ее с величинами, найденными из прямых измерений, ошибка косвенного измерения находится через ошибки прямых измерений по правилу дифференцирования:

$$\Delta \varphi(x, y, z) = \frac{\partial \varphi}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial \varphi}{\partial y} \Delta y + \frac{\partial \varphi}{\partial z} \Delta z.$$

Так, например, ошибка в измерении ускорения свободного падения по измерению периода  $\tau$  колебаний и длины  $l$  математического маятника определяется дифференцированием зависимости  $g = 4\pi^2 l / \tau^2$ , т. е.

$$\Delta g = \frac{4\pi^2 \Delta l}{\tau^2} + \frac{8\pi^2 l \Delta \tau}{\tau^3} = \frac{4\pi^2 l}{\tau^2} \left( \frac{\Delta l}{l} + \frac{2\Delta \tau}{\tau} \right).$$

Предполагается, что погрешности независимых измерений (здесь  $\Delta l$  и  $\Delta \tau$ ) усиливают друг друга и поэтому их влияние учитывается в формуле со знаком плюс.

На практике при вычислении погрешностей косвенных измерений удобнее сразу вычислять относительную погрешность по правилу дифференцирования натурального логарифма функции. Например,

$$\varepsilon = \Delta(\ln g) = \frac{\Delta g}{g} = \frac{\Delta l}{l} + \frac{2\Delta \tau}{\tau}.$$

Погрешности независимых измерений считаются грубыми или *несущественными* в зависимости от того, вносят или не вносят они заметный вклад в погрешность окончательного результата. Несущественные погрешности достаточно оценивать приближенно, но обязательно с завышением.

**Л и т е р а т у р а:** [12].

# ЧАСТЬ I

## МЕХАНИКА

### ИЗМЕРЕНИЕ ОСНОВНЫХ МЕХАНИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН

- |                                                                        |                                                           |
|------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------|
| 1. Определение радиуса кривизны линзы                                  | 4. Определение величины износа с помощью торсионных весов |
| 2. Определение расстояний с помощью теодолита                          | 5. Определение времени удара                              |
| 3. Определение массы тела с помощью взвешивания на аналитических весах | 6. Определение ускорения свободного падения               |

#### 1 ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАДИУСА КРИВИЗНЫ ЛИНЗЫ

**Ц е л ь р а б о т ы:** *измерение радиуса кривизны плосковыпуклой линзы с помощью сферометра ИЗС-7.*

На основании анализа источников погрешностей измерений следует сделать выводы о точности, с которой определяется радиус кривизны линзы. Кроме того, предлагается уяснить принцип устройства основных типов нониусов и правила их пользования (линейный и круговой нониусы и нониус со спиральной шкалой).

#### ОПИСАНИЕ СФЕРОМЕТРА

Сферометр служит для измерения контактным методом радиусов сферических поверхностей: выпуклых и вогнутых. На рис. 2 показан общий вид сферометра серийной марки ИЗС-7. В верхней части корпуса 1 имеется установочное кольцо 2 с тремя опорными шариками, на которые помещается измеряемый объект, прижимаемый грузом 4. Внутри корпуса расположен измерительный штوك 3 со сферическим наконечником, который под действием специального груза автоматически поднимается вверх до соприкосновения с поверхностью измеряемого объекта, а отводится вниз рычагом 5. Измерительный шток соединен со шкалой, отсчет по которой производится через окуляр 6.

Принцип измерения радиуса кривизны линзы пояснен на рис. 3. Если известно расстояние  $d$ , измеренное от опорной плоскости шариков установочного кольца до низшей точки выпуклой линзы (или высшей точки вогнутой линзы), которое назовем *стрелой прогиба* линзы, то радиус кривизны линзы можно определить по формуле

$$R = \frac{r^2}{2d} + \frac{d}{2} - r_{\text{ш}}, \quad (1)$$

где  $r$  — радиус установочного кольца,  $r_{ш}$  — радиус опорных шариков. Значения  $r$  и  $r_{ш}$  даются в паспорте прибора.

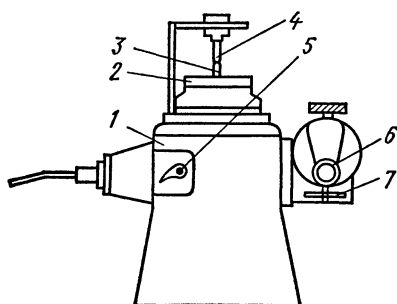


Рис. 2

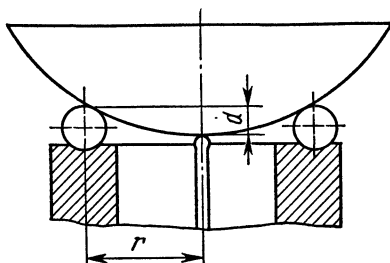


Рис. 3

При измерениях на опорные шарики сначала устанавливают плоскопараллельную пластину, а затем измеряемую линзу. Стрела прогиба определяется как разность отсчетов по шкале прибора для двух этих случаев.

На рис. 4 показана шкала, видимая в поле зрения окуляра. Цифрами 11, 12, 13 обозначены штрихи подвижной миллиметровой шкалы, которая связана с измерительным штоком 3 (см. рис. 2). Кроме того, в поле зрения имеется неподвижная вертикальная шкала с цифрами 0, 1, 2, ..., 10. Цена деления этой шкалы 0,1 мм. В верхней части поля зрения имеется подвижная круговая шкала с ценой деления 0,001 мм. В поле зрения микроскопа имеется десять двойных витков *спирали Архимеда* — спирального нониуса, позволяющего производить отсчеты до 1 мкм.

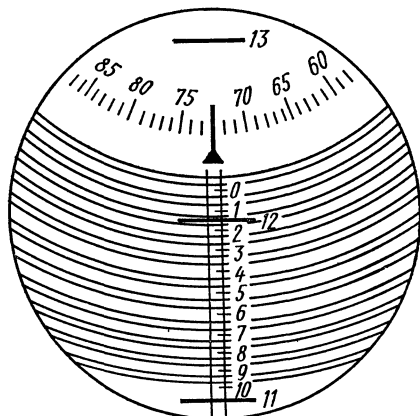


Рис. 4

Чтобы произвести отсчет, необходимо маховичком 7 (см. рис. 2) подвести двойной виток спирали в такое положение, чтобы миллиметровый штрих, находящийся в зоне витков спирали, оказался точно в середине между двойными линиями ближайшего витка. Отсчет производится следующим образом: число миллиметров отсчитывается по цифре около миллиметрового штриха, десятые доли миллиметра — по меньшей из двух ближайших к миллиметровому штриху цифр на вертикальной неподвижной шкале, а сотые, тысячные и десятитысячные доли миллиметра — по верхней круго-

вой подвижной шкале по указателю-стрелке. В случае, приведенном на рис. 4, отсчет соответствует  $12,1725 \text{ мм} \approx 12172,5 \text{ мкм}$ .

Погрешность измерения, связанная с контактными деформациями, возникающими в зоне контакта между измерительным штоком и линзой, а также между линзой и тремя опорными шариками, составляет примерно  $0,05 \text{ мкм}$ .

Описание сферометра и инструкция по его применению прилагаются к работе.

### **Задание 1. Определение радиуса кривизны линзы**

**ПРИБОРЫ и ПРИНАДЛЕЖНОСТИ:** сферометр ИЗС-7, плосковыпуклая линза, плоскопараллельная пластина.

1. Ознакомиться с описанием и паспортом прибора ИЗС-7.
2. Измерить стрелу прогиба линзы. Для этого на опорные сферы прибора поместить вначале плоскопараллельную пластину, а затем измеряемую линзу. Разность полученных при этом отсчетов даст стрелу прогиба. Измерения повторить не менее пяти раз и данные записать в таблицу.
3. По формуле (1) для каждого случая рассчитать радиус кривизны линзы.
4. Найти случайную погрешность результатов измерения и сравнить ее с точностью отсчета по шкале со спиральным нониусом, а также погрешностью, связанной с контактными деформациями. На основании анализа разброса результатов отсчетов для плоскопараллельной пластины и линзы сделать заключение, связан ли наблюдаемый разброс с погрешностями измерения или с погрешностями изготовления самой линзы.

### **Задание 2. Изучение основных типов нониусов**

**ПРИБОРЫ и ПРИНАДЛЕЖНОСТИ:** штангенциркуль, микрометр, измеряемая деталь цилиндрической формы.

При проведении работы следует исходить из того, что приборные погрешности измерительных средств равны  $\pm 0,5$  от цены наименьшего деления шкалы, в данном случае нониуса.

1. Измерить диаметр детали с помощью штангенциркуля.
2. Измерить диаметр той же детали с помощью микрометра.
3. Указать погрешность измерения в обоих случаях. Дать заключение о том, связан ли наблюдаемый разброс с погрешностями измерений либо с погрешностями изготовления измеряемой детали.
4. Какой оказалась бы погрешность измерения радиуса линзы, если бы ее стрела прогиба была измерена при помощи штангенциркуля (микрометра)?

**Л и т е р а т у р а:** Описание сферометра типа ИЗС-7, [12].

## 2 ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАССТОЯНИЙ С ПОМОЩЬЮ ТЕОДОЛИТА

**Цель работы:** измерение расстояния до заданных объектов методом триангуляции. При этом необходимо познакомиться с устройством теодолита и методом работы с ним; уяснить устройство угломерного нониуса и научиться производить отсчеты с его помощью.

### ОПИСАНИЕ ТЕОДОЛИТА

Теодолит — универсальный геодезический прибор, предназначенный для измерения углов и расстояний как до доступных, так и до недоступных объектов. В последнем случае применяется метод триангуляции. Этот метод основан на использовании геометрических свойств треугольника. Принцип метода триангуляции пояснен на рис. 5.

Пусть  $AC$  — искомое расстояние, а  $AB$  — некоторый известный отрезок. Тогда, если известны уг-

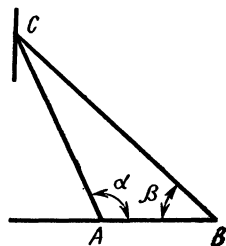


Рис. 5

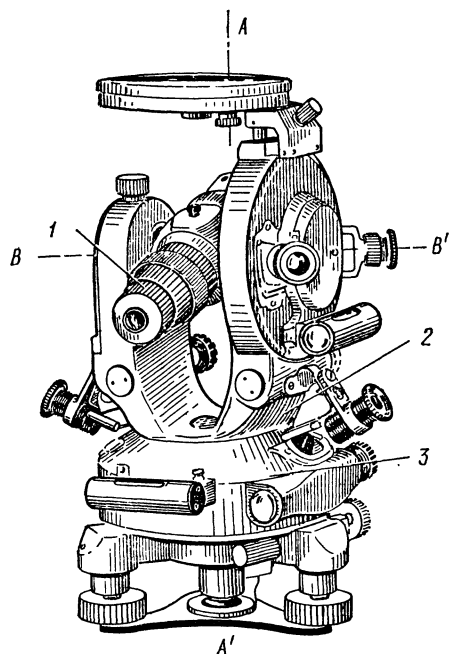


Рис. 6

лы  $\alpha$  и  $\beta$ , из треугольника  $ABC$  по теореме синусов найдем

$$AC = AB \frac{\sin \beta}{\sin (\alpha + \beta)}. \quad (1)$$

Углы  $\alpha$  и  $\beta$  и расстояние  $AB$  могут быть измерены с помощью теодолита, общий вид которого показан на рис. 6.

Основным элементом теодолита является зрительная труба 1, связанная с горизонтальным диском 2 — алидадой. При наведении зрительной трубы на какой-либо предмет этот диск (алидада)

поворачивается вокруг вертикальной оси  $AA'$ . Угол поворота алидады измеряется по горизонтальному лимбу 3.

При измерении расстояний точка  $B$  (см. рис. 5) выбирается всегда в доступном месте. Расстояние до доступных объектов изменяется с помощью шкалы, видимой в поле зрения окуляра зрительной трубы. Для этого в точке  $B$  вертикально устанавливают специальную рейку с дециметровыми делениями. На рис. 7 показана схема, поясняющая принцип измерения расстояний до доступ-

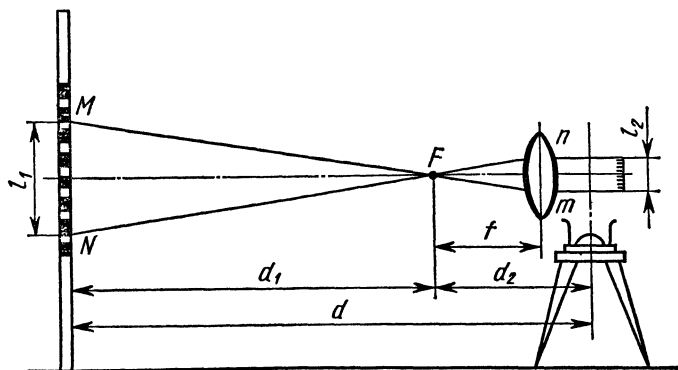


Рис. 7

ных объектов с помощью зрительной трубы. Зрительную трубу теодолита наводят на рейку, при этом некоторая часть рейки  $l_1$  через объектив зрительной трубы изобразится на шкале окуляра в виде отрезка  $l_2$ . Точка  $F$  — передний фокус объектива,  $f$  — фокусное расстояние.

Из подобия  $\triangle MNF$  и  $\triangle mnF$  следует

$$d_1 = l_1 f / l_2,$$

где  $l_1$  — число делений рейки, укладываемое между крайними штрихами на шкале окуляра, а  $l_2$  — расстояние между крайними горизонтальными линиями шкалы окуляра. Тогда (рис. 7)

$$d = (l_1 f / l_2) + d_2.$$

Отношение  $f/l_2$  для данной зрительной трубы есть величина постоянная; обозначив ее  $c$ , получим выражение для искомого расстояния

$$d = c l_1 + d_2, \quad (2)$$

где  $d_2$  — расстояние от переднего фокуса до вертикальной оси теодолита. Приблизительно  $d_2$  равно полутора длинам трубы и при измерении расстояний до удаленных предметов им можно пренебречь; при этом выражение (2) упрощается:

$$d = c l_1. \quad (3)$$

Более детальное описание теодолита и инструкция по его применению прилагаются к работе. При выполнении работы студенту помимо теодолита выдается рейка.



## **Задание 1. Измерение расстояния до доступного объекта**

ПРИБОРЫ и ПРИНАДЛЕЖНОСТИ: теодолит, рейка.

1. Ознакомиться по инструкции с устройством теодолита и правилами работы с ним.

2. В заданных преподавателем местах установить теодолит и произвести его поверку.

3. Навести зрительную трубу теодолита на рейку и по формуле (3) определить расстояние  $AB$  (см. рис. 5). (Величина  $s$  указана в паспорте теодолита.)

4. Повторить измерения 5—6 раз, меняя местами рейку и теодолит. Оценить погрешность измерения расстояния до доступного объекта.

## **Задание 2. Измерение расстояния до недоступного объекта**

ПРИБОРЫ и ПРИНАДЛЕЖНОСТИ: теодолит.

1. Измеренное в предыдущем задании расстояние до доступного объекта принять за базу  $AB$  (см. рис. 5) при измерении расстояния до заданного преподавателем, видимого в окно, недоступного для прямого метода измерения объекта.

2. Расположив теодолит в точке  $A$  (см. рис. 5), навести его зрительную трубу сначала на точку  $C$ , а затем на точку  $B$ . Измерить угол  $\alpha$  как разность отсчетов в двух этих случаях (метод измерения углов приведен в описании теодолита).

3. Расположив теодолит в точке  $B$  (см. рис. 5), подобным же образом определить угол  $\beta$ .

4. Измерения углов повторить не менее пяти раз.

5. По формуле (1) определить расстояние  $AC$ .

6. Определить случайную погрешность измерения расстояния  $AC$ , связанную с неточностью наведения зрительной трубы. Произведя отсчеты углов по диаметрально противоположным участкам лимба, определить систематическую погрешность, связанную с погрешностью центровки алидады и горизонтального лимба. Сравнить величины случайной и систематической погрешностей.

**Л и т е р а т у р а:** Техническое описание теодолита, [12].

## **3 ОПРЕДЕЛЕНИЕ МАССЫ ТЕЛА С ПОМОЩЬЮ ВЗВЕШИВАНИЯ НА АНАЛИТИЧЕСКИХ ВЕСАХ**

**Цель работы:** изучение зависимости чувствительности аналитических весов от длины плеч коромысла и от положения его центра тяжести.

Кроме того, предлагается произвести взвешивание заданного тела и определить систематическую погрешность весов, связанную с неравноплечностью коромысла весов.

## ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

Аналитические весы предназначены для измерения массы тел с точностью до десятых долей миллиграмма. Принцип действия весов основан на уравнивании с помощью разновесов равноплечного рычага, нагруженного взвешиваемым телом. На рис. 8 показан

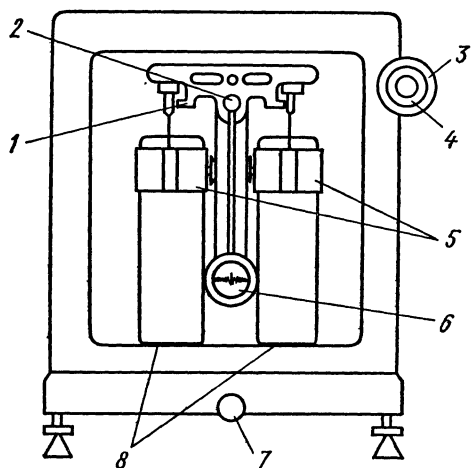


Рис. 8

общий вид аналитических весов серийного типа АДВ-200. Основным элементом весов является коромысло 1, посередине которого укреплена призма 2, опирающаяся на твердую пластину, изготовленную из агата. К концам коромысла на стальных призмах подвешены чашки весов 8, на которые помещаются взвешиваемые объекты и разновесы. Точность весов во многом зависит от качества опор коромысла, так как трение, возникающее между призмой и опорной плоскостью, влияет на результаты измерения. Чтобы предохранить

призмы и их опоры от преждевременного износа, весы в нерабочем состоянии необходимо арретировать. Это достигается поворотом ручки 7 против часовой стрелки. При арретировании весов агатовая опора опускается, коромысло весов ложится на стойку — призмы и их опоры оказываются разгруженными. Съем и установку грузов и разновесов необходимо производить только при арретированных весах. Весы АДВ-200 снабжены воздушным демпфером 5, который служит для успокоения колебаний коромысла.

Отсчет с точностью до десятых долей миллиграмма производится по шкале 6.

При выключении арретира включается подсветка оптической системы отсчета весов, при этом на шкалу 6 проецируется нить, находящаяся на стрелке, жестко соединенной с коромыслом. Отсчет берется по положению нити на шкале. Весы АДВ-200 снабжены встроенными кольцевыми разновесами. Вращая рукоятку 3, можно осуществлять этими разновесами нагрузку от 10 до 90 мг, а вращая рукоятку 4 — от 100 до 900 мг. Разновесы массой 1 г и

выше помещаются непосредственно на чашку весов вручную. Предельная нагрузка для весов АДВ-200—200 г.

Одной из важнейших характеристик весов является их *чувствительность*  $j$ , т. е. отношение угла отклонения стрелки  $\Delta\alpha$  к величине перегрузки  $\Delta P$ , его вызвавшего:

$$j = \Delta\alpha / \Delta P.$$

Так как угол отклонения стрелки  $\Delta\alpha$  пропорционален числу делений шкалы  $\Delta\beta$ , то чувствительность (делений/мг) весов рассчитывается по формуле

$$j = (\Delta\beta / \Delta P). \quad (1)$$

Для правильно сконструированных весов чувствительность в пределах допустимого не должна зависеть ни от общей нагрузки, ни от начального угла отклонения и является константой прибора.

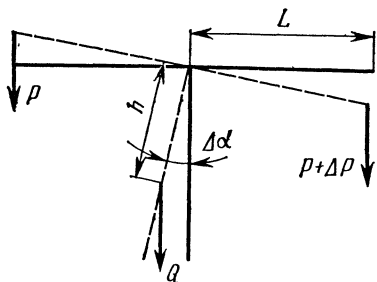


Рис. 9

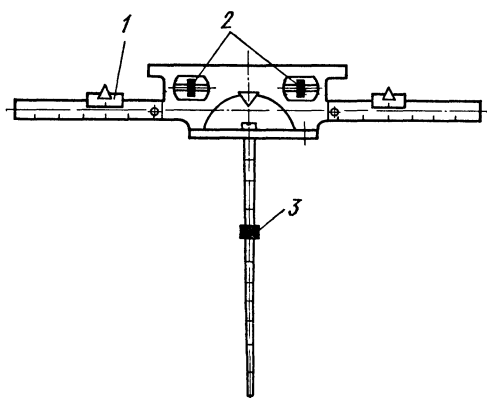


Рис. 10

Используя рис. 9 (при условии, что ребра всех трех призм коромысла лежат в одной плоскости и отсутствует деформация плеч коромысла), можно получить следующую формулу чувствительности весов:

$$j = L / (Qh). \quad (2)$$

Выражение (2) показывает, что чувствительность правильно сконструированных весов пропорциональна длине плеч коромысла  $L$  и обратно пропорциональна весу  $Q$  коромысла и расстоянию  $h$  его центра тяжести от точки опоры.

Для изучения факторов, влияющих на чувствительность весов, в работе используются аналитические весы со специально для этих целей переделанным коромыслом (рис. 10) \*.

\* Демпферы на этих весах сняты, к коромыслу с двух сторон жестко прикреплены два стержня длиной 120 мм каждый.

На удлинённых плечах коромысла установлены каретки 1, которые можно передвигать по направляющим с нанесёнными на них

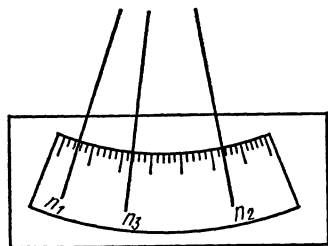


Рис. 11

делениями, изменяя таким образом длину плеч коромысла. Эти каретки несут призмы, на которых подвешиваются чашки весов. Для изменения положения центра тяжести коромысла вдоль стрелки весов перемещается специальный цилиндрический грузик 3. Весы снабжены также двумя подвижными грузиками 2, служащими для регулировки равновесия ненагруженных весов. Поскольку весы не имеют демпфера, среднее положение стрелки находят методом качаний. Для этого по шкале определяют последовательные отклонения стрелки при качаниях:  $n_1$ ,  $n_2$  и  $n_3$  (рис. 11). Положение равновесия определяется как

$$n_0 = \frac{1}{2} \left( \frac{n_1 + n_3}{2} + n_2 \right) \quad \text{или} \quad n_0 = \frac{n_1 + 2n_2 + n_3}{4}. \quad (3)$$

Положение равновесия ненагруженных весов называется их *нулевой точкой*.

Описание аналитических весов и инструкция по их применению прилагаются к работе и с ними необходимо детально ознакомиться.

### Задание 1. Исследование зависимости чувствительности весов от длин плеч коромысла

**ПРИБОРЫ и ПРИНАДЛЕЖНОСТИ:** специальные аналитические весы с переданным коромыслом, разновес 10 мг.

1. Установить подвижные каретки 1 (см. рис. 10) в положение I на коромысле. С помощью грузов 2 добиться равновесия весов. По формуле (3) определить нулевую точку весов  $n_0$ . На правую чашку весов положить разновес 10 мг и по той же формуле определить положение равновесия  $n'_0$ . Рассчитать чувствительность весов по формуле (1), при этом

$$\Delta\beta = |n'_0 - n_0|.$$

Осуществляя перестановку кареток и возвращая их при этом в положение I, произвести определение чувствительности не менее пяти раз. Рассчитать погрешность измерения чувствительности.

2. Перемещая каретки в новые положения на коромысле II, III, IV и V, повторить измерения, указанные в п. 1. Определить чувствительность весов для каждого положения.

3. Построить график зависимости чувствительности от длины плеч коромысла, указав на нем величину погрешности.

## **Задание 2. Исследование зависимости чувствительности весов от положения центра тяжести коромысла**

**ПРИБОРЫ и ПРИНАДЛЕЖНОСТИ:** специальные аналитические весы с переделанным коромыслом, разновес 10 мг.

1. Установить подвижный грузик 3 (см. рис. 10) в положение I на стрелке весов. С помощью грузов 2 добиться равновесия весов. По формуле (3) определить нулевую точку весов. Так же как в задании 1, найти чувствительность весов и погрешность ее измерения.

2. Перемещая грузик в новые положения II, III, IV и V вдоль стрелки весов, определить чувствительность для каждого положения этого грузика.

3. Построить график зависимости чувствительности весов от положения центра тяжести коромысла, указав на нем величину погрешности.

## **Задание 3. Взвешивание на аналитических весах**

**ПРИБОРЫ и ПРИНАДЛЕЖНОСТИ:** весы АДВ-200, набор разновесов, взвешиваемое тело.

1. Определить чувствительность весов АДВ-200. Для этого с помощью встроенных кольцевых разновесов установить нагрузку 10 мг. По шкале определить отклонение стрелки весов и рассчитать чувствительность. Сравнить ее с чувствительностью весов, использованных в заданиях 1 и 2.

Поместить на правую и левую чашки весов одинаковые предельно допустимые разновесы (по 200 г) и определить чувствительность предельно нагруженных весов. Сделать заключение о том, зависит ли чувствительность весов от их нагрузки.

2. На левой чашке весов поместить взвешиваемое тело и произвести его взвешивание не менее пяти раз. Рассчитать случайную погрешность взвешивания.

3. Поместить взвешиваемое тело на правой чашке весов и произвести взвешивание не менее пяти раз.

4. По результатам, полученным в п. 1 и 2, сделать выводы о систематической погрешности весов, связанной с неравноплечностью их коромысла.

5. По нижеприведенной формуле может быть рассчитана поправка на выталкивающую силу воздуха:

$$\Delta m = m \left( \frac{\rho_{\text{в}}}{\rho_{\text{т}}} - \frac{\rho_{\text{в}}}{\rho_{\text{р}}} \right), \quad (4)$$

где  $m$  — масса взвешиваемого тела,  $\rho_{\text{в}}$  — плотность воздуха,  $\rho_{\text{р}}$  — плотность разновесов,  $\rho_{\text{т}}$  — плотность взвешиваемого тела.

Так как  $\rho_{\text{в}} = 0,0012 \text{ г/см}^3$  (с достаточной точностью), а разновесы изготовлены обычно из латуни  $\rho_{\text{р}} = 8,4 \text{ г/см}^3$ , то, подставляя величины  $\rho_{\text{в}}$  и  $\rho_{\text{р}}$  в формулу (4), получаем

$$\Delta m = m \cdot 12 \cdot 10^{-4} [(1/\rho_{\text{т}}) - 0,12].$$

Найденную величину поправки на выталкивающую силу воздуха сравнить со случайной погрешностью взвешивания и погрешностью, обусловленной неравноплечностью весов.

Л и т е р а т у р а: Техническое описание аналитических весов типа АДВ-200, [12].

## 4 ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕЛИЧИНЫ ИЗНОСА С ПОМОЩЬЮ ТОРСИОННЫХ ВЕСОВ

Ц е л ь р а б о т ы: *приобретение навыков точного взвешивания на торсионных весах и сравнение величин износа при трении об абразивную шкурку двух образцов различной твердости.*

Величина износа в каждом опыте вследствие влияния многочисленных факторов, некоторые из которых невозможно заранее учесть, является случайной величиной. Поэтому заключение об износе того или иного образца может быть сделано лишь на основании статистической обработки результатов измерения.

### ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

Величина износа образцов в данной работе определяется с помощью *торсионных весов*. Торсионные весы серийного типа ВТ-100 предназначены для измерения малых масс до 100 мг; их общий вид показан на рис. 12, а.

Чувствительным элементом торсионных весов является спиральная пружина

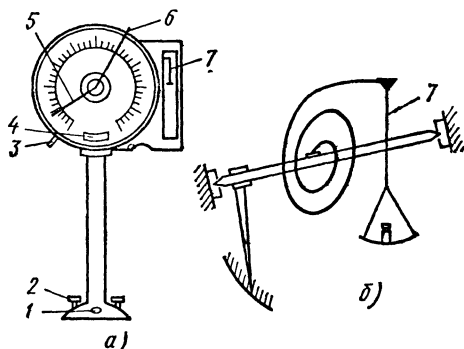


Рис. 12

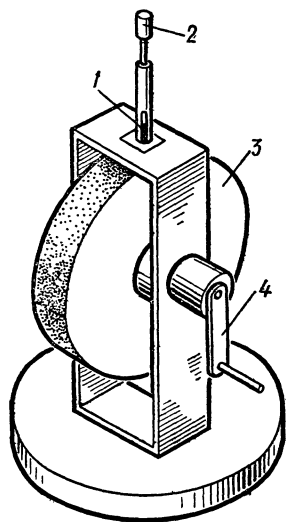


Рис. 13

жина (рис. 12, б). Эта пружина закручивается под действием взвешиваемого предмета, помещенного на чашечку, которая подвешена к рычагу 7, жестко скрепленному с одним из концов пружины. При этом указатель 4 смещается в сторону от положения рав-

новесия. Весы можно вновь уравновесить. Для этого нужно рычаг 6, с которым соединен второй конец пружины, поворачивать до тех пор, пока указатель 4 не вернется в среднее положение. При этом искомая масса определяется по шкале весов с помощью стрелки 5, жестко скрепленной с рычагом 6. Установочные винты 2 нужны для того, чтобы выставить весы по уровню 1. Индексом 3 обозначен арретир.

Для получения износа образцов используется простейшее приспособление — точило, изображенное на рис. 13. Цилиндрический образец 1, в качестве которого удобно использовать карандашный грифель, прижимается грузом 2 к абразивной ленте точила, зажатой на торце диска 3. Диск приводится во вращение рукояткой 4.

### **Задание 1. Проверка градуировки шкалы весов и определение их чувствительности**

**ПРИБОРЫ и ПРИНАДЛЕЖНОСТИ:** торсионные весы ВТ-100, разновесы 10, 20, 50 и 100 мг.

1. При помощи разновесов известной массы (10, 20, 50 и 100 мг) проверить градуировку шкалы весов во всем диапазоне. В случае необходимости ввести поправку на систематическую ошибку, связанную с погрешностями весов.

2. Рассчитать чувствительность весов по формуле

$$j = \Delta\beta / \Delta P,$$

где  $\Delta\beta$  — отклонение стрелки весов в делениях шкалы, вызванное перегрузком  $\Delta P$ . Повторить измерения чувствительности не менее пяти раз.

3. Сравнить систематическую погрешность, связанную с неточностью градуировки шкалы весов, со случайной погрешностью, найденной при определении чувствительности.

### **Задание 2. Построение функции распределения износа**

**ПРИБОРЫ и ПРИНАДЛЕЖНОСТИ:** торсионные весы, приспособление для изнашивания образцов (ручное точило), образцы: два карандашных грифеля различной твердости.

1. Установить в точило один из грифелей (масса грифеля не должна превышать предельную нагрузку весов — 100 мг). После каждого полного оборота рукоятки точила производить взвешивание грифеля на торсионных весах. Износ в каждом опыте берется как разность отсчетов при последующих взвешиваниях. Таким образом получить для данного грифеля 30—40 результатов измерений износа.

2. Установить в точило грифель другой твердости и повторить указанные в п. 1 измерения.

3. Построить гистограммы \* и с их помощью графики функции распределения износа грифелей разной твердости. Сделать заключение об износе исследованных грифелей.

Сравнить разброс результатов, получаемых при измерении износа со случайной и систематической погрешностями, определенными в задании 1.

Л и т е р а т у р а : Техническое описание торсионных весов, [12].

## 5 ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВРЕМЕНИ УДАРА

**Ц е л ь р а б о т ы:** *измерение времени соударения металлических тел, а также изучение зависимости времени удара от материалов и скорости сближения тел.*

Удар твердых тел — совокупность явлений, возникающих при столкновении движущихся тел. Промежуток времени, в течение которого происходит удар, обычно очень мал ( $10^{-3}$ — $10^{-6}$ с). Во время удара тела деформируются, в зоне контакта возникают так называемые ударные силы, что приводит к значительным изменениям скоростей точек соударяющихся тел. Следствием удара могут быть остаточные деформации, звуковые колебания, нагревание тел, изменение механических свойств их материалов, а при скоростях соударения, больших так называемых критических, наблюдается разрушение тел в месте удара.

Характер протекания удара существенно зависит от модуля упругости, твердости, вязкости и других свойств материала соударяющихся тел, размеров и массы тел (см. лабораторную работу 14). Знание времени соударения позволяет производить расчет возникающих при ударе сил, что очень важно при решении многих технических задач.

В настоящей работе для определения малых промежутков времени удара ( $10^{-3}$ — $10^{-4}$ с) применяется метод конденсаторного хронометра, основанный на измерении количества электричества, которое успевает протечь через цепь баллистического гальванометра за время, подлежащее измерению. В течение этого времени через цепь гальванометра разряжается конденсатор  $C$ , предварительно заряженный зарядом  $Q_0$  (рис. 14). После замыкания цепи заряд на обкладках конденсатора меняется по закону

$$Q_t = Q_0 e^{-t/(rC)} = CU_0 e^{-t/(rC)},$$

где  $Q_t$  — заряд, оставшийся на конденсаторе к моменту времени  $t$ ,  $r$  — сопротивление цепи разрядки конденсатора,  $C$  — электроемкость конденсатора,  $U_0$  — напряжение на конденсаторе в начале его разрядки.

\* Полученные значения  $\Delta t$  разбить на ряд интервалов (6—8 интервалов) и отложить их на оси абсцисс. По оси ординат отложить долю от полного числа измерений, приходящуюся на соответствующий интервал. Полученная при этом диаграмма называется *гистограммой*.



Заряд  $Q_p$ , протекающий через гальванометр за время разрядки  $t$ , равен

$$Q_p = Q_0 - Q_t = CU_0 (1 - e^{-t/(rC)}),$$

откуда получим

$$t = -rC \ln \left( 1 - \frac{Q_p}{CU_0} \right). \quad (1)$$

Заряд  $Q_p$ , протекающий за малое время разрядки через гальванометр, вызывает отклонение его указателя, пропорциональное протекающему заряду:

$$Q_p = K_6 n, \quad (2)$$

где  $K_6$  — баллистическая постоянная гальванометра,  $n$  — максимальное отклонение указателя гальванометра при протекании заряда  $Q_p$ .

Учитывая выражение (2), для времени разрядки получаем

$$t = -rC \ln \left( 1 - \frac{K_6 n}{CU_0} \right). \quad (3)$$

Так как  $K_6 n / (CU_0) \ll 1$ , то, разложив выражение (3) в ряд \* и ограничившись первым членом разложения, получим приближенную расчетную формулу для  $t$ :

$$t = K_6 n r / U_0. \quad (4)$$

## ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

**ПРИБОРЫ и ПРИНАДЛЕЖНОСТИ:** установка для измерения времени удара, гальванометр, источник питания, емкость.

На рис. 15 показан общий вид установки. Шар 1 на бифилярном подвесе может ударяться об одну из четырех плоских поверхностей поворачивающегося вокруг вертикальной оси куба 2. Каждая плоскость куба сделана из разного материала. Куб в данном случае играет роль закрепленной «стенки». Для выбора угла бросания шар может быть зафиксирован в любом месте дуги со шкалой 4 с помощью электромагнита 3. По шкале 4 может производиться отсчет угла бросания  $\alpha$  и угла подъема шара после удара. Для удобства отсчета на шаре имеется диаметрально расположенная риска. Скорость бросания шара  $v$  выражается формулой

$$v = 2 \sqrt{gl} \sin(\alpha/2), \quad (5)$$

где  $l$  — длина подвеса (от центра шара).

Металлические поверхности куба и шар включены в цепь конденсаторного хронометра так, что при соприкосновении шара с поверхностью куба начинается разряд конденсатора. Схема конденсатор-

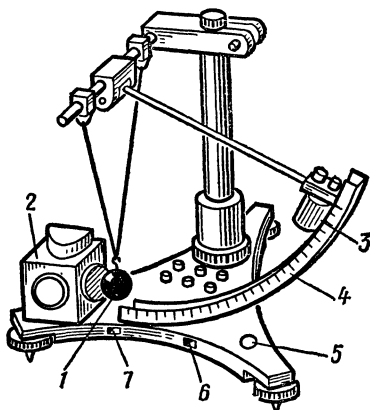


Рис. 15

\* Бронштейн И. Н., Семендяев К. А. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов. М., 1965, с. 119.

ного хронометра, представленная на рис. 14, смонтирована на основании установки. Наружу выведены клеммы для подключения баллистического гальванометра, клеммы для подключения вольтметра и клеммы для подключения конденсатора, а также тумблер 6 включения электромагнита, тумблер 7 переключения конденсатора в режим зарядки или разрядки (*Т66* и *Т67* на рис. 14). Среднее положение тумблера 7 соответствует отключению аккумулятора *A* от установки. Для успокоения рамки гальванометра *G* имеется кнопка 5, при нажатии которой рамка гальванометра закорачивается.

### **Задание 1. Определение времени удара о неподвижные образцы из различных материалов**

1. Проверить правильность подключения всех элементов электрической цепи в соответствии со схемой (см. рис. 14).

2. Зафиксировать шар на шкале 4 в некотором начальном положении при помощи электромагнита. Записать значение угла бросания шара ( $\alpha = 30 \div 50^\circ$ ).

3. Поставить тумблер 7 в положение «заряд» и произвести зарядку конденсатора. Отрегулировать напряжение потенциометром *П* (см. рис. 14) и записать его значение при зарядке  $U_0$ .

4. Перевести тумблер 7 в положение «разряд» и произвести удар шара о поверхность куба, для чего освободить шар, выключив питание электромагнита при помощи тумблера 6.

5. Не допуская повторного удара шара, измерить максимальное отклонение гальванометра после однократного удара. По формуле (4) подсчитать время удара. Повторить все измерения не менее 5—6 раз. Рассчитать случайную погрешность измерения времени удара.

6. Провести те же измерения (п. 2—5) для остальных трех материалов неподвижных образцов (материал неподвижных образцов меняется поворотом куба (см. рис. 15) вокруг вертикальной оси).

7. После статистической обработки полученных результатов сделать вывод о связи времени удара с механическими свойствами материалов соударяющихся тел.

Определить величину систематической погрешности, связанной с тем, что формула (4) является приближенной, и для одного из материалов сравнить ее с величиной случайной погрешности.

### **Задание 2. Изучение зависимости времени удара от скорости сближения тел**

1. Изменять скорость сближения, меняя начальный угол бросания. Скорость бросания  $v$  вычисляется по формуле (5).

Изменяя начальные положения шара через каждые  $10^\circ$ , произвести измерения времени удара (как это описано в задании 1) для 5—6 начальных углов  $\alpha$ , причем для каждого угла бросания проводить не менее 5—10 измерений.

2. Построить график зависимости времени удара от скорости сближения тел.

3. Оценить погрешности измерения, указав разброс на графике.

Л и т е р а т у р а: [12].

## 6 ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСКОРЕНИЯ СВОБОДНОГО ПАДЕНИЯ

*Ц е л ь р а б о т ы: ознакомление с методами измерения коротких промежутков времени на примере определения величин ускорения свободного падения двумя методами:*

(1) стробоскопическим;

(2) методом измерения времени падения тела с заданной высоты.

На основании результатов измерения необходимо сравнить точность определения  $g$  в двух этих методах.

Стробоскопический метод часто используется в технике. Он позволяет анализировать различные виды периодических движений: вращение деталей машин, колебания струны, движение падающих капель и т. д. В данной работе стробоскопический метод использован для определения промежутков времени между моментами отрыва капель воды, вытекающей через узкую трубку. Принцип стробоскопического метода основан на том, что когда частота повторения импульсов света, создаваемых стробоскопом, равна или кратна частоте периодических движений наблюдаемого тела (например, частоте выпадения капель жидкости), то у наблюдателя создается впечатление, что тело (капля) неподвижно, поскольку капля освещается и делается видимой только в отдельные промежутки времени, малые по сравнению с периодом падения капель.

### ОПИСАНИЕ УСТАНОВОК

(1) Схема установки, применяемой для измерения  $g$  стробоскопическим методом, изображена на рис. 16. Наверху штатива укреплена ванна 1 с капельницей 2. Внизу штатива имеется подставка с бачком для сбора воды, вытекающей из капельницы. Шкала 3 служит для измерения расстояния между отдельными каплями.

Для определения числа падающих капель за 1 с может быть использован электронный строботахометр, например типа СТ-МЭИ, который позволяет получать световые вспышки с частотами, лежащими в пределах от 5 до 500 Гц. Он состоит из задающего генератора 5 и генератора световых импульсов 4 (газоразрядная лампа). Эта лампа укреплена на штативе и служит для освещения световыми импульсами падающих капель и измерительной шкалы 3.

Если в капельницу поступает вода под постоянным давлением, то из узкого отверстия с постоянной частотой выпадают капли, движущиеся затем с ускорением, равным  $g$  (сопротивлением воздуха можно пренебречь). Поскольку ванна 1 достаточно широка

(250 × 400 мм), то при малом отверстии капельницы ( $D = 0,5 \div 1,0$  мм) постоянство давления обеспечивается с достаточной

точностью в течение времени, необходимого для проведения измерений.

При обычном освещении поток капель кажется непрерывной струей. Если же освещать поток капель прерывистым светом и частота миганий будет совпадать с частотой выпадения капель, то за «темный» промежуток времени каждая последующая капля успеет занять место предыдущей и капли будут казаться неподвижными.

Точность измерений определяется точностью воспроизведения и измерения

частоты вспышек, а также точностью регистрации момента остановки стробоскопической картины. Кроме того, при проведении измерений нужно принимать во внимание погрешности, зависящие от непостоянства во времени самой измеряемой величины — частоты выпадения капель.

Приняв начальную скорость капли в момент выпадения равной нулю, найдем расстояние между капельницей и некоторой  $n$ -й каплей:

$$l_n = gt_n^2/2,$$

причем время падения этой капли  $t_n$  легко выразить через период выпадения капель  $T$ . Так как  $t_n = nT$ , то

$$l_n = gn^2T^2/2, \quad (1)$$

откуда

$$g = 2l_n/n^2T^2. \quad (2)$$

Период выпадения капель

$$T = 1/\nu, \quad (3)$$

где  $\nu$  — частота выпадения капель.

С учетом (3) из выражения (2) получаем для ускорения свободно падающей капли следующую формулу:

$$g = 2l_n\nu^2/n^2. \quad (4)$$

Так как частота на шкале строботометра дана в циклах в минуту, то расчетная формула для  $g$  примет вид

$$g = l_n N^2 / (1800 n^2), \quad (5)$$

где  $N$  — отсчет по шкале строботометра.

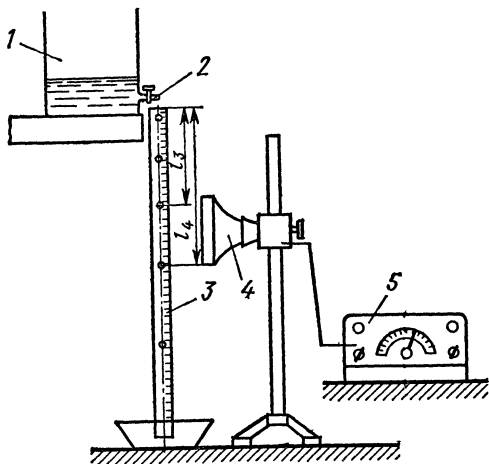


Рис. 16

(2) Схема установки для определения  $g$  по времени падения тела с заданной высоты приведена на рис. 17. Время падения шарика с заданной высоты измеряется с помощью электрического секундомера, принцип действия которого состоит в том, что в момент его включения в электрическую цепь начинает вращаться ротор синхронного электродвигателя. С ротором соединена стрелка секундомера, шкала которого градуируется в секундах по образцовому секундомеру. Точность отсчета по электрическому секундомеру 0,01 с.

Стальной шарик удерживается электромагнитом Э. Электромагнит может перемещаться вдоль штанги 1, на которой нанесены сантиметровые деления. Электромагнит с помощью стопорного винта 2 может быть зафиксирован в любом положении на штанге. Внизу штанги расположен контакт П, который размыкается в момент удара о него шарика, разрывая цепь питания секундомера. При замыкании ключа К срабатывает реле

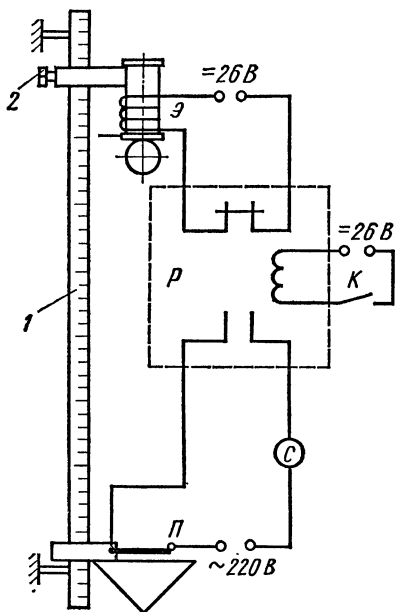


Рис. 17

Р, которое своими контактами выключает ток в обмотке электромагнита и одновременно включает электрический секундомер С.

Погрешность в измерении может вноситься инерционностью срабатывания реле. Быстрота срабатывания реле составляет 0,002 с.

### Задание 1. Измерение $g$ стробоскопическим методом

**ПРИБОРЫ и ПРИНАДЛЕЖНОСТИ:** установка с капельницей и шкалой, строботахометр СТ-МЭИ.

1. Проверить градуировку шкалы генератора строботахометра. Для этого включить лампу строботахометра и осветить ее вспышками окно электромагнитного вибратора, расположенное в верхнем левом углу на лицевой панели генератора строботахометра. Поставить стрелку регулятора частоты на одну из реперных точек, проверить, соответствует ли число неподвижных изображений вибратора значениям, приведенным в таблице:

|                                                   |      |      |      |      |      |
|---------------------------------------------------|------|------|------|------|------|
| Деление шкалы, об/мин . . . . .                   | 1500 | 2000 | 2400 | 3000 | 4000 |
| Число неподвижных изображений вибратора . . . . . | 1    | 1    | 2    | 1    | 2    |

В случае расхождения отрегулировать прибор с помощью лабо-  
рапта.

2. Открыть кран 2 (см. рис. 16) и отрегулировать струю, выте-  
кающую из капельницы (лучший режим соответствует переходу от  
непрерывного истечения струи к капельному).

3. Осветить лампой строботаксметра падающие капли так,  
чтобы на белом поле линейки были видны контрастные тени ка-  
пель.

4. При помощи регулятора частоты на панели генератора,  
медленно изменяя частоту, добиться «остановки» капель. По шкале  
генератора определить эту частоту вспышек.

5. По шкале 3 измерить расстояние до  $n$ -й капли.

6. Рассчитать ускорение свободного падения, пользуясь фор-  
мулой (5).

7. Повторить измерения не менее пяти раз и, проведя анализ  
случайных погрешностей, сделать выводы о точности этого метода  
измерения  $g$ .

**Примечание.** При стробоскопическом методе измерения возможны  
грубые ошибки, связанные с наблюдением так называемых кратных стробо-  
скопических картин. Дело в том, что эффект неподвижной картины возникает  
не только когда частота вспышек равна частоте выпадения капель (основной  
синхронизм), но и в случаях кратности этих частот. Например, если частота  
вспышек вдвое больше частоты выпадения капель, измеряемое расстояние  
 $l_n$  окажется вдвое меньше истинного. Если же частота вспышек света в два  
раза меньше частоты выпадения капель, то измеряемое расстояние окажется  
вдвое больше истинного. Для избежания подобных ошибок необходимо прежде  
всего убедиться в том, что измеряемая частота меньше верхнего предела  
измерения (т. е. установить нужный диапазон частот на генераторе). Это де-  
лается путем уменьшения частоты вспышек от ее наибольшего значения до  
достижения основного синхронизма, т. е. первой устойчивой стробоскопи-  
ческой картины, при которой расстояния между каплями будут наиболь-  
шими.

## **Задание 2. Измерение $g$ по времени падения тела с заданной высоты**

**ПРИБОРЫ и ПРИНАДЛЕЖНОСТИ:** установка с электромагнитом, электри-  
ческими контактами и электрическим секундомером, образцовый секундомер.

1. С помощью образцового секундомера произвести проверку  
градуировки шкалы электрического секундомера.

2. Установив электромагнит на некоторой высоте на штанге 1  
(рис. 17), измерить время падения двух шариков различных диа-  
метров. Для каждого шарика измерения повторить не менее пяти  
раз. На основании полученных результатов сделать заключение  
о том, зависит ли время падения от диаметра шарика.

3. Измерить время падения шарика с 5—6 различных высот.  
Для каждого положения электромагнита на штанге повторить изме-  
рения времени падения шарика не менее пяти раз. Рассчитать  
погрешность измерения в каждом случае.

4. По полученным значениям построить график  $h = f(t^2)$ , указав на нем погрешности измерения. По тангенсу угла наклона графика к оси абсцисс найти ускорение свободного падения.

5. Проведя статистический анализ результатов измерений, сделать выводы о точности этого метода измерения.

6. Сравнить точность двух примененных в данной работе методов измерения ускорения свободного падения.

7. Определить основные источники погрешностей в первом и втором методах измерения.

Л и т е р а т у р а : Техническое описание строботаксметра типа СТ-МЭИ, [12].

## ИЗУЧЕНИЕ СИЛ РАЗЛИЧНОЙ ФИЗИЧЕСКОЙ ПРИРОДЫ В МЕХАНИКЕ (СИЛЫ ГРАВИТАЦИИ, ТРЕНИЯ И УПРУГОСТИ)

7. Изучение явлений, сопутствующих упругой деформации

8. Определение модуля упругости различных материалов акустическим методом

9. Определение гравитационной постоянной

10. Определение сил внешнего трения методом наклонного маятника

11. Изучение внутреннего трения в воздухе с помощью крутильных весов

### 7 ИЗУЧЕНИЕ ЯВЛЕНИЙ, СОПУТСТВУЮЩИХ УПРУГОЙ ДЕФОРМАЦИИ

**Ц е л ь р а б о т ы:** *изучение зависимости деформации полимерного материала — резинового образца цилиндрической формы — от напряжения при деформации растяжения-сжатия.*

В работе предлагается рассмотреть явления упругого последействия, гистерезис, а также определить модуль Юнга, время релаксации и коэффициент поглощения энергии изучаемого образца.

Упругая деформация твердых тел описывается законом Гука

$$\sigma = \varepsilon E, \quad (1)$$

где  $\sigma = F/S$  — *нормальное напряжение* (отношение силы  $F$ , приложенной перпендикулярно поперечному сечению образца, к площади  $S$  этого сечения);  $\varepsilon = \Delta l/l$  — *относительная деформация* (отношение удлинения  $\Delta l$  к первоначальной длине  $l$  образца);  $E$  — *модуль упругости (модуль Юнга)*.

Модуль Юнга характеризует упругие свойства твердых тел при деформации растяжения-сжатия. Он численно равен величине напряжения, которое вызывает изменение длины образца вдвое, если деформация при этом остается упругой.

Закон Гука справедлив лишь для идеально упругих тел, для реальных же тел наблюдаются отклонения от этого закона. Эти отклонения в области напряжений, не превосходящих предела упругости, объединяются общим понятием *неупругости*. Проявлением неупругости являются, например, *упругое последействие* и *упругий гистерезис*, подлежащие экспериментальному наблюдению в данной работе.

Явление упругого последействия заключается в изменении со временем деформированного состояния при неизменной величине напряжения. В этом случае

после приложения нагрузки к образцу деформация возникает не мгновенно, а продолжает увеличиваться с течением времени (*прямое упругое последствие*); также и после снятия нагрузки деформация образца исчезает не мгновенно, а продолжает уменьшаться во времени (*обратное упругое последствие*).

Зависимость деформации от времени при разгрузке может быть приближенно описана выражением

$$\varepsilon = \varepsilon_0 e^{-\Delta t / \tau}, \quad (2)$$

где  $\varepsilon_0$  — относительная деформация в момент снятия нагрузки,  $\varepsilon$  — относительная деформация спустя промежуток времени  $\Delta t$  после снятия нагрузки,  $\tau$  — время релаксации.

Время релаксации  $\tau$  — величина, характерная для данного материала. Она показывает, за какое время деформация, оставшаяся после мгновенного снятия нагрузки, уменьшится в  $e$  раз, т. е. уменьшится до величины

$$\varepsilon_\tau = \varepsilon_0 / e = 0,37 \varepsilon_0.$$

Если к образцу прикладывать сперва возрастающее напряжение, а затем производить разгрузку, то на графике  $\sigma = f(\varepsilon)$  кривая нагрузки не будет совпадать с ветвью разгрузки. При полном цикле нагрузки-разгрузки график дает *петлю гистерезиса*. Площадь петли пропорциональна доле энергии упругости  $\Delta W$ , перешедшей в тепло.

Явления необратимого превращения в теплоту механической энергии (иначе, *диссипация энергии*) в процессах деформирования твердых тел называется *внутренним трением*.

Для количественной оценки внутреннего трения материалов часто пользуются относительной величиной — *коэффициентом поглощения*

$$\psi = \Delta W / W, \quad (3)$$

где  $W$  — энергия упругой деформации.

Явление неупругости присуще всем реальным твердым телам, как полимерным, так и низкомолекулярным, в том числе и металлам.

Явления неупругости металлов и других кристаллических тел связаны с дефектами кристаллографической решетки: *вакансиями*, *дислокациями* и вызванными ими неоднородностями структуры, наличием внутренних микронапряжений в твердых телах. Неупругость полимерных материалов обусловлена изменением структур макромолекул под действием механических напряжений.

## ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

Установка для наблюдения упругого последствия и упругого гистерезиса представлена на рис. 18. Она состоит из испытуемого резинового стержня 4, укрепленного в патроне 5. Патрон 5 крепится на стойке с помощью винтов 7. Нагрузка резинового стержня осуществляется посредством металлических тяг 6 и штока 9 разного веса, помещаемыми на платформы 3. Связь между величинами  $\sigma$  и  $\varepsilon$  можно в первом приближении установить законом Гука, который в этом случае принимает вид

$$2\sigma = \varepsilon E, \quad (4)$$

так как верхняя половина стержня при этом растягивается, а нижняя сжимается. Поэтому на данной установке, для того чтобы вызвать некоторую деформацию  $\varepsilon$  (см. формулу (1)), нужно приложить вдвое большее усилие ( $2\sigma$ ), чем при чистом растяжении.

Для устранения перекоса и напряжений изгиба тяги 6 и шток 9 соединены шарниром 8.



Растяжение измеряется с помощью закрепленного в стойке индикатора часового типа \* 1 с пределами измерений от 0 до 1 мм и ценой деления шкалы 1 мкм. При деформации образца измерительный шток 9 перемещается, что приводит к изменению показаний индикатора.

### Задание 1. Определение модуля Юнга

**ПРИБОРЫ и ПРИНАДЛЕЖНОСТИ:** установка для деформации резинового стержня, набор разновесов от 1 до 5 кг.

1. Установить нулевое показание на индикаторе, перемещая его по стойке при отсутствии нагрузки, и закрепить винт 2 (рис. 18).

2. Произвести нагружение образца, для чего на одну из платформ положить разновес 1 кг и через 1—2 мин по индикатору определить величину деформации.

3. Провести измерения абсолютных деформаций  $\Delta l$  для грузов 2, 3, 4 и 5 кг.

При каждой нагрузке опыты повторять не менее пяти раз.

4. По результатам измерений построить график зависимости напряжения от относительной деформации  $\epsilon$  согласно формуле (4):

$$2\sigma = f(\epsilon)$$

(площадь сечения  $S$  образца и его длина  $l$  заданы или могут быть измерены).

Определить модуль Юнга  $E$  по тангенсу угла наклона графика относительно оси абсцисс, учитывая при этом масштабы по осям  $x$  и  $y$ .

5. Оценить погрешности измерений.

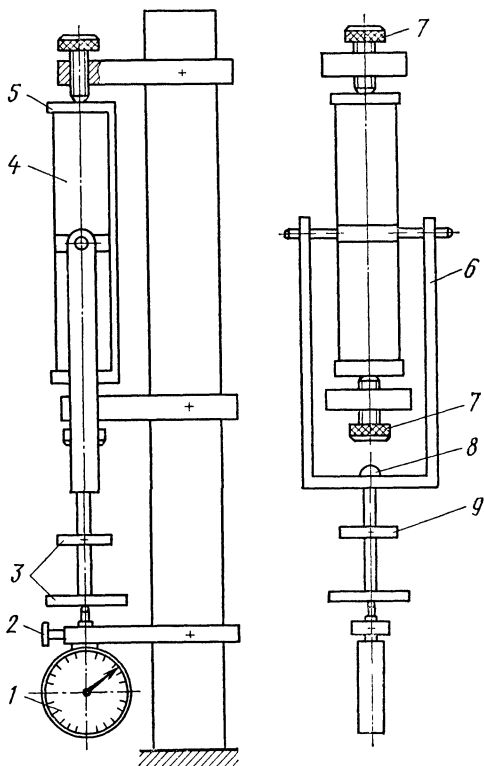


Рис. 18

\* Описание индикатора прилагается к работе.

## Задание 2. Изучение упругого последействия

**ПРИБОРЫ и ПРИНАДЛЕЖНОСТИ:** установка для деформации стержня, разновес 5 кг, секундомер.

1. Установить нулевое показание на индикаторе при отсутствии нагрузки и закрепить винт 2.

2. Осторожно положить на платформу 3 груз 5 кг и одновременно включить секундомер.

3. По индикатору производить измерения абсолютных деформаций  $\Delta l$  сначала сразу после приложения нагрузки, далее в первую минуту отсчет производить через каждые 10 с, во вторую — через 30 с и, после того как скорость изменения деформации уменьшится, запись показаний производить через 1 мин. Общее время наблюдений должно быть не менее 5—6 мин. На этом измерения деформаций при нагружении закончить.

4. Провести измерения абсолютных деформаций  $\Delta l$  при разгрузке. Для этого осторожно снять груз и одновременно включить секундомер. В том же порядке, как указано в п. 3, производить измерения деформации во времени.

5. Построить графики  $\Delta l = f(t)$  при нагружении и разгрузке.

6. Построить график  $\ln \epsilon = f(t)$  и определить время релаксации  $\tau$  материала образца (прологарифмировав выражение (2), получим  $\ln \epsilon = \ln \epsilon_0 - (t/\tau)$ , тогда  $\tau$  можно найти по углу наклона соответствующего графика к оси абсцисс, учитывая при этом масштабы по осям).

7. Сделать заключение по полученным результатам и оценить погрешности измерений.

## Задание 3. Наблюдение упругого гистерезиса

**ПРИБОРЫ и ПРИНАДЛЕЖНОСТИ:** установка для деформации стержня, набор разновесов от 0,2 до 4 кг.

1. Установить нулевое показание на индикаторе при отсутствии нагрузки и закрепить винт 2.

2. На верхнюю платформу осторожно положить разновес 100 г и по шкале индикатора определить абсолютную деформацию  $\Delta l$ .

3. Постепенно нагружая образец грузами по 200 г, довести нагрузку до 1 кг, после чего продолжать нагружение по 1 кг до 4 кг.

При каждой нагрузке производить отсчет показаний индикатора через 1—2 мин после каждого нагружения.

4. Аналогично указанному в п. 3, измерить абсолютные деформации  $\Delta l$  при разгрузке, для чего снимать грузы с платформы в обратном порядке (сначала по 1 кг, затем по 200 г).

5. Перевернуть образец вокруг горизонтальной оси на  $180^\circ$  в стойке (тогда при приложении нагрузки та часть стержня, которая

подвергалась ранее растяжению, будет сжиматься, и наоборот) и провести измерения согласно п. 3 и 4.

6. Приписав величинам напряжения и деформации во втором случае отрицательные знаки, построить график  $\sigma = f(\epsilon)$ .

7. Рассчитать коэффициент поглощения  $\psi = \Delta W/W$  (см. формулу (3)). Значение  $\Delta W$  определить планиметрически, измерив площадь петли гистерезиса, умножив ее величину на масштаб по оси  $x$  и  $y$ .

8. Оценить погрешности измерений.

Л и т е р а т у р а : [17; 22, т. 1].

## 8 ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОДУЛЯ УПРУГОСТИ РАЗЛИЧНЫХ МАТЕРИАЛОВ АКУСТИЧЕСКИМ МЕТОДОМ

*Ц е л ь р а б о т ы : определение модуля упругости (модуля Юнга) различных материалов и знакомство с методом ультразвуковой локации.*

Метод ультразвуковой локации основан на послышке в контролируемый образец коротких ультразвуковых импульсов и регистрации времени прихода эхосигнала, отраженного от границы образца (или от какого-либо дефекта его сплошности). Измерив время  $\Delta t$ , прошедшее от момента послышки импульса до момента возвращения отраженного сигнала, можно определить либо глубину  $l$  залегания дефекта, либо длину образца:

$$l = v \Delta t / 2, \quad (1)$$

где  $v$  — скорость распространения ультразвука в материале образца.

Скорость распространения продольных упругих волн в твердом теле зависит от его модуля упругости  $E$  и плотности  $\rho$ :

$$v = \sqrt{E/\rho}. \quad (2)$$

Зависимость (2) позволяет определить упругие свойства сред, если известны скорость  $v$  и  $\rho$ .

### ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

**ПРИБОРЫ и ПРИНАДЛЕЖНОСТИ:** ультразвуковой дефектоскоп, например типа УДМ-3, держатель образцов с излучателем, образцы из различных материалов.

Для измерения скорости распространения ультразвуковой волны в упругих средах используется ультразвуковой дефектоскоп УДМ-3. В технике ультразвуковая дефектоскопия используется для обнаружения различного рода дефектов в деталях (например, трещин, инородных включений и т. п.) без нарушения их целостности. Принцип действия ультразвуковой установки пояснен на рис. 19.

Дефектоскоп содержит импульсный генератор высокой частоты 2, который возбуждает в излучателе 5, изготовленном из керамики титаната бария  $\text{BaTiO}_3$ , механические колебания в виде коротких высокочастотных импульсов. При подаче импульсов напряжения на посеребренные торцы пластины титаната бария она изменяет

свои геометрические размеры в такт с частотой подаваемого напряжения (*обратный пьезоэффект*). Излучатель 5 плотно прижимается к исследуемой заготовке 3. Для создания лучшего акустического контакта между излучателем и заготовкой наносится тонкий слой машинного масла. Излучатель при своем расширении деформирует ближайшие слои исследуемой заготовки, в которой распространяется ультразвуковая волна. Пройдя через заготовку 3, она отражается от ее края или дефекта и возвращается к излучателю 5. Отраженный импульс передается излучателю за счет *прямого пьезоэффекта* —

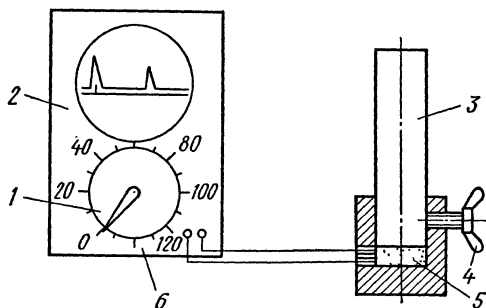


Рис. 19

на его серебряных обкладках образуется импульс электрического напряжения, который затем усиливается при помощи электронного усилителя. На экране дефектоскопа наблюдаются два импульса. Первый левый импульс соответствует началу подачи ультразвукового импульса в заготовку от излучателя 5 и началу развертки луча по экрану. Второй импульс соответствует приходу отраженного ультра-

звукового импульса. Расстояние между импульсами 1 пропорционально времени  $\Delta t$  прохождения ультразвукового импульса от излучателя до отражающей поверхности и обратно ( $\Delta t$  — *время запаздывания* эхо-сигнала). Это расстояние измеряется с помощью метки, перемещаемой вдоль экрана рукояткой 1. Таким образом, при соответствующей градуировке шкалы глубиномера 6 можно измерять или время  $\Delta t$ , или длину пути прохождения ультразвукового импульса в образце, или скорость распространения ультразвукового импульса в нем. Для градуировки шкалы глубиномера используются образцовые цилиндрические заготовки разной длины (100 и 50 мм) и диаметром 20 мм из стали. Табличное значение скорости распространения звука для стали при комнатной температуре  $v = 5050$  м/с.

К работе прилагается техническое описание и инструкция по пользованию дефектоскопом УДМ-3.

### Задание 1. Градуировка шкалы глубиномера по времени

**ПРИБОРЫ и ПРИНАДЛЕЖНОСТИ:** прибор УДМ-3, держатель образцов с излучателем, два образца из стали длиной  $l_1 = 100$  мм и  $l_2 = 50$  мм.

Перед выполнением работы следует ознакомиться с инструкцией по пользованию прибором УДМ-3 и инструкцией по технике безопасности при работе с электронными приборами.

1. Образцовую заготовку из стали длиной  $l_1$  установить в держатель излучателя и при легком нажиме закрепить ее стопорным винтом 4 (рис. 19).

2. Ручки дефектоскопа установить в соответствии с инструкцией.

3. Плавное вращение рукоятки 1 (рис. 19) начиная от 0, добиться совпадения калибровочного прямоугольного импульса со вторым ультразвуковым импульсом \* на шкале дефектоскопа. В момент совпадения раздается легкий щелчок. В этот момент произвести отсчет  $N_1$  по шкале 6.

4. Установить в держатель другой эталонный образец длиной  $l_2$  и произвести второй отсчет  $N_2$ , для чего повторить манипуляции, указанные в п. 3.

5. Зная скорость  $v$  распространения ультразвука в стали и путь, который проходит в ней импульс, можно найти цену деления  $s$  шкалы прибора:

$$s = \frac{2(l_1 - l_2)}{v(N_1 - N_2)}.$$

## **Задание 2. Измерение модуля Юнга различных материалов**

**ПРИБОРЫ и ПРИНАДЛЕЖНОСТИ:** прибор УДМ-3, держатель образцов с излучателем, технические весы, разновесы, штангенциркуль, набор образцов из различных материалов: латунь, эбонит, сталь, свинец.

1. Установить в держателе один из образцов.

2. Поставить все рукоятки дефектоскопа в положения, указанные в инструкции к прибору.

3. Перемещать рукояткой 1 (рис. 19) калибровочный прямоугольный импульс по экрану осциллографа из левого крайнего положения до момента его совпадения со вторым импульсом. По шкале произвести отсчет времени прохождения ультразвукового импульса. Повторить измерения не менее 5—6 раз, каждый раз заново закрепляя исследуемый образец.

4. На основании выражений (1) и (2) рассчитать скорость  $v$  прохождения импульса в образце и определить модуль Юнга  $E$ . При этом предварительно необходимо экспериментально определить плотность образца.

5. Аналогичным путем определить модуль Юнга всех образцов. Найденные значения  $v$  и  $E$  для разных материалов занести в таблицу.

6. Провести анализ точности полученных результатов. Сопоставить полученные результаты со справочными данными.

---

\* В некоторых случаях после второго импульса может просматриваться целая серия шумовых импульсов, связанных с многократным отражением ультразвуковой волны от торцов измеряемой заготовки. Эти импульсы при измерении не учитывать.

### Задание 3. Измерение глубины залегания дефекта в образце

ПРИБОРЫ и ПРИНАДЛЕЖНОСТИ: прибор УДМ-3, держатель с излучателем для крепления образцов, образец с дефектом.

1. Установить в держателе образец с дефектом типа нарушения сплошности.

2. По шкале 6 (рис. 19) произвести измерение времени прохождения ультразвукового импульса до дефекта и обратно. Повторить измерения не менее пяти раз.

3. Зная скорость распространения ультразвука в данном материале, по формуле (1) рассчитать глубину залегания дефекта, отсчитывая ее от торца, прилегающего к излучателю.

4. Оценить погрешности измерения.

Л и т е р а т у р а : [17; 22, т. 1; 27; 31].

## 9 ОПРЕДЕЛЕНИЕ ГРАВИТАЦИОННОЙ ПОСТОЯННОЙ

*Ц е л ь р а б о т ы: ознакомление с силой гравитации на примере измерения одной из основных мировых констант — гравитационной постоянной.*

Значение гравитационной постоянной  $G$  впервые было определено Г. Кавендишем (1798) при помощи прибора, схема которого показана на рис. 20.

Для измерения очень малых сил притяжения между массами  $m_1$  и  $m_2$  Кавендиш использовал крутильные весы, для чего легкий стержень (коромысло) с двумя малыми шариками  $m_1$  подвешивался на тонкой нити. Затем сбоку к этим шарикам подносили два больших весьма тяжелых шара  $m_2$ , как показано на рисунке; притяжение шаров вызывало закручивание нити подвеса. Силу притяжения  $F$  между шарами можно было измерить по углу закручивания нити. Зная массы взаимодействующих шаров, расстояние  $R$  между их центрами и измерив силу притяжения, из формулы Ньютона

$$F = G \frac{m_1 m_2}{R^2} \quad (1)$$

можно было определить  $G$ . По той же формуле, считая теперь известными  $G$  и радиус Земли, можно вычислить и ее массу, поэтому Кавендиш

назвал свой опыт «взвешиванием Земли». Трудность этого опыта обусловлена, как уже было сказано, тем, что сила гравитационного притяжения между обычными телами очень мала, она намного меньше силы электростатического взаимо-

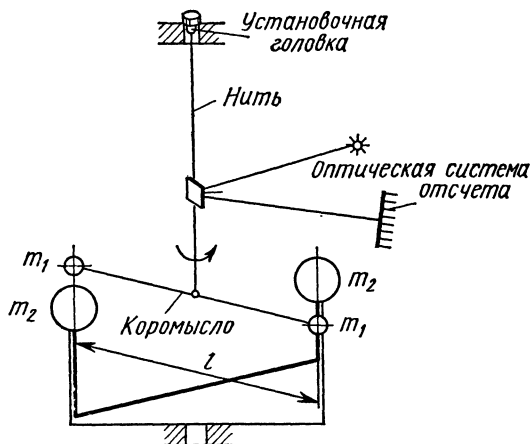


Рис. 20

действия заряженных тел. (Например, для двух электронов отношение силы тяготения к силе электростатического отталкивания — фантастически малая величина:  $0,24 \cdot 10^{-42}$ !)

Поэтому чувствительность крутильных весов, используемых для определения  $G$ , должна быть весьма высока. Чувствительность  $j$  крутильных весов определяется параметрами нити подвеса:

$$j = 32l / (\pi G_{\text{сд}} d^4), \quad (2)$$

где  $G_{\text{сд}}$  — модуль сдвига материала нити,  $d$  — диаметр нити,  $l$  — ее длина.

Движение выведенного из состояния равновесия коромысла (рис. 20), подвешенного на нити, описывается в первом приближении следующим дифференциальным уравнением (при отсутствии больших масс):

$$J\ddot{\alpha} + r\dot{\alpha} + D\alpha = 0, \quad (3)$$

где  $J$  — момент инерции стержня с шариками  $m_1$ ;  $r$  и  $D$  — соответственно коэффициент сопротивления среды и модуль кручения;  $\alpha$  — угол закручивания нити.

Анализ этого уравнения показывает, что при малом затухании ( $r^2 \ll 4DJ$ ) стержень будет совершать колебания с периодом

$$T = 2\pi \sqrt{J/D}. \quad (4)$$

Имея в виду, что  $D = 1/j$ , из (4) видим, что период колебаний данного стержня с шариками  $m_1$  тем больше, чем выше чувствительность крутильного подвеса, другими словами, для того чтобы измерить гравитационную постоянную, нам необходимо, чтобы период колебаний крутильных весов был большим (для нашего прибора он составляет 10 мин).

Колебание крутильного тела во многих случаях мешает проведению измерений на крутильных весах. Поэтому искусственно стремятся увеличить момент сопротивления. Для этого к крутильному телу прикрепляют специальный флюгер и помещают его в жидкость. Такое конструктивное устройство называется *демпфером*. Введение демпфера приводит к быстрому затуханию колебаний.

С помощью крутильных весов можно измерять моменты весьма малых сил. Естественный предел их чувствительности лимитируется лишь теми самопроизвольными хаотическими колебаниями весов, которые происходят в силу неизбежных тепловых флуктуаций (аналогичных броуновскому движению). Так, амплитуда флуктуационных крутильных колебаний весов, использующих кварцевую нить длиной 10 см и толщиной 1 мкм, составляет при комнатной температуре доли угловой минуты.

Пусть в начале опыта большие шары находятся в положении *I*, как это показано на рис. 21. В этом положении нить закручивается на угол  $\alpha$  и момент силы

$$Fl = D\alpha. \quad (5)$$

Затем переведем большие шары в положение *II*. Тогда на малые массы будут действовать одновременно момент упругих сил закрученной нити и момент пары сил, вызванный притяжением к большим шарам. Так как расстояние между шарами  $R$  и угол закручивания нити изменяется незначительно, то шарик  $m_1$  сразу после перемещения больших шаров будет двигаться с постоянным ускорением\*. В результате дополнительного действия момента упругих сил это ускорение будет вдвое больше ускорения, возникающего под действием сил притяжения больших шаров к малым.

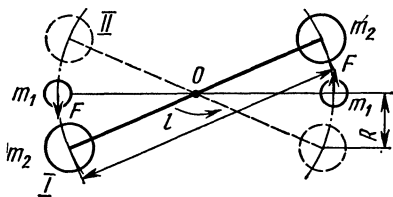


Рис. 21

\* В начальный момент движения (примерно 2 мин) расстояние между центрами шаров и закручивание нити подвеса остаются практически неизменными.

Пренебрегая силами сопротивления, которые малы вследствие малой скорости движения подвижной системы, из второго закона Ньютона для ускорения получим

$$a = 2F/m_1. \quad (6)$$

Подставив в уравнение (6) выражение для  $F$  из формулы (1) и выразив из него гравитационную постоянную, получим

$$G = aR^2/2m_2. \quad (7)$$

Таким образом, измерив ускорение движения шарика  $a$  после поворота больших шаров в положение  $II$  и зная  $R$ , можно определить значение гравитационной постоянной  $G$ .

## ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

**ПРИБОРЫ и ПРИНАДЛЕЖНОСТИ:** крутильные весы, секундомер.

Экспериментальная установка (рис. 22) представляет собой чувствительные крутильные весы. На вольфрамовой нити 7 диаметром 30 мкм и длиной 300 мм подвешен стержень 14 с закрепленными на концах массами 4 ( $m_1 = 4,0$  г). Длина стержня 120 мм. Для уменьшения колебаний подвижной системы предусмотрен демпфер, представляющий собой пластины 5, погруженные в стакан 3 с маловязким маслом. Для предохранения нити от вытягивания и обрыва от случайных сотрясаний в нерабочем состоянии служит арретир 1, 2. С помощью маховика 8 и поворотного лимба 13, закрепленного на оси 11, подвижная система крутильных весов устанавливается так, чтобы в состоянии равновесия она занимала среднее положение.

**Внимание!** Студентам поворачивать маховик 8 запрещается. Регулировка положения равновесия весов производится только лаборантом или преподавателем.

Нить подвеса, подвижная система весов и механизм

поворота 7, 10 расположены в защитных кожухах 9 и 12. Большие свинцовые массы 6 ( $m_2 = 1,5$  кг) укреплены на концах рычага,

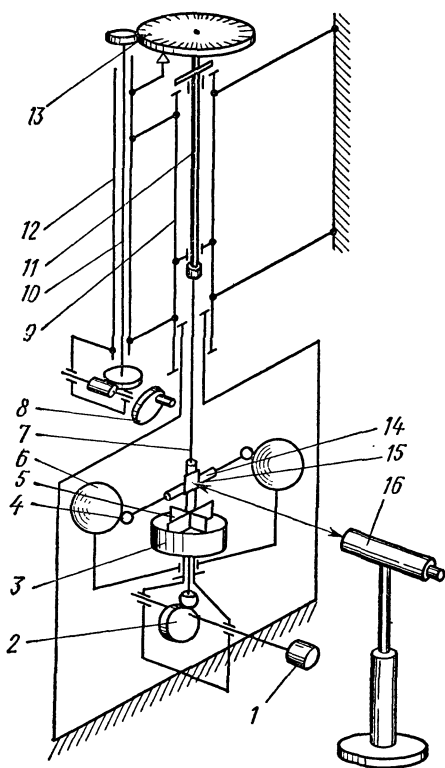


Рис. 22



который может поворачиваться относительно вертикальной оси прибора.

Для регистрации перемещений подвижной системы применены автоколлимационная труба 16 и зеркальце 15, укрепленное на подвижной системе прибора. Автоколлимационная труба — оптический прибор, представляющий собой зрительную трубу, в которой обычный окуляр заменен автоколлимационным окуляром. Принцип автоколлимации показан на рис. 23.

В фокальной плоскости  $FF$  объектива  $Об$  находится освещенная точка  $F_1$  на главной оси системы. Пучок лучей, вышедших из этой точки, пройдя через объектив, превращается в пучок лучей, параллельных оптической оси (коллиматор). Этот пучок отражается от

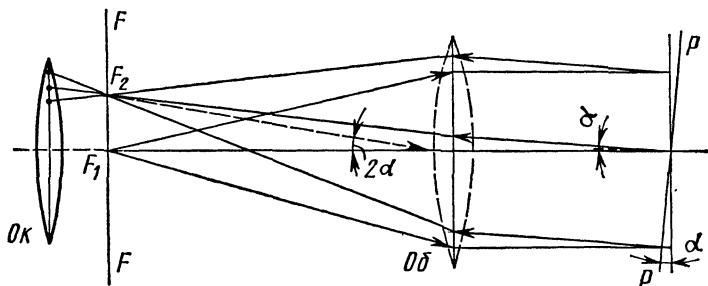


Рис. 23

плоского зеркала  $P$ , проходит снова через объектив и собирается в его фокальной плоскости в точке  $F_2$ , вообще говоря, не совпадающей с точкой  $F_1$ ; точки  $F_1$  и  $F_2$  совпадают только в том случае, если зеркало  $P$  строго перпендикулярно оси системы. Рассматривая через окуляр картину в фокальной плоскости  $FF$ , можно измерить при помощи шкалы угол поворота  $\alpha$  подвижной системы. Для этого шкала проградуирована в угловой мере: ее цена деления  $30''$ . Фокусное расстояние объектива применяемой автоколлимационной трубы АК-100 равно 300 мм.

Перемещение  $s$  шарика  $m_1$  при повороте подвижной системы на угол  $\alpha$  равно

$$s = \alpha l / 2, \quad (8)$$

где  $l$  — длина стержня, на котором укреплены подвижные шарики  $m_1$  ( $l = 60$  мм).

К работе прилагается техническое описание автоколлиматора типа АК-100.

### Задание 1. Определение чувствительности крутильных весов

1. Привести крутильные весы в рабочее состояние (разарретировать).

2. Наблюдая в окуляр автоколлимационной трубы за колебаниями системы, измерить (5—6 раз) период ее колебаний. Вычер-

тить график движения подвижной системы, отложив по оси ординат амплитуду колебаний (в угловой мере), по оси абсцисс — время.

3. Рассчитать чувствительность крутильных весов по формуле

$$j = \frac{1}{D} = \frac{T^2}{2\pi^2 m_1 l^2}, \quad (9)$$

полученной из выражения (4).

**Примечание.** Моментом инерции самого стержня и зеркала можно пренебречь ввиду их малости, поэтому  $J = m_1 l^2/2$ .

4. Рассчитать чувствительность крутильных весов по формуле (2).

**Примечание.** Модуль сдвига  $G_{\text{сд}}$  материала нити (вольфрам) взять из справочника.

5. Сравнить результаты, полученные в п. 3 и 4.

## **Задание 2. Динамический способ определения величины гравитационной постоянной**

1. Привести крутильные весы в рабочее состояние. При длительном нахождении (порядка 20 мин) больших масс в одном из крайних положений (положение *I*) определить положение перекрестия по шкале окуляра — нулевую точку весов.

2. Плавно переместить большие шары в другое крайнее положение (положение *II*) и по секундомеру через каждые 15 с производить отсчеты положения перекрестия автоколлиматора по шкале окуляра в течение примерно 1 мин после начала движения.

3. По полученным результатам построить график: по оси абсцисс откладывать квадрат времени ( $t^2$ ), а по оси ординат — удвоенный путь, пройденный подвижным шариком  $m_1$ . По тангенсу угла наклона этого графика к оси абсцисс определить ускорение  $a$ , учитывая при этом масштаб по осям  $x$  и  $y$ .

4. По формуле (7) рассчитать значение гравитационной постоянной.

5. Сравнить полученный результат с табличным значением  $G$ .

6. Зная значение гравитационной постоянной, рассчитать массу Земли ( $R = 6,4 \cdot 10^6$  м) и ее среднюю плотность.

## **Задание 3. Определение гравитационной постоянной по величине статического сближения шаров**

При этом методе величина гравитационной постоянной определяется по изменению расстояния между центрами шаров при перестановке больших шаров из одного крайнего положения в другое (см. рис. 21). Однако вследствие того, что подвижная система приходит в состояние равновесия весьма долго (примерно через час после начала движения), непосредственно измерить величину перемещения малых шаров затруднительно. Поэтому предлагается определять нулевую точку подвижных шаров из качаний. Демпфер при этом не нужен.

1. Поворотом рукоятки *1* поднять пластины *5* демпфера над стаканом *3* с маслом (см. рис. 22).

2. Наблюдая с помощью автоколлиматора за колебаниями шарика  $m_1$ , зафиксировать амплитуды его смещения при трех последовательных колебаниях. Большие шары при этом должны находиться в одном из крайних положений. Нулевую точку колеблющегося шарика рассчитать по формуле

$$n_0 = (n_1 + 2n_2 + n_3)/4,$$

где  $n_0$  — нулевая точка крутильных весов в положении *I* (см. рис. 21) больших шаров;  $n_1, n_2, n_3$  — амплитудные значения трех последовательных отклонений центра шарика  $m_1$ .

3. Переместить большие шары в другое крайнее положение *II* (см. рис. 21).

4. Повторив действия, описанные в п. 2, найти нулевую точку крутильных весов  $n'_0$  в крайнем положении *II* больших масс.

Разность  $n'_0$  и  $n_0$  даст удвоенное значение угла закручивания нити подвеса, вызванного действием момента сил тяготения.

Из условия равновесия можем записать

$$M = D\alpha/2, \quad (10)$$

где  $M = Fl$  ( $F$  — сила притяжения,  $l$  — длина стержня, на котором укреплены массы  $m_1$ );  $D$  — модуль кручения, определяемый в задании 1.

Подставив в равенство (10) выражение силы тяготения (1) и выражение для модуля кручения, полученного из формулы (9), а также учитывая, что при малых углах отклонения  $n \approx \alpha$ , для расчета  $G$  найдем следующую формулу:

$$G = \frac{\pi^2 l R^2}{T^2 m_2} \alpha, \quad (11)$$

где  $\alpha = n'_0 - n_0$ .

5. Измерив период колебаний  $T$  подвижной системы, рассчитать значение  $G$  по формуле (11). Все прочие параметры, входящие в эту формулу, заданы.

6. Сравнить значения  $G$ , полученные в заданиях 2 и 3, и сделать выводы о преимуществах того или иного метода.

Л и т е р а т у р а: [22, т. 1; 23; 30, т. 1; 35].

## 10 ОПРЕДЕЛЕНИЕ СИЛ ВНЕШНЕГО ТРЕНИЯ МЕТОДОМ НАКЛОННОГО МАЯТНИКА

Ц е л ь   р а б о т ы: экспериментальное изучение основных закономерностей, возникающих при трении скольжения, а также при трении качения. Кроме того, предлагается измерить коэффициенты трения для ряда материалов.

Во всех реальных механических процессах и системах имеют место силы трения, действие которых связывают в большинстве случаев с превращением механической энергии в тепло.

При перемещении одного тела относительно другого по его поверхности или слоев одного и того же тела относительно друг друга возникает сопротивление, характеризующееся рядом явлений, в том числе *силой трения*  $F_{тр}$ . Различают: силу внешнего трения как силу сопротивления, тангенциальную относительно перемещения двух твердых тел при их соприкосновении, и силу внутреннего трения как силу сопротивления, тангенциальную относительно перемещения слоев среды относительно друг друга.

Характерной особенностью внешнего трения является наличие *силы трения покоя*, определяемой как предельная тангенциальная сила, под действием которой начинается относительное перемещение соприкасающихся тел.

Внешнее трение возникает и между перемещающимися чистыми (*ювенильными*) поверхностями твердых тел, а также между поверхностями, покрытыми оксидными слоями.

Практически трудно получить чистые (ювенильные) поверхности. Оставшиеся, или прилипшие, адсорбированные поверхностно активные молекулы образуют на поверхности так называемые *границные слои*, сильно влияющие на процесс трения. В этом случае внешнее трение можно назвать *граничным трением*.

Основным законом для силы внешнего трения является закон А м о н т о н а — К у л о н а, уточненный Б. В. Дерягиным:

$$F_{тр} = f(N + P_0 S_0), \quad (1)$$

где  $f$  — коэффициент трения скольжения,  $N$  — нормальная нагрузка,  $P_0$  — удельная адгезия (сила прилипания, отнесенная к единице площади),  $S_0$  — площадь истинного контакта. Произведение  $A_{ад} = P_0 S_0$  называется *тангенциальной адгезией*. При нулевой нагрузке сила трения равна  $A_{ад}$  и определяется молекулярными силами прилипания поверхностей — их адгезией.

Сила трения определяется коэффициентом трения  $f$ . Экспериментальные данные показывают, что величина коэффициента трения не является константой, а зависит от материала поверхностей, их микрогеометрического профиля, смазки, газовой среды и многих других факторов.

Для исследования процесса трения в данной работе используется метод наклонного маятника, предложенный проф. А. С. Ахматовым. Шарик 1 (рис. 24), подвешенный на нити, опирается на наклонную плоскость 2, угол наклона которой  $\beta$  можно изменять. Если вывести шарик из положения равновесия, он начнет перекачиваться по плоскости, причем его движение имеет характер колебаний, затухающих главным образом под действием внешнего трения. При исследовании трения скольжения шарик с нитью заменяется массивным физическим маятником, в теле которого укрепляется ползун, трущийся при колебаниях маятника о наклонную плоскость. Нормальная составляющая силы тяжести создает нормальное давление

$$N = mg \cos \beta, \quad (2)$$

где  $m$  — масса маятника.

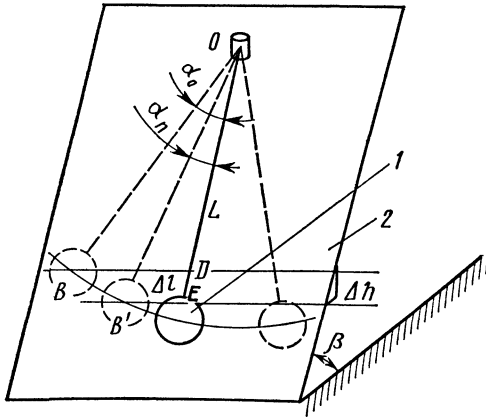


Рис. 24

на которой  $\beta$  можно изменять. Если вывести шарик из положения равновесия, он начнет перекачиваться по плоскости, причем его движение имеет характер колебаний, затухающих главным образом под действием внешнего трения. При исследовании трения скольжения шарик с нитью заменяется массивным физическим маятником, в теле которого укрепляется ползун, трущийся при колебаниях маятника о наклонную плоскость. Нормальная составляющая силы тяжести создает нормальное давление

Измерение силы трения с помощью наклонного маятника основано на измерении уменьшения амплитуды его колебаний за определенное число циклов. Формулу для расчета коэффициента трения можно получить, приравняв работе сил трения энергию  $\Delta E_p$ , рассеянную за цикл колебаний маятника.

За  $n$  циклов колебаний при переходе из положения  $B$  в положение  $B'$  (рис. 24) маятник теряет энергию  $\Delta E_p = mg\Delta h$ , равную работе сил сопротивления на пройденном пути  $s$ :

$$\Delta E_p = \Delta A + \Delta A_1, \quad (3)$$

где  $\Delta A$  — работа силы трения ( $\Delta A = F_{тр}s$ ),  $\Delta A_1$  — работа по преодолению сопротивления среды и трения в подвесе маятника,  $\Delta h$  — потеря высоты центром тяжести.

Пренебрегая  $\Delta A_1$  ввиду ее малости, имеем

$$mg\Delta h = F_{тр}s. \quad (4)$$

После геометрических преобразований, очевидных из рисунка, учитывая (2), имеем

$$mg\Delta l \sin \beta = fmg \cos \beta \cdot s, \quad (5)$$

откуда для  $f$  получаем

$$f = (\Delta l/s) \operatorname{tg} \beta, \quad (6)$$

где  $\Delta l = OE - OD$ .

Если  $\alpha_0$  — амплитудное значение угла отклонения маятника в начальный момент,  $\alpha_n$  — амплитуда отклонения через  $n$  колебаний (рис. 24),  $L$  — длина маятника, то путь, который проходит центр тяжести маятника за  $n$  колебаний, равен  $s = 4Ln\alpha_{ср}$ , где  $\alpha_{ср} = (\alpha_0 + \alpha_n)/2$ .

Окончательно для коэффициента трения скольжения получаем при малых  $\alpha_0$  и  $\alpha_n$  (учитывая, что  $\cos \alpha \approx 1 - \alpha^2/2$ )

$$f = \operatorname{tg} \beta \frac{\cos \alpha_n - \cos \alpha_0}{2n(\alpha_0 + \alpha_n)} \approx \operatorname{tg} \beta \frac{(\alpha_0 - \alpha_n)}{4n}. \quad (7)$$

Здесь  $\alpha_0$  и  $\alpha_n$  — углы, выраженные в радианах.

### Трение качения

Трение качения возникает при перекатывании цилиндра или шара по поверхностям твердого тела. Возникновение трения качения можно объяснить деформациями цилиндра и плоскости, имеющими место в реальных условиях. При этом могут возникать как упругие, так и пластические деформации. Из-за деформаций поверхностей линия действия силы реакции  $Q$  не совпадает с линией действия силы нормального давления  $N$  (рис. 25), в нашем случае равной весу катка. Нормальная составляющая  $Q_n$  этой реакции к плоскости практически равна приложенной нормальной нагрузке  $N$ , а горизонтальная составляющая представляет собой силу трения  $F_{тр}$ . Если цилиндр или шар движется по плоскости без ускорения, должно выполняться правило равенства моментов. Момент силы трения качения относительно точки  $O$  равен произведению силы реакции опоры  $Q$  на расстояние смещения  $k$  вследствие контактных деформаций точки приложения:

$$F_{тр}R = Q_n k, \quad (8)$$

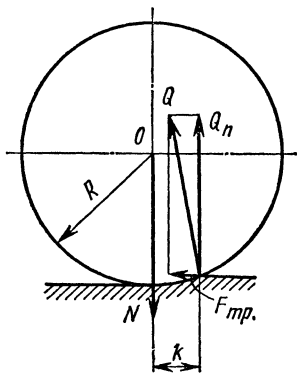


Рис. 25

где  $k$  — плечо силы  $Q_n \approx N$ ,  $R$  — радиус катка. Отсюда для силы трения качения получаем следующее выражение

$$F_{тр} \approx k (N/R).$$

Величину  $k$  называют *коэффициентом трения качения*. Коэффициент трения качения, таким образом, представляет собой плечо силы  $Q_n$  и имеет размерность длины.

В данной работе коэффициент трения качения шара по плоскости определяется тем же методом наклонного маятника, что и коэффициент трения скольжения. В этом случае маятник представляет шарик, подвешенный на нити и катящийся по наклонной плоскости, затухание этого маятника обусловлено главным образом трением качения.

Выражение (5) для этого случая примет вид

$$mg \Delta l \sin \beta = kmg \cos \beta \cdot s/R, \quad (9)$$

где  $R$  — радиус шара. Из последнего выражения, учитывая геометрические соотношения для  $\Delta l$ , получаем

$$k = \frac{R \operatorname{tg} \beta (\cos \alpha_n - \cos \alpha_0)}{2n (\alpha_0 + \alpha_n)} \cong R \operatorname{tg} \beta \left( \frac{\alpha_0 - \alpha_n}{4n} \right). \quad (10)$$

## ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

**ПРИБОРЫ и ПРИНАДЛЕЖНОСТИ:** измерительная установка, набор исследуемых образцов.

Установка состоит из наклонного маятника и блока искровой записи (рис. 26).

Наклонный маятник представляет собой физический маятник 1, подвешенный на опоре-призме. Опора-призма укреплена на раме 2, на которой крепятся неподвижные образцы 3. Рама с помощью кронштейна (на рисунке не показан) подвешена на стойке с основанием в виде треноги 8 с тремя регулируемыми опорами. Угол наклона отсчитывается по шкале прибора в градусах (угол  $\beta = 90^\circ - \gamma$ , где  $\gamma$  — показание шкалы прибора). Подвижные образцы 5, выполненные в виде усеченной сферы, крепятся с помощью цангового зажима на диске 6 наклонного маятника.

Установка снабжена устройством искровой записи колебаний. Электрод 11, закрепленный на стержне маятника, перемещается между двумя неподвижными электродами 12.

В зазоре между электродами с постоянной скоростью движется бумажная лента 13. Электрическая дуга, возникающая между электродами, прожигает бумажную ленту, регистрируя процесс колебания маятника. Для визуального отсчета амплитуд  $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \dots$  колебаний маятника в градусах имеется шкала 7.

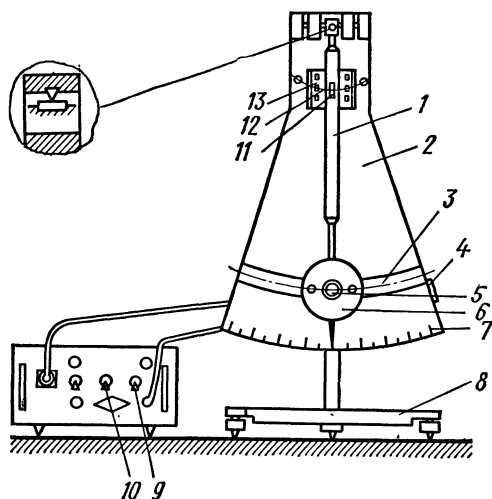


Рис. 26

Напряжение на электроды записывающего устройства подается от блока искровой записи. На блоке имеются тумблеры для включения лентопротяжного механизма 9 и искровой записи 10.

Для изучения трения качения нужно с помощью лаборанта снять маятник с опор и вместо него укрепить конец нити с шариком, который должен катиться по плоскому образцу 3. Для отсчета угла отклонения шарика применяется шкала 7.

К работе прилагаются техническое описание прибора и инструкция по эксплуатации.

### **Задание 1. Определение коэффициента трения скольжения**

1. Выверить горизонтальность основания наклонного маятника по уровню.

2. Очистить бензином трущиеся поверхности подвижного и неподвижного образцов.

3. Установить раму 2 наклонного маятника в вертикальное положение.

4. Закрепить подвижный образец на диске наклонного маятника с помощью цангового зажима.

5. Установить угол наклона рамы с маятником  $\beta = 88^\circ = 90^\circ - \gamma$ , где  $\gamma$  — показание шкалы прибора.

6. Зафиксировать маятник в правом крайнем положении клавишей 4.

7. Установить бумажную ленту, пропустив ее между электродами.

8. Подать напряжение от сети на блок искровой записи.

9. Включить тумблеры «лентопротяжка» и «запись», одновременно отпустить клавишу 4.

10. При остановке маятника выключить тумблеры «лентопротяжка» и «запись».

11. Полученный на ленте график отрезать и обработать, учитывая, что масштаб записи  $M 1 : 5$ . При этом угловая амплитуда отклонения маятника определяется по формуле  $\alpha = 5b/L$ , где  $b$  — амплитуда, измеренная по записи,  $L$  — длина, измеренная от оси вращения маятника до центра образца.

При визуальном отсчете порядок выполнения п. 1—6 тот же. После этого проводятся следующие операции:

зафиксировать маятник в правом крайнем положении и записать показания  $\alpha_0$  по шкале 7;

записать амплитуду  $\alpha_n$  при совершении маятником  $n$  полных колебаний. Отсчет взять по шкале 7. Перейти от градусной меры к радианной.

Показания записать в таблицу.

12. Вычислить  $f$  по формуле (7).

13. Сменить подвижный образец. Для этого отвести диск маятника в крайнее левое положение. Отпустить цанговый зажим и вытолкнуть подвижный образец и выполнить п. 4—12.

Произвести измерения коэффициента трения скольжения для указанных преподавателем материалов и смазок.

### **Задание 2. Изучение закона Амонтона—Кулона**

1. Для неизменной пары образцов (сталь—сталь) и заданной (наносимой кистью на предварительно очищенный образец) смазки произвести измерения  $f$  при различных углах наклона маятника (от  $80^\circ$  до  $74^\circ$  через  $2^\circ$ ). Данные записать в таблицу.

2. Построить график зависимости  $f = F(\beta)$  или  $F_{1p} = F(\beta)$ , на основании чего сделать выводы о выполнении закона Амонтона—Кулона и о погрешностях измерения.

### **Задание 3. Определение коэффициента трения качения**

1. Установить испытуемый плоский образец 3.

2. При помощи опорных винтов поставить маятник в такое положение, чтобы нить маятника оказалась против нулевого деления шкалы 7.

3. При заданном наклоне рамы маятника  $\beta$  отклонить шарик от положения равновесия на угол  $\alpha_0 = 4^\circ$  по шкале. Записать в таблицу выбранный угол. Затем без толчка отпустить маятник и с этого момента начать счет колебаний. После того как маятник совершит  $n$  полных колебаний, измерить угол отклонения колебания маятника  $\alpha_n$ .

Повторить измерения  $\alpha_n$  для заданного числа  $n$  полных колебаний и взять среднее значение  $\alpha_n$  по результатам 5—6 измерений.

4. Аналогичные измерения сделать для нескольких значений  $n$  ( $n = 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10$ ).

5. Результаты измерений занести в таблицу, при этом углы из градусной системы перевести в радианную.

Пункты 3 и 4 проделать для других образцов.

6. По формуле (10) рассчитать  $k$ .

**З а м е ч а н и е.** Этой работе может быть придан исследовательский характер. При этом, например, может быть поставлена задача исследовать зависимость коэффициента трения качения от радиуса сферы, от величины нормальной нагрузки, материала контртела и др.

**Л и т е р а т у р а:** [4; 22, т. 1; 30, 35].

## **11 ИЗУЧЕНИЕ ВНУТРЕННЕГО ТРЕНИЯ В ВОЗДУХЕ С ПОМОЩЬЮ КРУТИЛЬНЫХ ВЕСОВ**

**Ц е л ь р а б о т ы:** ознакомление с работой крутильных весов, а также измерение с их помощью сил вязкого сопротивления и изучение основных закономерностей внутреннего трения.



**Крутильные весы** — прецизионный прибор для измерения малых сил и их моментов. Принцип действия весов состоит в том, что на подвешенное на тонкой упругой проволоке тело действует момент  $M$  измеряемой силы, который приводит к закручиванию этой проволоки (нити). В положении равновесия угол закручивания нити оказывается пропорциональным приложенному моменту сил:  $\alpha = jM$ , где  $j$  — чувствительность весов. Это дает возможность определять величину малых сил и их моментов по результатам измерения угла закручивания  $\alpha$ .

Теория и принцип действия крутильных весов приведены в лабораторной работе 9.

В данной работе крутильные весы используются для измерения силы внутреннего трения в воздухе и изучения основных закономерностей внутреннего трения.

Сила внутреннего трения в жидкости или газе подчиняется закону Ньютона вязкого трения:

$$F_{\text{тр}} = \eta \frac{dv}{dx} S, \quad (1)$$

где  $\eta$  — коэффициент внутреннего трения (*динамическая вязкость*),  $dv/dx$  — градиент скорости,  $S$  — площадь поверхности движущегося в жидкости или газе тела.

## ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

**ПРИБОРЫ и ПРИНАДЛЕЖНОСТИ:** крутильные весы, набор разновесов, секундомер.

Схема установки показана на рис. 27.

Стойка 1 несет сверху и снизу вставные втулки 4 для крепления двух крутильных проволок длиной 20 см каждая. В их середине подвешивается крутильное тело 8, на котором укреплены рычаги с лопастями 9. Натяжение нитей может осуществляться с помощью винта на нижней крепящей втулке 4. В рабочем состоянии проволока должна быть слегка натянута (так, чтобы при пощипывании возникал звук, как у струны). Этим в достаточной степени избегаются колебания крутильного тела из стороны в сторону. Верхняя крепящая нить втулки 4 может вращаться с помощью барабана 3, на который нанесены угловые деления. Весы могут использоваться в вертикальном и горизонтальном положении. В последнем случае они устанавливаются на ребро  $P$  основания 11 и штатив-штангу 2.

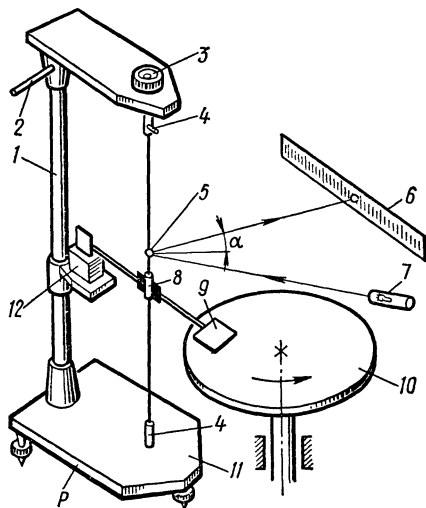


Рис. 27

Для демпфирования (успокоения) колебаний крутильных весов одна из пластин частично погружается в кювету 12 с жидкостью, а для уменьшения влияния случайных воздействий, вызываемых

движением воздуха, весы заключены в футляр из органического стекла, который на рисунке не показан.

Отсчет угла закручивания производится с помощью светового зайчика источника света 7, отраженного от зеркала 5.

Принимая во внимание малость угла  $\alpha$  закручивания, имеем

$$\alpha = \Delta n / (2l), \quad (2)$$

где  $\Delta n$  — смещение (см) светового зайчика от начального положения по шкале 6, соответствующее углу поворота  $\alpha$ ;  $l$  — расстояние от зеркала 5 до шкалы 6.

На вал двигателя с регулируемым числом оборотов насажен жесткий легкий диск 10. Расстояние  $d$  между лопаткой крутильных весов и диском можно изменять в пределах от 1 до 6 мм, перемещая диск вдоль вала двигателя. После установки диска в нужном положении его закрепляют.

### **Задание 1. Определение чувствительности весов**

**ПРИБОРЫ и ПРИНАДЛЕЖНОСТИ:** крутильные весы, набор разновесов, секундомер, линейка с миллиметровыми делениями.

#### **А. Статический метод**

1. Аккуратно перевести весы в горизонтальное рабочее положение. (**Внимание! Демпфер при этом должен быть убран.**)

2. С помощью лаборанта открыть кожух весов. Барабаном 3 привести рычаги в равновесие по указателю. На лопасть левого рычага осторожно положить разновес 50 мг. После этого вращать барабан 3 до тех пор, пока снова не будет достигнуто равновесие. Отсчитать число угловых делений по барабану, необходимое для возвращения весов в первоначальное состояние.

3. Прodelать те же измерения, помещая разновес 50 мг на лопасти правого рычага. Найти среднее значение.

4. Измерить длину плеч рычага. Вычислив вращающий момент, действующий на крутильное тело, и зная угол закручивания, им вызванный, по формуле (2) определить чувствительность весов.

#### **Б. Динамический метод**

1. С помощью лаборанта установить весы в вертикальном положении.

2. Осторожно установить на рычагах весов специальные грузики на метки в положение *I*. Осторожно вывести рукой крутильное тело из положения равновесия. Определить период колебаний  $T_1$ . Для этого с помощью секундомера измерить время  $t_1$  десяти полных колебаний:  $T_1 = t_1/10$ .

3. Переместить грузики в положение *II* на рычагах. Прodelав те же манипуляции, определить период колебаний  $T_2$  в новом положении грузиков:  $T_2 = t_2/10$ .

4. Выражение (4) (см. лабораторную работу 9) дает  $T_1 = 2\pi \sqrt{J_1/D}$ ,  $T_2 = 2\pi \sqrt{J_2/D}$ , откуда

$$T_1 - T_2 = 4\pi^2 (J_1 - J_2)/D, \quad (3)$$

где  $J_1$  — момент инерции весов в положении I,  $J_2$  — момент инерции весов в положении II:

$$J_1 = J_0 + 2ml_1^2, \quad J_2 = J_0 + 2ml_2^2. \quad (4)$$

Здесь  $J_0$  — момент инерции крутильного тела, а  $2ml_1^2$  и  $2ml_2^2$  — моменты инерции грузиков относительно оси вращения весов,  $l_1$  и  $l_2$  — соответственно расстояния от грузиков до оси вращения в первом и втором случае.

Из выражений (3) и (4) найдем

$$J_1 = \frac{2mT_1^2 (l_1^2 - l_2^2)}{T_1^2 - T_2^2}. \quad (5)$$

Из формулы для чувствительности  $j = 1/D$  (см. лабораторную работу 9) найдем расчетную формулу:

$$j = \frac{T_1^2}{4\pi^2 J_1} = \frac{T_1^2 - T_2^2}{8\pi^2 m (l_1^2 - l_2^2)}. \quad (6)$$

5. Полученное значение чувствительности сравнить со значением, полученным статическим методом.

## **Задание 2. Проверка формулы закона вязкого трения Ньютона. Определение коэффициента вязкости воздуха**

**ПРИБОРЫ и ПРИНАДЛЕЖНОСТИ:** крутильные весы, двигатель с редуктором и диском.

1. Между горизонтально расположенной лопаткой крутильных весов и диском на двигателе установить расстояние  $d = 1$  мм.

2. Включить двигатель и измерить угол закручивания весов при самой малой угловой скорости  $\omega$  вращения двигателя.

3. Измерить угол закручивания  $\alpha$  при 5—6 значениях угловой скорости вращения двигателя. Вычислить в каждом случае  $F_{тр}$  и построить график  $F_{тр} = f(\omega)$ .

Для вычисления  $F_{тр}$  следует воспользоваться формулой  $F_{тр} = \Delta n/(2ljd)$ , которая следует из выражения (2) для  $\alpha$  и соотношения  $\alpha = jdF_{тр}$ , где  $dF_{тр}$  — момент силы трения,  $d$  — расстояние от крутильного тела до лопатки 9.

4. На основании построенных графиков  $F_{тр} = f(\omega)$  для воздуха и заданных жидкостей по тангенсам углов наклона этих графиков с учетом масштабов по осям определить коэффициенты вязкости  $\eta$ . Из закона Ньютона (1) для нашего случая можем записать  $F_{тр} = \eta (v/d) S = \eta (R/d) S\omega$ , так как  $v = R\omega$ , где  $R$  — расстояние от оси вращения диска до лопатки 9. Коэффициент  $k = \eta (R/d) S = \text{tg } \alpha$  равен тангенсу угла наклона графика зависимости силы внут-

ренного трения от угловой скорости, поэтому

$$\eta = \frac{d}{RS} \operatorname{tg} \alpha,$$

где  $d = 1$  мм, а  $S = 6$  см<sup>2</sup> — площадь лопатки крутильных весов.

5. Меняя расстояние  $d$  между диском и лопаткой крутильных весов, исследовать зависимость  $F_{\text{тр}} = f(d)$  при постоянной угловой скорости вращения. Построить график этой зависимости и дать его анализ на основе формулы Ньютона.

Л и т е р а т у р а: [13; 22, т. 1; 30, т. 1; 35].

## УРАВНЕНИЕ ДВИЖЕНИЯ И ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ

- |                                                                |                                                   |
|----------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------|
| 12. Изучение законов динамики поступательного движения         | 15. Изучение закона сохранения момента импульса   |
| 13. Изучение динамики поступательного и вращательного движений | 16. Изучение движения тела с переменной массой    |
| 14. Изучение законов сохранения импульса и энергии при ударе   | 17. Изучение движения тела в поле центральных сил |

## 12 ИЗУЧЕНИЕ ЗАКОНОВ ДИНАМИКИ ПОСТУПАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ

**Ц е л ь р а б о т ы:** *на опыте ознакомиться с действием второго закона Ньютона и законом сохранения импульса.* Кроме того, в работе предлагается определить соотношение гравитационных и инертных масс двух тел.

Если на некоторое тело с массой  $m$  в промежуток времени  $\Delta t$  действует средняя суммарная сила  $\mathbf{F}$ , то согласно второму закону динамики Ньютона

$$\mathbf{F} \Delta t = \Delta \mathbf{p}, \quad (1)$$

где  $\Delta \mathbf{p} = m \Delta \mathbf{v}$  — изменение импульса,  $\Delta \mathbf{v}$  — изменение скорости за время  $\Delta t$ .

*В замкнутой системе*, т. е. когда на тела не действуют внешние силы, *импульс не изменяется:*

$$\mathbf{p} = \sum m_i \mathbf{v}_i = \text{const}. \quad (2)$$

В данной работе эти два основных закона динамики поступательного движения и будут использованы для анализа конкретного случая движения.

## ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

Схема установки показана на рис. 28. Она состоит из скамьи 4, по цилиндрическим направляющим которой движется ползун 2, и пружинного механизма.

Пружинный механизм (рис. 29) состоит из пружины 8, штока 11 и пускового рычага 10. На штоке имеются пазы, нанесенные через одинаковые расстояния для того, чтобы фиксировать пружину и устанавливать ее заданное натяжение.

На пути движения ползуна 2 установлены электрические контакты 3 и 9, включающие цепь электрического секундомера 1,

цена деления которого 0,01 с. Расстояние  $l$  между контактами можно изменять, закрепляя контакт 3 на нужном расстоянии вдоль скамьи. Контакт 9 включается одновременно с нажатием на пусковой рычаг

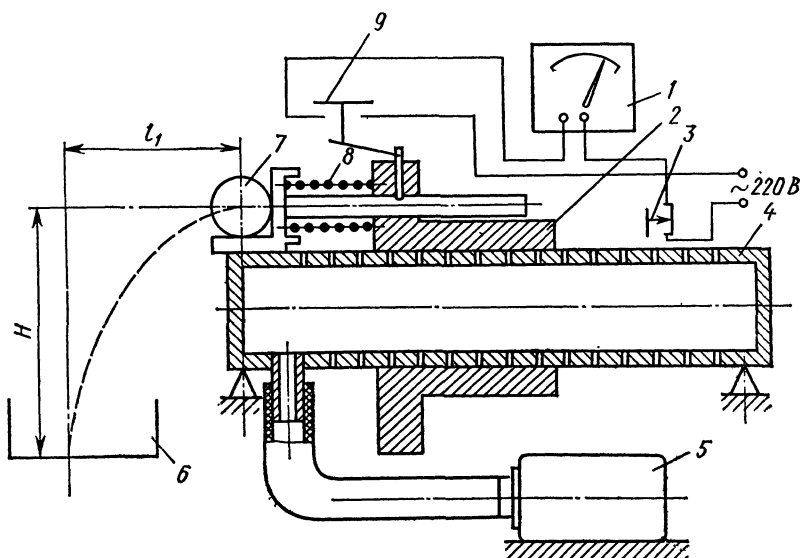


Рис. 28

ударного механизма, а контакт 3 размыкается движущимся ползуном.

Аэростатические направляющие скамьи представляют собой пустотелые трубы, запаянные с обеих сторон. В стенках труб через каждые 10 мм просверлены отверстия диаметром 0,3 мм. Направляющие соединены с компрессором 5 — при небольшом избыточном давлении тело 2 «всплывает» и может двигаться с весьма малым трением, покаясь на «воздушной подушке». Заметим, что такой метод уменьшения трения нашел широкое применение в современной технике (гидростатические направляющие станков, суда на воздушной подушке).

Пружинное ударное устройство может одновременно передавать импульс, сообщая движение ползуну 2, а также шарiku 7, который

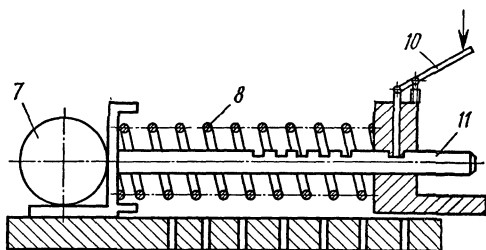


Рис. 29

устанавливают с левой стороны этого устройства. Слева внизу расположен ящик 6 для приема шарика. На дне этого ящика находится лист бумаги, покрытый сверху копировальной бумагой.

Падая с высоты  $H$ , шарик оставляет метку в точке падения, по которой с помощью линейки можно измерить расстояние  $l_1$  — дальность полета шарика. Зная дальность полета шарика и высоту, с которой он падает, легко определить его начальную скорость:

$$v_1 = l[g/(2H)]^{1/2} \quad (3)$$

( $g$  — ускорение свободного падения).

К работе прилагается набор накладок на ползун, чтобы менять его массу.

### Задание 1. Изучение закона сохранения импульса

ПРИБОРЫ и ПРИНАДЛЕЖНОСТИ: измерительная установка, набор накладок разной массы

Если силы трения во много раз меньше внутренних сил взаимодействия (в нашем случае упругих сил деформации пружины), то систему тел (ползун, шарик, пружина) можно считать замкнутой. Полный импульс такой системы сохраняется, и так как в начальный момент шарик и ползун покоятся, то из уравнения (2) для проекции на горизонтальную ось получим

$$p = m_1 v_1 - m_2 v_2 = 0, \quad (4)$$

откуда следует

$$v_1/v_2 = m_2/m_1. \quad (5)$$

В соотношениях (4) и (5)  $m_1$ ,  $m_2$ ,  $v_1$ ,  $v_2$  — соответственно массы и скорости шарика и ползуна после спуска пружины.

Порядок действий при измерениях.

1. Включить компрессор, выждать 1—2 мин и, слегка толкая ползун рукой, убедиться в том, что аэростатические направляющие функционируют нормально.

2. Перевести ударное устройство в рабочее положение, для чего рукой отвести шток 11 и зафиксировать его в первом положении. Установить шарик и ползун в исходное положение.

3. Установить контакт 3 (см. рис. 28) на расстоянии 0,1—0,12 м от контакта 9.

4. В ящик 6 положить чистый лист бумаги, покрыв его сверху копировальной бумагой.

5. Нажатием на рычаг 10 (см. рис. 29) произвести спуск пружинного устройства.

6. Снять отсчет показаний шкалы электрического секундомера и записать их в таблицу. Рассчитать скорость ползуна:  $v_2 = \Delta l / \Delta t$ , где  $\Delta l$  — путь, пройденный ползуном за время  $\Delta t$ .

7. По метке, оставленной шариком на листе бумаги, линейкой измерить дальность полета шарика  $l_1$ . По формуле (3) рассчитать скорость шарика  $v_1$ .

8. Повторить все указанные в п. 2—7 манипуляции 5—6 раз.

9. Определить отношение найденных скоростей  $v_1/v_2$  и сравнить его с теоретическим значением (5), полученным из закона сохранения импульса.

10. Указать точность экспериментально найденного значения  $(v_1/v_2)_{\text{эксп}}$  и сделать выводы о причинах возможного расхождения  $(v_1/v_2)_{\text{эксп}}$  и  $(v_1/v_2)_{\text{теор}}$ .

11. Накладывая на ползун дополнительные массы и проводя измерения соответственно п. 1—9, сделать заключение о зависимости скорости движения ползуна от его массы. Построить график этой зависимости.

12. Оценить силу трения, действующую на ползун при движении его на воздушной подушке:  $F_{\text{тр}} = m_2 v_2 / t_2$ , где  $t_2$  — время движения ползуна до полной остановки.

## **Задание 2. Изучение зависимости скорости ползуна от действующей силы**

**ПРИБОРЫ и ПРИНАДЛЕЖНОСТИ:** измерительная установка.

Сила упругости сжатой пружины подчиняется закону Гюка

$$F = -k \Delta x,$$

где  $k$  — жесткость пружины,  $\Delta x$  — деформация.

Изменяя начальную деформацию пружины, можно изменять силу, действующую на ползун. Теоретическую зависимость скорости ползуна  $v_2$  от начальной деформации пружины  $\Delta x_0$  можно получить из закона сохранения энергии:

$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} k \Delta x_0^2, \quad (6)$$

где в правой части записана энергия упругой деформации пружины;  $m_1$ ,  $m_2$ ,  $v_1$ ,  $v_2$  — массы и скорости шарика и ползуна соответственно. Решая систему уравнений (5) и (6) относительно  $v_2$ , получаем

$$v_2 = \frac{1}{m_2} \sqrt{k \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \Delta x}. \quad (7)$$

Таким образом, скорость ползуна должна быть пропорциональна начальной деформации пружины спускового механизма, а следовательно, и начальной силе упругости пружины  $F_0 = -k \Delta x_0$ . Из соотношения (5) следует, что аналогичное утверждение справедливо и для скорости шарика  $v_1$ .

Изменяя натяжение пружины спускового механизма, экспериментально исследовать зависимость  $v_2 = f(F_0)$ . Скорость измерять так, как это указано в п. 6 задания 1. Полученные результаты проанализировать на основе выражения (7).

## **Задание 3. Изучение зависимости скорости ползуна от его массы и сопоставление инертной массы с гравитационной**

**ПРИБОРЫ и ПРИНАДЛЕЖНОСТИ:** измерительная установка, весы, набор разновесов и специальных грузов.

Масса тела фигурирует в двух независимых законах механики: во-первых, в законе всемирного тяготения

$$F = G \frac{m_1 m_2}{R^2}$$

и, во-вторых, во втором законе Ньютона

$$F = m_1 a,$$

Масса  $m_1$  в этих двух законах имеет различный физический смысл: в первом случае она определяет величину гравитационного взаимодействия, во втором — является мерой инертности, т. е. от нее зависит ускорение, с которым движется тело под действием некоторой силы.

Современные методы экспериментальной физики позволяют с очень большой точностью (до  $10^{-12}$ ) установить равенство (эквивалентность) гравитационной и инертной масс (точнее, их пропорциональность  $m_{г}/m_{и} = \text{const}$ , так как равенство возникает лишь при определенном выборе единиц измерения величин, входящих в два упомянутых выше закона). Принцип эквивалентности инертной и гравитационной масс лежит в основе общей теории относительности Эйнштейна.

В данной лабораторной работе можно с достижимой в этих экспериментах точностью сопоставить отношения гравитационных и инертных масс двух тел, с тем чтобы убедиться в их равенстве.

В эксперименте с помощью пружины ударного устройства ползуну передается импульс  $m_{и}v$ , где  $m_{и}$  — инертная масса ползуна. Очевидно, что в выражение для кинетической энергии тела также входит инертная масса  $m_{и}$ . На основе закона сохранения энергии можно записать

$$k \Delta x^2 / 2 = m_{и} v^2 / 2,$$

откуда получаем для инертной массы выражение

$$m_{и} = k (\Delta x / v)^2. \quad (8)$$

Согласно формуле (8), для двух ползунов различной массы должно выполняться следующее соотношение:

$$m'_{и} / m''_{и} = (v_2 / v_1)^2. \quad (9)$$

1. Включить компрессор, выждать 1—2 мин и, слегка толкая ползун рукой, убедиться в том, что аэростатические направляющие функционируют нормально.

2. Перевести пружинное ударное устройство в первое положение, закрепив его слева; справа поставить ползун в исходное положение.

3. Установить контакт 3 на расстоянии  $l = 0,6 \div 0,8$  м от контакта 9 (см. рис. 28) и измерить это расстояние.

4. Нажатием на рычаг 10 (см. рис. 29) произвести спуск пружины.

5. Снять отсчет времени  $t$  по показаниям электрического секундомера и определить скорость ползуна  $v = l/t$ .

6. Повторить указанные в п. 3—5 действия 5—6 раз.

7. Закрепить на ползуне дополнительный груз и, повторив все действия, описанные в предыдущих пунктах, определить скорость ползуна с измененной массой. По формуле (9) вычислить отношение инертных масс для двух случаев.

8. Взвесив ползун вместе с дополнительным грузом и без него, найти отношение гравитационных масс.

9. Сравнить отношения инертных и гравитационных масс, сделать выводы о точности полученных результатов.

Л и т е р а т у р а: [22, т. 1; 30, т. 1; 35].

## 13 ИЗУЧЕНИЕ ДИНАМИКИ ПОСТУПАТЕЛЬНОГО И ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЙ

*Цель работы: изучение динамики сложного движения, сочетающего вращательное движение тела с его поступательным перемещением.*



Анализ движения позволяет найти скорости и ускорения движущихся тел. Те же величины могут быть определены из кинематических соотношений на основании прямого измерения времени прохождения телом заданного пути. В сопоставлении указанных кинематических характеристик для различных случаев движения и заключается работа.

В данной работе исследуются три различных случая движения системы, состоящей из двух грузов, которые подвешены на нити, перекинутой через блок. Во всех случаях нить принимается нерастяжимой; массой нити, моментом инерции блока и трением в оси блока пренебрегаем.

### Первый случай

Поступательное движение двух грузов, перекинутых через блок (рис. 30). Уравнения движения для этого случая выглядят следующим образом:

$$-m_1g + F = -m_1a_1, \quad (1)$$

$$-m_2g + F = m_2a_2, \quad (2)$$

где  $m_1$  и  $m_2$  — массы грузов,  $F$  — сила упругости или натяжения нити,  $a_1$  и  $a_2$  — ускорения грузов,  $g$  — ускорение свободного падения. Учитывая, что  $a_1 = a_2 = a$ , получаем

$$a = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} g. \quad (3)$$

С другой стороны, согласно закону сохранения энергии, изменение потенциальной энергии грузов должно быть равно изменению (приращению) их кинетической энергии:

$$m_1gh - m_2gh = m_1v^2/2 + m_2v^2/2 \quad (4)$$

( $h$  — перемещение грузов,  $v$  — их скорость в данный момент времени).

Подставив в выражение (4) уравнение кинематики при равноускоренном движении с начальной скоростью  $v_0 = 0$ , т. е.

$$v = \sqrt{2ah}, \quad (5)$$

мы получим ту же формулу (3).

### Второй случай

Противовес и блок закреплены неподвижно. Нить раскручивается. Груз, имеющий вид волчка (рис. 31), опускается, вращаясь вокруг своей оси (*маятник Максвелла*). Снова запишем уравнения движения:

$$-m_1g + F = -m_1a, \quad (6)$$

$$Fr = J\varepsilon, \quad (7)$$

$$\varepsilon = a/r, \quad (8)$$

где  $r$  — радиус осевого стержня волчка,  $J$  — момент инерции волчка,  $\varepsilon$  — угловое ускорение.

Решение уравнений (6)–(8) дает для ускорения поступательного движения оси волчка следующую формулу:

$$a = g \left/ \left( 1 + \frac{J}{m_1 r^2} \right) \right. . \quad (9)$$

Это же соотношение можно получить из закона сохранения энергии

$$m_1gh = (J\omega^2/2) + (m_1v^2/2) \quad (10)$$

с учетом соотношения

$$a = v^2/(2h) \quad (11)$$

и выражения для угловой скорости  $\omega$  волчка

$$\omega = v/r. \quad (12)$$

### Третий случай

Противовес движется поступательно, волчок также движется поступательно и одновременно вращается (рис. 32). Уравнения движения имеют такой вид:

$$m_1 a_1 = -m_1 g + F, \quad (13)$$

$$m_2 a_2 = -m_2 g + F, \quad (14)$$

$$J\varepsilon = Fr, \quad (15)$$

$$\varepsilon = (a_1 - a_2)/r. \quad (16)$$

Решение уравнений (13)—(16) дает следующие значения для ускорений волчка  $a_1$  и противовеса  $a_2$ :

$$a_1 = \frac{J(m_1 - m_2) + m_1 m_2 r^2}{J(m_1 + m_2) + m_1 m_2 r^2} g, \quad (17)$$

$$a_2 = \frac{J(m_1 - m_2) - m_1 m_2 r^2}{J(m_1 + m_2) + m_1 m_2 r^2} g, \quad (18)$$

$$\varepsilon = \frac{2m_1 m_2 r}{J(m_1 + m_2) + m_1 m_2 r^2} g. \quad (19)$$

При рассмотрении закона сохранения механической энергии в этом случае следует учитывать, что уменьшение потенциальной энергии системы дает увели-

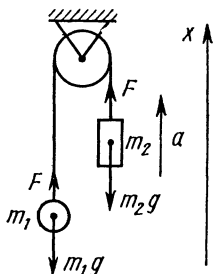


Рис. 30

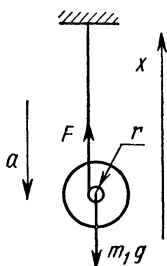


Рис. 31

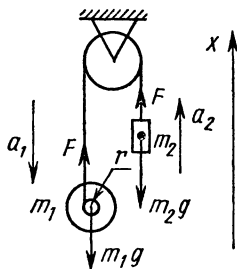


Рис. 32

чение как кинетической энергии поступательного движения волчка и противовеса, так и кинетической энергии вращательного движения волчка. Следовательно,

$$m_1 g h_1 - m_2 g h_2 = (m_1 v_1^2 / 2) + (m_2 v_2^2 / 2) + (J \omega^2 / 2). \quad (20)$$

## ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

ПРИБОРЫ и ПРИНАДЛЕЖНОСТИ: измерительная установка.

Экспериментальная установка изображена на рис. 33. Она состоит из двух параллельных нитей, перекинутых через блок 1, свободно вращающийся на оси. Ось блока закреплена на стойке 13. С одной стороны к нитям подвязан волчок 2 — диск, насаженный на ось (маятник Максвелла). Нить накручивается на ось волчка, и в таком положении волчок закрепляется с помощью рычага 3

верхней защелкой 12. При раскручивании нити волчок будет опускаться и одновременно вращаться вокруг своей оси. С помощью специальных винтов на оси волчка можно закрепить нить. При этом волчок будет опускаться, не вращаясь. С другой стороны, к нитям подвешен груз-противовес 5. Противовес может двигаться поступательно вверх или вниз.

При нажатии кнопки 11 отпускается защелка 12 и волчок 2 начинает опускаться, одновременно начинает перемещаться и груз 5. В этот же момент автоматически включаются секундомеры 14 и 15 (электрическая схема приведена на рис. 34).

На некотором расстоянии по вертикали под рычагом 3 находится контакт 10 выключения секундомера 14, а выше и ниже противовеса — контакты 4 и 7 выключения секундомера 15.

Внизу стойки располагается ловушка 8 для волчка. По миллиметровым шкалам 6 и 9 измеряются расстояния, пройденные волчком и противовесом.

Массы волчка и груза, а также момент инерции волчка задаются.

### Задание 1. Определение ускорения поступательного движения двух грузов

1. Намотать нить на волчок 2 и закрепить ее специальными винтами на оси волчка так, чтобы он не мог вращаться.

2. Закрепить волчок 2 рычагом 3 так, чтобы противовес 5 находился ближе к основанию прибора, но не ниже контакта 7.

3. Включить питание электрической схемы.

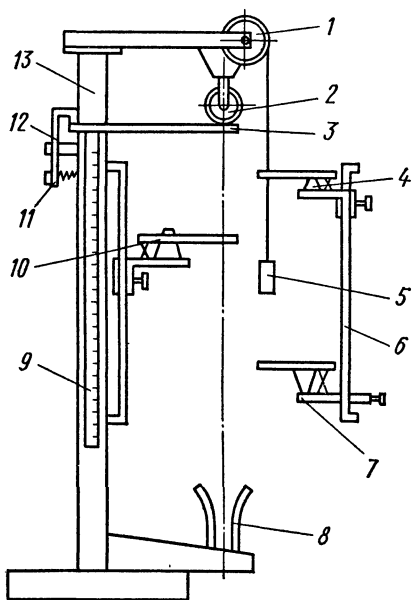


Рис. 33

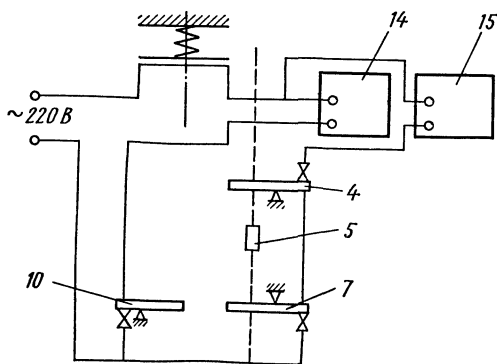


Рис. 34

бы противовес 5 находился ближе к основанию прибора, но не ниже контакта 7.

4. Установить контакты 4, 7 и 10 во включенное положение. Контакт 10 должен находиться на расстоянии  $h_1 = 50 \div 100$  см ниже волчка, контакт 4 — примерно на том же расстоянии  $h_2$  выше противовеса. Соответствующие данные занести в таблицу.

5. Установить стрелки секундомеров на нулевое деление.

6. Нажатием кнопки 11 привести систему в движение.

7. По секундомерам 14 и 15 измеряется время перемещения грузов  $t_1$  и  $t_2$ . Данные измерения времени занести в таблицу.

8. Повторить измерения (п. 1—7) не менее трех раз.

9. Установить контакты 10 и 4 на других расстояниях от грузов (не менее трех различных расстояний).

10. Повторить измерения (п. 1—8).

11. Рассчитать ускорение движения волчка и груза по формуле

$$a = 2h/t^2, \quad (21)$$

исходя из данных, полученных при измерениях.

12. Проанализировать полученные результаты, сравнив теоретическое значение ускорения с полученным экспериментально.

### **Задание 2. Определение ускорения поступательного движения при раскручивании волчка**

1. Намотать нить на волчок 2 аккуратно по нарезке на валу волчка.

2. Закрепить волчок 2 рычагом 3.

3. Закрепить блок так, чтобы он не мог вращаться.

4. Установить контакт 10 на расстоянии  $h_1 = 50 \div 100$  см от оси волчка в выключенном положении.

5. Включить питание электрической схемы.

6. Установить стрелки секундомеров на нуль.

7. Нажатием кнопки 11 привести систему в движение.

8. По секундомеру 14 определить время  $t$  перемещения волчка.

9. Повторить измерения (п. 1—8) не менее двух раз.

10. Повторить опыт (п. 1—9) для двух других расстояний.

11. Все данные занести в таблицу.

12. Рассчитать ускорение движения центра тяжести волчка по формуле (9).

13. Рассчитать ускорение, исходя из опытных данных по формуле (21).

14. Проанализировать полученные результаты, сравнив величины ускорений, полученных в п. 12 и 13.

### **Задание 3. Определение ускорений волчка и противовеса при свободном движении системы и расчет углового ускорения**

1. Намотать нить на волчок 2 аккуратно по нарезке на валу волчка.

2. Закрепить волчок 2 рычагом 3.

3. Установить контакт 10 на расстоянии  $h_1 = 50 \div 100$  см от оси волчка во включенном положении.

4. Установить контакты 4 и 7 на расстояниях  $h_1$  примерно 40—50 см ниже и выше груза (в таблицу заносится только расстояние до того контакта, который будет разомкнут грузом).

5. Включить питание электрической схемы.

6. Установить стрелки секундомеров на нуль.

7. Нажатием кнопки 11 привести систему в движение.

8. Повторить измерения (п. 1—7) не менее двух раз.

9. Повторить опыт (п. 2—8) для двух других расстояний  $h_1$  и  $h_2$ . Все данные занести в таблицу.

10. Рассчитать угловые ускорения волчка по формуле (19).

11. Рассчитать угловое ускорение, исходя из данных эксперимента с учетом формул (21) и (16).

12. Воспользовавшись уравнением (20) и учитывая, что

$$v_1^2 = 2a_1h_1, \quad (22)$$

$$v_2^2 = 2a_2h_2, \quad (23)$$

$$\omega = (v_1 - v_2)/r, \quad (24)$$

оценить потери механической энергии.

13. Проанализировать полученные результаты, сопоставив величины углового ускорения, полученные в п. 10 и 11.

Работе может быть придан исследовательский характер.

**З а м е ч а н и е.** В качестве дополнительного задания предлагается провести расчеты и эксперименты для изучения изменений характера движения волчка и противовеса при изменении соотношения между их массами, а также влияние массы нити и момента инерции блока.

**Л и т е р а т у р а:** [22, т. 1; 30, т. 1; 35].

## 14 ИЗУЧЕНИЕ ЗАКОНОВ СОХРАНЕНИЯ ИМПУЛЬСА И ЭНЕРГИИ ПРИ УДАРЕ

**Ц е л ь р а б о т ы:** ознакомиться с явлением удара на примере соударения подвешенных на нитях шаров.

Для случаев упругого и неупругого ударов шаров предлагается определить коэффициенты восстановления скорости и энергии и проверить закон сохранения импульса в этих условиях.

**Удар** — совокупность явлений, возникающих при кратковременном приложении к телу внешних сил (например, при взаимодействии с другим движущимся относительно него телом), связанных со значительным изменением его скорости за очень короткий промежуток времени. Для тел, с которыми обычно имеют дело на практике, удар протекает в течение тысячных или даже миллионных долей секунды.

В качестве меры механического взаимодействия тел при ударе вместо ударной силы  $\mathbf{F}$  служит ее импульс за время удара, т. е. величина

$$\int_0^t \mathbf{F} dt = \mathbf{F}_{\text{ср}} t,$$

где  $\mathbf{F}_{\text{ср}}$  — средняя сила удара,  $t$  — время удара.

Если количество движения за время удара  $t$  изменяется на конечную величину  $\Delta (mv)$ , то из второго закона динамики получим

$$F_{\text{ср}} t = \Delta (mv). \quad (1)$$

Измеряя время удара (см. лабораторную работу 5), можно определить из выражения (1) среднюю силу при ударе  $F_{\text{ср}}$ .

Рассеяние механической энергии при ударе характеризуется *коэффициентом восстановления скорости*  $k_c$  или *коэффициентом восстановления энергии*  $k_3$ . Коэффициент восстановления скорости определяется как отношение модуля скорости взаимного удаления центров тяжести тел после удара к модулю скорости их сближения до удара в проекции на общую нормаль к поверхности тел в точке их соприкосновения, эта нормаль называется *линией удара* ( $nn$  на рис. 35),  $A, B$  — точка контакта,  $O_1, O_2$  — центры тяжести тел:

$$k_c = \frac{|u_{2n} - u_{1n}|}{|v_{2n} - v_{1n}|}, \quad (2)$$

где  $v_{1n}$  и  $v_{2n}$  — проекции на линию удара скоростей первого и второго тела до удара;  $u_{1n}$  и  $u_{2n}$  — проекции скоростей на линию удара тех же тел после удара.

Коэффициент восстановления энергии  $k_3$  зависит от системы отсчета. Он определяется как отношение суммарной кинетической энергии тел после удара  $E'_K$  к суммарной кинетической энергии тел до удара  $E''_K$ :

$$k_3 = E'_K / E''_K. \quad (3)$$

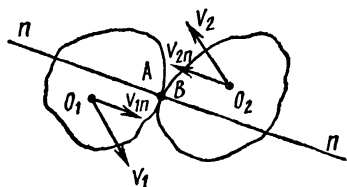


Рис. 35

Величины  $k_c$  и  $k_3$  связаны между собой. Величина коэффициентов восстановления зависит от физических свойств материалов соударяющихся тел, от их формы, а также в сильной степени зависит от масс соударяющихся тел. Для *абсолютно упругого удара*  $k_3 = 1$ , для *абсолютно неупругого удара*  $k_3 = 0$ , в реальных случаях  $0 < k_3 < 1$ .

В настоящей работе рассматривается удар шаров, подвешенных в виде маятников, причем один шар до удара покоится ( $v_2 = 0$ ). Удар происходит в положении, соответствующем равновесию тел, и является *центральный* и *прямым*. Это значит, что при ударе центры тяжести тел лежат на линии удара, а их относительная скорость параллельна линии удара.

Применяя к ударяющимся шарам закон сохранения импульса, можем написать:

для упругого удара

$$m_1 v_1 = m_1 u_1 + m_2 u_2; \quad (4a)$$

для абсолютно неупругого удара

$$m_1 v_1 = (m_1 + m_2) u. \quad (4б)$$

Здесь  $m_1, m_2$  — массы ударяющихся шаров;  $u_1, u_2$  — скорости шаров после упругого удара;  $u$  — общая скорость шаров после абсолютно неупругого удара.

При прямом центральном ударе, который рассматривается в данной работе, проекции скоростей тел на общую нормаль к их поверхностям в месте соударения совпадают с соответствующими скоростями тел:  $v_{1n} = v_1$ ;  $u_{1n} = u_1$  и т. д. Следовательно, выражение (2) для определения коэффициента восстановления скорости  $k_c$  переписывается в виде

$$k_c = \frac{|u_2 - u_1|}{|v_2 - v_1|}. \quad (5)$$

Задания данной работы предусматривают проверку выражений закона сохранения количества движения при упругом (4a) и абсолютно неупругом (4б) ударах и нахождение коэффициентов восстановления  $k_c$  (5) и  $k_3$  (3). Для выполнения этих

заданий необходимо знать величины скоростей тел до и после соударения. Скорости шаров до и после удара можно определить, зная высоту, с которой тела начинают движение до удара, и высоту их подъема после удара. Без учета потерь энергии на преодоление сил сопротивления на основании закона сохранения энергии получаем:

для опускающегося шара

$$v_1 = \sqrt{2gh_1};$$

для поднимающегося шара

$$u_1 = \sqrt{2gh'_1},$$

$$u_2 = \sqrt{2gh'_2},$$

где  $v_1$  — скорость первого шара до удара,  $u_1$  и  $u_2$  — скорости шаров после соударения,  $h_1$  — высота бросания первого шара,  $h'_1$  и  $h'_2$  — высоты поднятия шаров после соударения.

Поскольку на установке непосредственно измеряются углы, на которые отскакивают шары после удара, и угол бросания, скорость шаров будем определять из соотношений

$$v_1 = 2\sqrt{gl} \sin(\alpha_{\text{бр}}/2); \quad u_1 = 2\sqrt{gl} \sin(\alpha_1/2); \quad u_2 = 2\sqrt{gl} \sin(\alpha_2/2), \quad (6)$$

где  $l$  — расстояние от точки подвеса до центра тяжести шаров,  $\alpha_{\text{бр}}$  — угол бросания,  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  — углы отскока первого и второго шаров.

## ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

**ПРИБОРЫ и ПРИНАДЛЕЖНОСТИ:** измерительная установка, набор шаров, пресс-форма, технические весы.

Конструктивно установка представляет собой основание 1 (рис. 36) на трех регулируемых винтах 10, служащих для выверки ее по уровню. На основании смонтирована стойка 4, несущая подвески 5 шаров 3 и штангу 6, на которой крепится электромагнит 7.

Бифилярный подвес, несущий левый шар, можно перемещать в горизонтальном направлении, изменяя тем самым межцентровое расстояние. Перемещение подвеса осуществляется при вращении ручки 11, выведенной на лицевую сторону треноги, за счет намотки троса, пропущенного внутри трубы на валик, связанный с ручкой.

Для отсчета положения шаров имеются две шкалы, проградуированные в градусной мере. Правая шкала 9 установлена так, что указатель положения правого шара в положении равновесия располагается над нулевой отметкой шкалы. Левая шкала 2 может перемещаться. При изменении межцентрового расстояния шаров

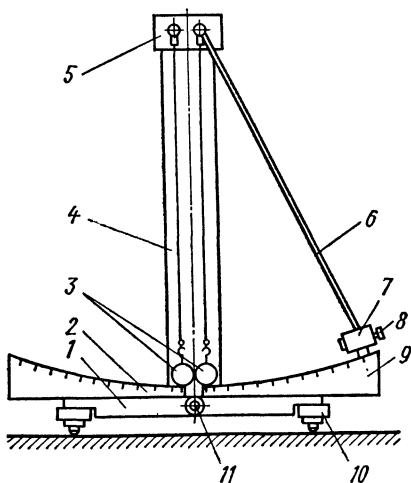


Рис. 36

необходимо левую шкалу 2 расположить так, чтобы ее нулевая отметка находилась против указателя левого шара в положении равновесия последнего. При перемещении шкалы 2 необходимо ослабить винт, расположенный на основании прибора за шкалой (на рисунке не показан). После установки шкалы винт затягивается. Электромагнит 7, служащий для удержания правого шара в исходном положении для бросания, может перемещаться по разным направлениям. Это позволяет произвести необходимую центровку установки. Для закрепления электромагнита в нужном положении служат соответствующие винты на оправке электромагнита. Винтом 8 на правом торце электромагнита можно изменять зазор между сердечником магнита и шаром, что необходимо для создания достаточного для удержания шара усилия. Эта операция, так же как и установка правой шкалы 9, осуществляется при наладке установки. Питание электромагнита осуществляется постоянным током напряжением 6 В. Все шары имеют указатель положения и крючок для подвеса. Шары из немагнитных материалов имеют специальные накладки для удержания их электромагнитом.

Для формирования пластилинового шара (неупругий удар) имеется специальная пресс-форма. Размягченный пластилин укладывается в пресс-форму, куда предварительно закладывается штырь, служащий указателем положения, и несущий крючок для подвеса. Закрытая пресс-форма сжимается винтом.

### **Задание 1. Определение коэффициентов восстановления энергии и скорости для упругого и неупругого ударов**

1. Проверить положение основания прибора. В случае необходимости произвести ее установку по уровню с помощью винтов 10.

2. Взвешиванием на технических весах определить массы шаров  $m_1$ ,  $m_2$  (упругих) и  $m_3$  (неупругого).

Подвесить упругие шары и произвести их центровку.

3. Произвести удар малого правого шара по находящемуся в равновесии большому левому шару при определенном угле  $\alpha_{бр}$ , заданном положением электромагнита. Разомкнуть цепь электромагнита малого шара и произвести отсчет первого отброса обоих шаров  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  (так как одному наблюдателю практически невозможно взять сразу два отсчета, то поступают так: сначала берут отсчет для одного шара, затем производят повторный удар из того же положения малого шара и берут отсчет для второго шара). Удар из данного положения производят не менее 10 раз, чтобы для каждого шара получить не менее пяти значений отбросов нитей после удара  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$ .

4. Повторить замеры при нескольких различных первоначальных положениях ударяющегося шара.

Все полученные данные занести в таблицу измерений.

5. Снять левый упругий шар и заменить его неупругим пластилиновым. Произвести все операции в той же последовательности (предварительно пластилиновый шар нужно погреть в руках).



6. Измерив длину подвеса шаров, по формулам (6) рассчитать скорости  $v_1$ ,  $u_1$  и  $u_2$  шаров.

7. По формуле (2) вычислить коэффициенты восстановления скорости для случаев упругого и неупругого ударов.

8. По формуле

$$k_3 = \frac{m_1 \sin^2(\alpha_1/2) + m_2 \sin^2(\alpha_2/2)}{m_1 \sin^2(\alpha_{6p}/2)},$$

полученной на основании (3) и (6), вычислить коэффициенты восстановления энергии для упругого и неупругого ударов.

9. Вычислить случайную погрешность измерения  $k_c$  и  $k_3$ . Оценить, какую погрешность в результаты определения  $k_3$  вносит сопротивление воздуха.

**П р и м е ч а н и е.** Потери энергии вследствие сопротивления воздуха могут быть оценены с помощью *логарифмического декремента затухания*

$$E_{\text{пот}} = E_p (1 - e^{-\delta/2}),$$

где  $E_p = mgh_1$  — первоначальная энергия шара,  $E_{\text{пот}}$  — потери энергии за четверть периода колебаний маятника,  $\delta = (1/n) \ln(A_1/A_n)$  — логарифмический декремент затухания. Здесь  $A_1$  — начальная амплитуда колебаний подвешенного шара, а  $A_n$  — амплитуда после  $n$  колебаний.

## **Задание 2. Проверка закона сохранения импульса для упругого и неупругого ударов**

Из выражений (4а) и (4б) для упругого удара имеем

$$u_2 = (m_1 v_1 - m_2 u_1) / m_2, \quad (7a)$$

а для неупругого

$$u = m_1 v_1 / (m_1 + m_2). \quad (7б)$$

Проверка закона сохранения импульса состоит в том, чтобы сопоставить значения скоростей  $u_2$  и  $u$ , найденных по формулам (7а) и (7б), с их экспериментальными значениями, найденными по углу отскока (см. формулы (6)).

1. Прodelать все операции, указанные в задании 1.

2. Вычислив скорости  $v_1$  и  $u_1$ , по формулам (7а) и (7б) рассчитать теоретические значения скоростей  $u_2$  и  $u$ .

3. Вычислить скорости  $u_2$  и  $u$  по углу отскока шаров (см. формулы (6)).

4. Сопоставить теоретические и экспериментальные значения скоростей  $u_2$  и  $u$ . Сделать выводы о точности их совпадения.

5. Считая удар абсолютно упругим, из закона сохранения энергии и закона сохранения импульса для  $u_1$  и  $u_2$  получим:

$$u_1 = \frac{(m_1 - m_2) v_1}{m_1 + m_2}; \quad u_2 = \frac{2m_1 v_1}{m_1 + m_2}. \quad (8)$$

Сравнить значения  $u_1$  и  $u_2$ , полученные по этим формулам, с величинами, найденными из опыта по углу отскока, используя формулы (6). Сделать выводы.

### Задание 3. Определение средней силы удара

Задание выполняется на установке, описанной в лабораторной работе 5.

1. Многократно (5—6 раз) измерить время удара шара о неподвижную стенку при одном и том же угле бросания.

2. По начальному углу бросания шара и углу его отскока после бросания определить скорость в момент удара и скорость после удара, рассчитать изменение импульса шара при ударе.

3. По формуле (1) рассчитать среднюю силу удара  $F_{\text{ср}}$ .

4. Подобным образом определить силу при различных углах бросания (для 5—6 различных углов) одного и того же шара. Построить график  $F_{\text{ср}} = f(\alpha_{\text{бр}})$ , указав на нем величину разброса  $F_{\text{ср}}$ . Сделать выводы по исследованной зависимости.

Л и т е р а т у р а: [22, т. 1; 30, т. 1; 35].

## 15 ИЗУЧЕНИЕ ЗАКОНА СОХРАНЕНИЯ МОМЕНТА ИМПУЛЬСА

*Ц е л ь р а б о т ы: изучение динамики вращательного движения и закона сохранения момента импульса.*

Основной закон динамики для вращения твердого тела вокруг оси выражается уравнением

$$M = \frac{dL}{dt}, \quad (1)$$

где  $M$  — момент внешних сил относительно некоторой оси,  $L$  — момент импульса тела относительно этой оси.

Величина  $M$  характеризует вращательный эффект внешних сил.

Момент импульса  $L$  является одной из основных динамических характеристик вращательного движения тела.

Направление вектора момента импульса тела, вращающегося вокруг одной из главных осей инерции, совпадает с осью вращения (вдоль которой направлен вектор угловой скорости  $\omega$ ), причем  $L = J\omega$ , где  $J$  — момент инерции тела относительно указанной оси. В любом другом случае вектор момента импульса не совпадает с вектором угловой скорости  $\omega$ .

*Если момент внешних сил относительно некоторой оси равен нулю, т. е. система изолированная, то момент импульса тела по отношению к той же оси остается постоянным:*

$$\frac{dL}{dt} = 0, \text{ т. е. } L = \text{const.} \quad (2)$$

Соотношение (2) выражает закон сохранения момента импульса.

### ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

**ПРИБОРЫ и ПРИНАДЛЕЖНОСТИ:** измерительная установка, строботакметр СТ-МЭИ, секундомер, нить с грузом.

Установка (рис. 37) представляет собой рамку 5 с полуосями, укрепленными в горизонтальном положении. Внутри рамки установлен электродвигатель 3. Электродвигатель можно поворачивать

относительно плоскости рамки в пределах  $90^\circ$  и фиксировать через каждые  $15^\circ$  с помощью защелки 2. На торце одной полуоси укреплен стробоскопический диск 6, аналогичный диск-маховик 4 укреплен на валу электродвигателя. С помощью рычажка 1 отключается питание двигателя и одновременно рамка 5 получает свободу вращения относительно горизонтальной оси.

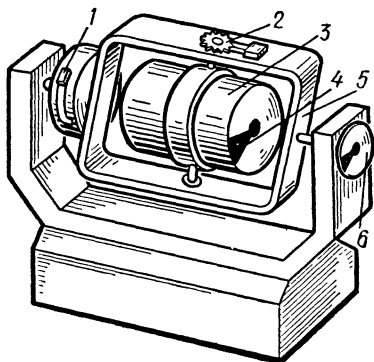


Рис. 37

Пусть перед включением мотора рамка со статором закреплена неподвижно. Тогда после включения мотора система приобретает некоторый момент импульса относительно горизонтальной оси, связанной с вращением якоря относительно статора с угловой скоростью  $\omega$ . Если ось мотора составляет с горизонтальную угол  $\alpha$ , то момент импульса системы равен (ось вращения якоря является одной из его главных осей инерции)

$$L = J_{\text{я}} \omega_1 \cos \alpha. \quad (3)$$

Здесь  $J_{\text{я}}$  — момент инерции якоря относительно оси мотора,  $\omega_1$  — угловая скорость якоря относительно статора.

Если теперь освободить рамку и затем выключить ток, то угловая скорость якоря начнет уменьшаться и через некоторое время  $t_{\text{ост}}$  якорь перестанет вращаться относительно статора (рис. 38).

Момент импульса системы при этом измениться не может, поэтому теперь рамка вместе со статором и находящимся внутри него якорем придут во вращение вокруг горизонтальной оси с некоторой угловой скоростью  $\omega_2$  (рис. 38, участок CD) и в момент времени, соответствующий точке C, приобретут относительно нее момент импульса  $L_2$ . Согласно закону сохранения момента импульса,

$$L_1 = L_2. \quad (4)$$

Момент импульса  $L_2$  системы относительно горизонтальной оси складывается из момента импульса рамки  $L_p$ , момента импульса статора  $L_{\text{ст}}$  и мо-

мента импульса якоря  $L_{\text{я}}$  относительно горизонтальной оси, т. е.  $L_2 = J_{06} \omega_2$ , где  $J_{06} = J_{\text{ст}} + J_p + J_{\text{я}}$  — общий момент инерции системы. Таким образом, формулу (4) можно переписать в виде

$$J_{06} \omega_2 = J_{\text{я}} \omega_1 \cos \alpha = \text{const}, \quad (5)$$

откуда

$$\omega_2 = J_{\text{я}} \omega_1 \cos \alpha_1 / J_{06}. \quad (6)$$

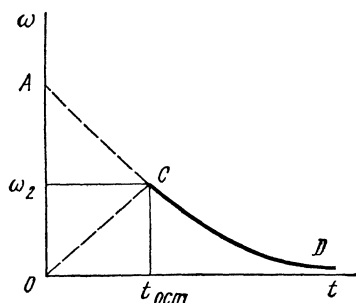


Рис. 38

При заданном угле  $\alpha$  величина  $J_{06}$  находится следующим образом: на барабан  $б$ , имеющий радиус  $R$  (см. рис. 37), наматывается перекинутая через блок нить, на конце которой подвешен груз весом  $P$  (на рисунке не показан). Если опустить рамку и измерить время  $t$ , за которое груз  $P$  пройдет расстояние  $h$ , то по этим данным можно найти  $J_{06}$ . Действительно, для нашей системы

$$\frac{dL}{dt} = J_{06}\varepsilon = M \quad \text{или} \quad J_{06} = \frac{M}{\varepsilon}, \quad (7)$$

где  $M$  — момент внешних сил относительно горизонтальной оси,  $\varepsilon = \frac{d\omega}{dt}$  — угловое ускорение рамки.

С другой стороны, для опускающегося груза, по второму закону Ньютона,

$$ma = P - T, \quad (8)$$

где  $m$  — масса груза,  $a$  — его ускорение,  $T$  — натяжение нити.

На основании (7) и (8), а также учитывая, что  $M = mgR$  и  $\varepsilon = a/R$ , получаем

$$J_{06} = mR^2 \left( \frac{gt^2}{2h} - 1 \right). \quad (9)$$

Угловые скорости  $\omega_1$  и  $\omega_2$  можно экспериментально определить стробоскопическим методом. Угловая скорость рамки  $\omega_2$  благодаря наличию сил трения (трение в подшипниках, трение о воздух) будет с течением времени уменьшаться (участок  $CD$  на рис. 38). Поэтому в соотношении (5) надо подставить не любое значение  $\omega_2$ , а значение угловой скорости в тот момент времени, когда якорь перестанет вращаться относительно статора. Назовем ее  $\omega'_2$ . Она является максимальной угловой скоростью.

Для определения угловой скорости вращения  $\omega_1$  на оси мотора укреплен маховик 4, на который наклеен строботаксиметрический диск (для определения числа оборотов якоря). На оси рамки имеется барабан 6, на который также наклеен строботаксиметрический диск для измерения  $\omega'_2$ . (На этот же барабан наматывается нить для определения момента инерции системы.)

Для определения числа оборотов используется строботаксиметр, состоящий из генератора и осветительного устройства. Лампу строботаксиметра следует включать только на короткое время при определении числа оборотов.

**Дотрагиваться до колбы импульсной лампы воспрещается!**

При выполнении работы студенту выдается секундомер.

### Задание 1. Определение общего момента инерции системы

1. Измерить штангенциркулем диаметр барабана 6 (см. рис. 37).
2. Взвешиванием определить массу груза  $m$  с точностью 0,1 г.
3. Укрепить мотор горизонтально ( $\alpha = 0$ ).

4. Свободный конец нити с грузом укрепить на барабане 6 (см. рис. 37) (в бортике барабана имеется прорезь, в которую вставляют нить и завязывают узел). Затем, поворачивая рамку, аккуратно намотать нить на барабан и рамку закрепить стопором 2 (см. рис. 37).

5. Линейкой измерить  $h$  — расстояние от пола до нижнего края груза с точностью до 5 мм.

6. Освободить рамку, нажав на рычаг стопора 2 (см. рис. 37), и одновременно включить секундомер. В момент касания груза о пол остановить секундомер. Эти измерения повторить пять раз и взять среднее значение.

7. Измерение времени  $t$ , за которое груз проходит расстояние  $h$ , повторить при углах  $\alpha = 30^\circ$  и  $\alpha = 45^\circ$ .

8. По формуле (9) определить  $J_{об}$  для углов  $\alpha = 0; 30; 45^\circ$ .

Результаты занести в таблицу.

### **Задание 2. Определение угловой скорости вращения якоря мотора $\omega_1$**

1. Снять нить с барабана. Мотор укрепить под небольшим углом к горизонтالي ( $15\text{--}20^\circ$ ) и закрепить рамку стопором.

2. Подать на мотор напряжение 6,3 В.

**Ток не должен превышать 2 А!**

3. Установить переключатель диапазонов на генераторе строботаксометра в положение «в сеть». Примерно через 1 мин включить лампу строботаксометра.

4. Замкнуть ключ включения электромотора и через минуту, когда якорь достигнет стационарных оборотов, плавно изменять частоту вспышек строботаксометра, наблюдая одновременно за стробоскопическим диском на маховике. Определить наибольшую частоту вспышек, при которой сектор, нарисованный на строботаксометрическом диске, будет казаться неподвижным \*. Измерение  $n_1$  повторить три раза и взять среднее. Рассчитать  $\omega_1$  по формуле

$$\omega_1 = 2\pi n_1 / 60.$$

### **Задание 3. Определение угловой скорости $\omega_2$**

1. Установить мотор горизонтально ( $\alpha = 0$ ) и рамку закрепить стопором.

2. Переключатель диапазонов генератора строботаксометра установить на 2-й диапазон.

3. Замкнуть цепь мотора.

4. Примерно через минуту с помощью рычажка 1 (см. рис. 37) одновременно освободить рамку и выключить цепь мотора. По мере увеличения числа оборотов рамки в некоторый момент времени сектор на строботаксометрическом диске барабана будет казаться не-

---

\* См. примечание к лабораторной работе 6.

подвижным. (Если такого момента не наступит, то следует несколько уменьшить частоту вспышек лампы.)

Затем по мере увеличения угловой скорости рамки сектора вновь придут во вращение, но уже в противоположную сторону. После того как угловая скорость рамки, пройдя максимальное значение, вновь начнет уменьшаться, наступит второй момент, когда секторы опять будут казаться неподвижными.

Если частота вспышек лампы соответствует  $\omega'_2$ , то будет лишь одна (а не две) остановка секторов. Таким образом, определение  $\omega'_2$  сводится к подбору такой частоты вспышек лампы строботометра, чтобы сектора имели лишь одну кратковременную остановку. Критерием того, что частота вспышек подобрана правильно, служит то, что увеличение числа делений на шкале строботометра на 1 уже приводит к тому, что сектора на строботометрическом диске вообще не будут останавливаться.

По формуле  $\omega'_2 = 2\pi n_2/60$  рассчитать угловую скорость  $\omega'_2$ .

Определить  $\omega'_2$  для углов  $\alpha = 0; 30; 45^\circ$ . Данные занести в таблицу.

#### **Задание 4. Проверка закона сохранения момента импульса**

Проверка закона сохранения момента импульса заключается в сопоставлении теоретического значения угловой скорости, рассчитанного на основании этого закона (по формуле (6)), с экспериментальным значением  $\omega'_2$ , найденным в предыдущем задании.

1. Для трех значений углов наклона рамки ( $\alpha = 0; 30; 45^\circ$ ) по формуле (6) рассчитать  $\omega_2$  ( $J_\alpha$  задается, а  $J_{об}$  определить, как это указано в задании 2).

2. Сравнить полученные данные с экспериментальными значениями  $\omega'_2$ , найденными при тех же углах наклона в предыдущем задании. Оценить точность совпадения теоретических и экспериментальных значений  $\omega_2$  и сделать выводы о возможных причинах их расхождения.

Л и т е р а т у р а: [22, т. 1; 30, т. 1; 31].

## **16 ИЗУЧЕНИЕ ДВИЖЕНИЯ ТЕЛА С ПЕРЕМЕННОЙ МАССОЙ**

**Ц е л ь р а б о т ы:** *изучение законов движения тел, масса которых в процессе движения не остается постоянной.*

Подобные движения широко встречаются в природе и технике. Наибольший интерес рассмотрение движения тел переменной массы приобретает в тех случаях, когда вследствие изменения массы возникают силы, приводящие в движение эти тела. Эти силы, которые получили название *реактивных*, обеспечивают полет ракет разных систем, реактивных снарядов, самолетов с воздушно-реактивными двигателями и т. п.

Рассмотрим движение тела, масса которого убывает вследствие того, что из него постоянно выбрасываются частицы с некоторой относительной скоростью **и**.

Введем понятие *расход массы*  $\alpha = -dm/dt$  («скорость убывания массы»). Изменение импульса системы  $d(mv)$  за малый промежуток времени  $dt$  на основании второго закона Ньютона можно приравнять импульсу внешних сил  $Fdt$ :

$$d(mv) = Fdt,$$

Пусть в момент времени  $t$  тело имело массу  $m$  и скорость  $v$ ; импульс его в этот момент

$$p = mv. \quad (1)$$

В момент времени  $t + dt$  масса этого тела  $m - \alpha dt$ , а скорость  $v + dv$ ; масса выброшенных частиц  $\alpha dt$ , их скорость в той же системе отсчета  $u + v$ . Импульс системы в момент времени  $t + dt$  будет равен

$$p + dp = (m - \alpha dt)(v + dv) + \alpha dt(u + v). \quad (2)$$

Пренебрегая бесконечно малой величиной второго порядка  $\alpha dt dv$ , получаем, вычитая (1) из (2),

$$dp = mdv + \alpha u dt = Fdt \quad (3)$$

или

$$m \frac{dv}{dt} = F - \alpha u. \quad (4)$$

Уравнение (4) представляет собой закон движения тела, выбрасывающего часть своей массы со скоростью  $u$  при ежесекундном расходе  $\alpha$ . Из этого выражения следует, что в случае движения тела с переменной массой произведение массы движущегося тела на ускорение определяется не только равнодействующей приложенных к ней внешних сил ( $F$ ), но и реактивной силой, равной произведению расхода массы в секунду  $\alpha$  на относительную скорость движения отбрасываемых частиц  $u$ . Реактивная сила направлена противоположно скорости, с которой выбрасываемые частицы покидают тело. Уравнение движения тела переменной массы впервые было получено И. В. Мещерским. На основании этого уравнения К. Э. Циолковским впервые были намечены пути решения проблемы космических полетов.

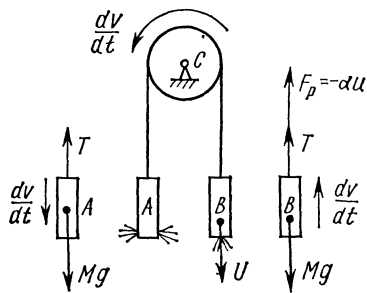


Рис. 39

На рис. 39 представлена простейшая механическая модель, позволяющая не только измерить реактивную силу, но и проследить основные закономерности движения тел переменной массы. Основными элементами этой установки являются два цилиндра  $A$  и  $B$ , соединенные нитью, перекинутой через неподвижный блок  $C$ . Цилиндры полые, равного объема и массы. Один из них  $B$  имеет одно отверстие в середине дна, другой  $A$  — два одинаковых противоположно расположенных отверстия в боковых поверхностях. Оба цилиндра наполняются водой. Отверстия в них выполнены так, что масса воды, вытекающей в единицу времени (расход), одинакова для обоих цилиндров. В результате истечения воды из цилиндра  $B$  возникает реактивная сила  $F_p$ , действующая на этот цилиндр и приводящая в движение всю систему. Эта сила направлена вертикально вверх, а величина ее определяется относительной скоростью истечения воды  $u$  и скоростью изменения массы воды в цилиндре:

$$F_p = -\alpha u. \quad (5)$$

В предположении, что блок невесом, нить нерастяжима и трение в системе отсутствует, уравнение движения цилиндра  $B$  может быть представлено в виде (рис. 39)

$$m \frac{dv}{dt} = \alpha u + T - mg. \quad (6)$$

Здесь  $m$  — мгновенное значение массы цилиндра с водой в любой момент времени,  $T$  — упругая сила натяжения нити.

Уравнение движения цилиндра  $A$  (при тех же условиях) имеет вид

$$m \frac{dv}{dt} = mg - T. \quad (7)$$

Сложение уравнений (6) и (7) для движения элементов системы позволяет получить закон движения всей системы в целом:

$$2m \frac{dv}{dt} = \alpha u. \quad (8)$$

Вообще говоря, скорость истечения воды из цилиндра по мере вытекания уменьшается, следовательно, изменяется во времени и расход. Поэтому ускорение системы должно меняться во времени. При условии, что расход воды мал, т. е. масса вытекающей воды значительно меньше первоначальной полной массы цилиндра с водой, анализ уравнения (8) приводит к более простой зависимости скорости  $v(t)$  движения цилиндра  $B$  в момент времени  $t$  от начального расхода массы  $\alpha_0$  и начальной скорости истечения воды  $u_0$  (при  $t = 0$ ):

$$v(t) = \frac{\alpha_0 u_0}{2m} t,$$

откуда ускорение

$$a = \alpha_0 u_0 / (2m), \quad (9)$$

а расстояние  $s(t)$ , пройденное цилиндром  $B$  за время  $t$ , может быть рассчитано по формуле

$$s(t) = \frac{\alpha_0 u_0}{4m_0} t^2, \quad (10)$$

где  $m_0$  — масса цилиндра с водой при  $t = 0$ .

## ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

ПРИБОРЫ и ПРИНАДЛЕЖНОСТИ: измерительная установка, секундомер.

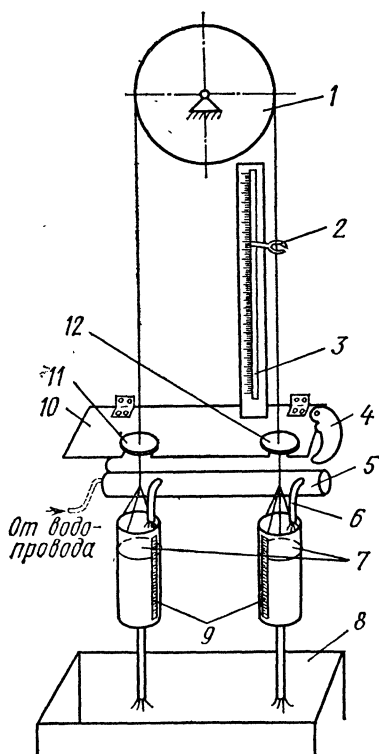


Рис. 40

бы после наполнения цилиндров иметь возможность приостановить подачу воды одновременно в оба цилиндра, для чего труба отводится влево. Для отсчета уровня воды в цилиндрах на них нанесены шкалы 9.



Система приходит в движение только после того, как ограничительная пластина 10 опустится. В горизонтальном положении она удерживается замком 4 и фиксирует стопорные диски 11 и 12.

Величина пройденного пути определяется расстоянием, проходимым диском 12 до упорного кольца 2, и измеряется по шкале 3, нуль которой совмещен с начальным положением диска 12.

Вода, вытекающая из цилиндров, попадает в сосуд 8, имеющий сток.

### **Задание 1. Определение расхода массы цилиндров**

При выполнении этого задания цилиндры находятся в неподвижном состоянии.

1. Наполнить цилиндры водой.

2. Прекратить доступ воды в цилиндры, передвинув трубу 5 в крайнее левое положение.

3. Провести измерения уровня воды в левом цилиндре через каждые 2 с. Секундомер включается в тот момент, когда уровень проходит нулевое деление шкалы 9, нанесенной на цилиндр.

4. Провести измерения п. 3 для правого цилиндра. Указанные измерения для каждого из цилиндров провести не менее трех раз. Результаты измерений занести в таблицу.

Рассчитать расход воды, принимая ее плотность равной  $\rho = 1 \text{ г/см}^3$  (площадь сечения цилиндров рассчитывается по известному внутреннему диаметру).

На основании полученных результатов построить график зависимости  $\Delta m = f(t)$  расхода воды от времени. При малых значениях времени истечения эта зависимость должна представлять прямую линию, тангенс угла наклона которой к оси времени с учетом масштаба дает величину  $\alpha$ .

5. Используя график  $\Delta m = f(t)$ , рассчитать секундный расход воды в обоих цилиндрах.

Убедиться, что скорость истечения жидкости для обоих цилиндров примерно одинакова.

### **Задание 2. Экспериментальное определение ускорения системы**

1. Наполнить цилиндры водой.

2. Прекратить подачу воды в цилиндры, передвинув трубу 5 в крайнее левое положение.

3. В тот момент, когда опускающиеся уровни воды в цилиндрах проходят нулевую отметку шкал 9, открыв замок 4, опустить упорную пластину 10 и включить секундомер.

4. В момент удара шайбы 12 об упорное кольцо 2 остановить секундомер.

5. Для данного расстояния  $s$ , проходимого цилиндрами, произвести не менее трех измерений времени (повторить п. 1—4).

6. Меняя положение упорного кольца 2, т. е. меняя расстояния, проходимые системой, произвести измерения времени движения для 4—5 расстояний (повторить п. 1—5).

Результаты измерений занести в таблицу.

7. На основании полученных результатов построить график  $s = f(t^2)$ . Из данного графика определить ускорение цилиндров.

### **Задание 3. Определение относительной скорости истечения воды**

1. Скорость истечения воды из цилиндров рассчитать в соответствии с формулой

$$u = \beta \sqrt{2g \langle h \rangle},$$

где  $\langle h \rangle$  — средняя арифметическая высота уровня воды за время движения,  $\beta$  — безразмерный коэффициент скорости, равный для данной установки 0,97.

Среднюю высоту уровня жидкости найти с помощью графика, полученного в задании 1. По этому графику определить высоту  $\Delta h$  столба жидкости, вытекающей за время движения. Высоту  $\langle h \rangle$  рассчитать как разность между высотой  $h_0$  столба воды в начальный момент  $t = 0$  и половинной высотой столба вытекшей воды  $\langle h \rangle = h_0 - \Delta h/2$ . Высота столба воды в начальный момент известна.

### **Задание 4. Определение теоретического значения ускорения движения по результатам измерения $\alpha$ и $u$**

1. По значениям секундного расхода воды  $\alpha$  и скорости истечения  $u$ , полученным в заданиях 1 и 3, рассчитать ускорение движения системы по формуле (9).

2. Сопоставить теоретическое значение ускорения с его значением, полученным экспериментально в задании 2.

**Л и т е р а т у р а:** [22, т. 1; 30, т. 1; 31].

## **17 ИЗУЧЕНИЕ ДВИЖЕНИЯ ТЕЛА В ПОЛЕ ЦЕНТРАЛЬНЫХ СИЛ**

**Ц е л ь р а б о т ы:** *изучение движения тела в поле центральных сил и исследование зависимости угла рассеяния от прицельного расстояния.*

К *центральных силам* относятся силы гравитации  $F_{\text{гр}}$ , подчиняющиеся закону всемирного тяготения, а также силы электростатического взаимодействия  $F_{\text{эл}}$ , подчиняющиеся закону Кулона:

$$F_{\text{гр}} = Gm_1m_2/R^2, \quad (1)$$

$$F_{\text{эл}} = Q_1Q_2/(4\pi\epsilon_0\epsilon R_1^2), \quad (2)$$

где  $G$  — гравитационная постоянная,  $m_1$  и  $m_2$  — тяготеющие массы;  $R$  — расстояние между центрами тяготеющих масс;  $Q_1$  и  $Q_2$  — взаимодействующие заряды;  $R_1$  — расстояние между зарядами;  $\epsilon_0$  и  $\epsilon$  — соответственно *электрическая постоянная* и *относительная диэлектрическая проницаемость* среды.

Потенциальная энергия массы  $m_1$  (материальной точки), которая движется в поле тяготения, создаваемом материальной точкой или сферически симметричным телом массы  $m_2$ , равна

$$E_{\text{п}} = Gm_1m_2/R.$$

Потенциальная энергия сил притяжения отрицательна.

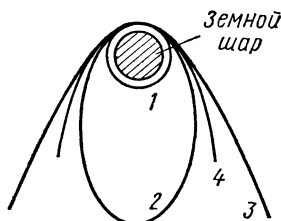


Рис. 41

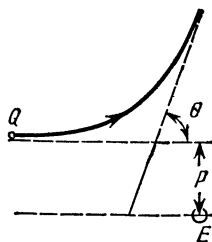


Рис. 42

Потенциальная энергия точечного заряда  $Q_2$ , который движется в поле электрических сил, создаваемом точечным зарядом  $Q_1$ , равна

$$E'_{\text{п}} = Q_1Q_2/(4\pi\epsilon_0\epsilon R_1). \quad (3)$$

В случае разноименных зарядов (притяжение)  $E'_{\text{п}} < 0$ , а в случае одноименных зарядов (отталкивание)  $E'_{\text{п}} > 0$ . Таким образом, потенциальная энергия тела, движущегося в гравитационном или электрическом поле центральных сил, может быть представлена в виде

$$E_{\text{п}} = c/R, \quad (4)$$

где  $c$  — константа, равная  $-Gm_1m_2$  для сил гравитации и  $\pm Q_1Q_2/(4\pi\epsilon_0\epsilon)$  для сил электростатического взаимодействия. Центральные силы могут быть записаны в общем виде:

$$F = c/R^2. \quad (5)$$

Аналогия между электрическими и гравитационными центральными силами позволяет с единой точки зрения рассматривать движение в поле вида  $c/R$  (такое поле называют кулоновским). Так что траектории спутников, движущихся в поле тяготения планет, и траектории заряженных частиц, движущихся в центральном электрическом поле, могут быть рассчитаны в рамках единого подхода.

Как показывает эксперимент, рассеяние  $\alpha$ -частиц (ядер гелия) в поле ядер тяжелых элементов (опыт Резерфорда) также может быть проанализировано в рамках классической механики как рассеяние в электрическом поле центральных сил.

Траектория движения частиц в кулоновском центральном поле, т. е. в поле вида (4), как показывает теоретический анализ, представляет собой одно из конических сечений: окружность 1, эллипс 2, гиперболу 3 или параболу 4 (рис. 41).

При рассеянии  $\alpha$ -частиц, имеющих положительный заряд, в поле ядра, имеющего, как известно, тоже положительный заряд,  $\alpha$ -частицы будут двигаться по гиперболическим траекториям.

Характерной особенностью гиперболической траектории является связь между прицельным расстоянием  $R$  и углом рассеяния  $\theta$  (рис. 42).

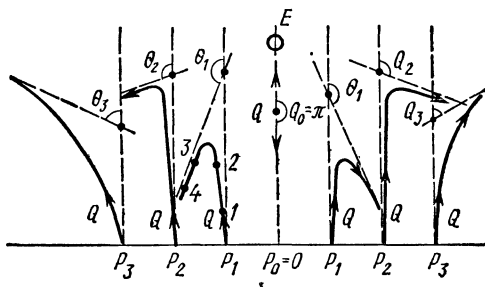


Рис. 43

Прицельным расстоянием называется кратчайшее расстояние от касательной к траектории рассеиваемой частицы  $Q$  на бесконечности до рассеивающего центра  $E$ . Другими словами, это есть расстояние от асимптоты гиперболы до рассеивающего центра. Угол рассеяния характеризует изменение направления скорости движения частицы при акте столкновения. Угол рассеяния может быть острым или тупым. Он уменьшается с ростом прицельного расстояния (рис. 43).

Связь между углом рассеяния и прицельным расстоянием дается формулой

$$\operatorname{ctg}(\Theta/2) = mv_0^2 P/c. \quad (6)$$

Здесь  $\Theta$  — угол рассеяния,  $P$  — прицельное расстояние,  $m$  — масса рассеиваемой частицы,  $v_0$  — ее начальная скорость,  $c$  — постоянная в выражении для потенциальной энергии.

## ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

**ПРИБОРЫ и ПРИНАДЛЕЖНОСТИ:** измерительная установка, уровень, транспортир.

Экспериментальная установка (рис. 44) состоит из горки гиперболического профиля (*горка Обреимова*) 1, которая моделирует потенциальное поле  $c/R^*$ , пускателя 2, который может перемещаться по линейке 3, позволяющей отсчитывать прицельное расстояние, и шарика 4, помещаемого в пускатель (шарик предварительно покрывается слоем мела).

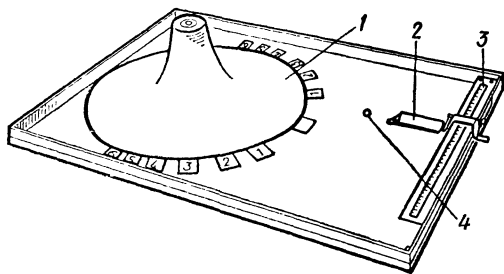


Рис. 44

Натяжение пружины пускателя подобрано так, чтобы при любом прицельном расстоянии минимальное значение расстояния  $R$  до оси горки было достаточно большим. При этом траекторию, прочерчиваемую вылетающим шариком, можно в первом приближении считать плоской гиперболой.

### Задание. Изучение зависимости углов рассеяния от прицельного расстояния

1. Придать установке горизонтальное положение с помощью уровня.
2. Взвесить шарик на технических весах.
3. Вычислить  $c$  по формуле  $c = mgc_0$ , где  $m$  — масса шарика,  $c_0$  — постоянная прибора ( $c_0 = 40 \text{ см}^2$ ).
4. Определить центральное положение пускателя, соответствующее  $P = 0$ , выстреливая шарик из различных положений и фиксируя то из них, где угол рассеяния ближе всего к  $180^\circ$ .

\* Поскольку потенциальная энергия шарика имеет вид  $E_{\text{п}} = mgh$ , а высота подъема на гиперболической горке есть  $h = c_0/R$ , то  $c = mgc_0$ , где  $c_0$  — постоянная прибора.

5. Через каждые 5 см сначала влево, затем вправо от центра выстреливать шарик, отмечая при этом его траекторию.

6. Наметить на траектории шарика реперные точки 1, 2, 3, 4 (см. рис. 43). Перенести их на кальку. Провести через точки 1—2 и 3—4 прямые до пересечения. Измерить транспортиром образовавшийся в каждом случае угол рассеяния. В каждом положении пускателя нужно произвести не менее трех пусков, следя за тем, чтобы шарик располагался в пускающем устройстве одинаковым образом и чтобы натяжение пружины пускателя было постоянным.

7. Затем, изменив натяжение пружины пускателя, выполнить все действия, указанные в п. 1—6, для двух положений пружины пускателя.

8. По полученным данным построить три графика, откладывая по горизонтали прицельное расстояние (см), а по вертикали — соответствующие котангенсы половинных углов рассеяния.

9. Измерив тангенс угла наклона  $\beta$  к оси  $X$  каждой из получившихся прямых, найти  $E_k$  — начальную энергию вылетающих шариков — по формуле

$$E_k = \frac{1}{2} c \operatorname{tg} \beta.$$

Л и т е р а т у р а: [22, т. 1, 2, 3; 30].

# ЧАСТЬ II

## МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА

### ОСНОВЫ МОЛЕКУЛЯРНО-КИНЕТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ

- |                                                                             |                                                                                          |
|-----------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------|
| 18. Изучение основных законов газового состояния на модели идеального газа  | 23. Определение средней длины свободного пробега и эффективного диаметра молекул воздуха |
| 19. Определение молярной газовой постоянной методом откачки                 | 24. Определение коэффициента вязкости жидкости                                           |
| 20. Изучение броуновского движения                                          | 25. Определение коэффициента теплопроводности металла                                    |
| 21. Изучение на механической модели распределения молекул газа по скоростям | 26. Определение температурного коэффициента линейного расширения металлов                |
| 22. Определение постоянной Авогадро методом Перрена                         |                                                                                          |

## 18 ИЗУЧЕНИЕ ОСНОВНЫХ ЗАКОНОВ ГАЗОВОГО СОСТОЯНИЯ НА МОДЕЛИ ИДЕАЛЬНОГО ГАЗА

*Цель работы: ознакомиться с моделью идеального газа и изучить с ее помощью основные законы газового состояния.*

*Идеальным газом* называется физическая модель, в которой газ рассматривается как совокупность хаотически движущихся молекул, взаимодействующих друг с другом лишь при непосредственном ударе, несущем упругий характер.

### ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

**ПРИБОРЫ и ПРИНАДЛЕЖНОСТИ:** модель идеального газа, выпрямитель.

В лабораторной установке роль молекул играют шарики 3 диаметром 4 мм (рис. 45), находящиеся в прозрачном цилиндре 4 с вращающимся дном 2. Вращающееся дно представляет собой диск с фигурными вырезами, насаженный на вал тахогенератора 1, соединенного с двигателем постоянного тока 10. Двигатель постоянного тока позволяет плавно менять число оборотов диска в зависимости от приложенного напряжения, регулируемого потенциометром 11, но эта зависимость не является линейной. С помощью тахогенератора, вращающегося от двигателя постоянного тока, достигается линейность характеристики числа оборотов диска от силы тока тахогенератора. При вращении фигурного диска 2 шарики выталкиваются вверх и в стороны, приходя вследствие столкновений в состояние неупорядоченного движения.

Чем больше напряжение на входе двигателя постоянного тока, тем больше число оборотов тахогенератора и диска, а следовательно, и кинетическая энергия, которую приобретают шарики.

Так как средняя кинетическая энергия молекул газа определяет его температуру, то в данной установке мерой «температуры газа» шариков служат показания микроамперметра 12.

Режим работы двигателя подбирается таким образом, чтобы кинетическая энергия, которую приобретают шарики, была значительно больше изменения их потенциальной энергии при движении в цилиндре 4.

Суммарный объем шариков мал по сравнению с объемом цилиндра и составляет  $\approx 1/100$  от его объема.

В процессе хаотического движения шарики, ударяясь о поршень 5, передают ему часть своего импульса, т. е. производят на него давление, и поршень поднимается вверх. При этом объем, в котором движутся шарики, — «объем газа» — будет возрастать. Изменение объема фиксируется с помощью стрелки 6, прикрепленной к площадке 7.

Поршень 5 подвешен на нити, перекинутой через блоки 8. К другому концу нити подвешен груз 9, уравновешивающий поршень.

Мерой давления служит вес грузов, помещенных на площадку 7.

Большое число частиц в моле газа ( $6,02 \cdot 10^{23}$ ) обеспечивает высокое постоянство основных параметров газа: объема, давления и температуры. В модели же газа, содержащей около 100 шариков, такого постоянства наблюдаться не может. Так, при постоянном давлении (неизменное число перегрузок) и постоянной температуре газа (постоянный ток, текущий через микроамперметр) стрелка 6 может испытывать достаточно большие колебания около среднего значения, амплитуда которых достигает иногда 10 мм. Поэтому значение объема  $V$  следует брать равным среднему значению:  $V = (V_{\text{макс}} + V_{\text{мин}})/2$ .

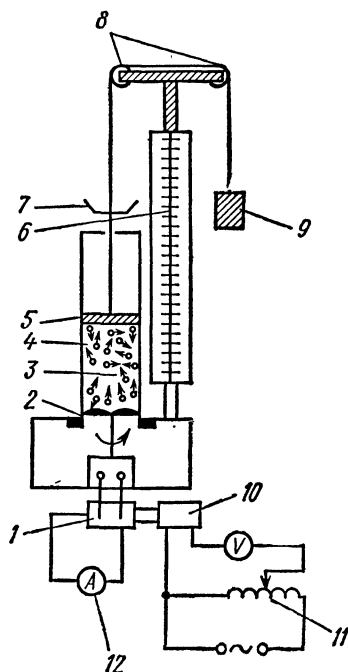


Рис. 45

### Задание 1. Проверка закона Гей-Люссака

1. Положить на площадку 7 определенное число грузиков и, изменяя ток тахогенератора — «температуру газа», измерить соответствующие ей значения «объемов газа».

2. Результаты измерения выразить в виде графика зависимости «объема» от «температуры» (при постоянном «давлении»).

### **Задание 2. Проверка закона Бойля — Мариотта**

1. Установить определенное значение тока тахогенератора — «температуру газа» и для различного числа грузиков — «давление газа», измерить соответствующие им значения «объемов газа».

2. Результаты измерения выразить в виде графика зависимости «объема» от «давления» (при постоянной «температуре»).

### **Задание 3. Проверка закона Шарля**

1. Положить на площадку 7 несколько (2—3) грузиков и для определенного значения тока («температуры газа») записать соответствующий объем.

2. Изменять ток («температуру газа») через определенные значения и каждый раз добавлять на площадку 7 такое число грузиков, чтобы среднее значение объема оставалось постоянным.

3. Результаты измерения выразить в виде графика зависимости «давления» от «температуры» (при постоянном «объеме»).

Установить основные источники погрешностей измерений.

Л и т е р а т у р а : [13; 22, т. 1; 30, т. 1].

## **19 ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОЛЯРНОЙ ГАЗОВОЙ ПОСТОЯННОЙ МЕТОДОМ ОТКАЧКИ**

**Ц е л ь р а б о т ы:** *определение молярной (универсальной) газовой постоянной  $R$  — константы состояния идеального газа, одинаковой для всех газов.*

Молярную газовую постоянную можно определить из уравнения Менделеева — Клапейрона:

$$pV = (m/\mu) RT, \quad (1)$$

где  $p$  — давление,  $V$  — объем,  $m$  — масса газа,  $\mu$  — масса одного моля этого газа,  $T$  — абсолютная температура газа.

Все параметры газа, входящие в уравнение (1), можно измерить непосредственно, за исключением массы газа, так как взвешивание газа возможно только вместе с сосудом, в который он заключен. Поэтому для определения  $R$  из (1) необходимо исключить массу сосуда. Это можно сделать, рассмотрев уравнение состояния двух масс  $m_1$  и  $m_2$  одного и того же газа при неизменных температуре  $T$  и объеме  $V$ .

Рассмотрение уравнения состояния (1) для двух значений массы газа дает следующее выражение для молярной газовой постоянной:

$$R = \frac{\mu (p_1 - p_2) V}{(m_1 - m_2) T}. \quad (2)$$

Следовательно, если определить давление  $p_1$  и температуру  $T$  для некоторой массы  $m_1$ , заключенной в сосуде объемом  $V$ , а затем изменить массу  $m_1$  газа в том



же сосуде до величины  $m_2$  (например, путем откачки) и вновь определить давление  $p_2$  при той же температуре  $T$ , то по формуле (2) легко рассчитать молярную газовую постоянную.

## ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

**ПРИБОРЫ и ПРИНАДЛЕЖНОСТИ:** стеклянная колба, насос Комовского, манометр, аналитические весы.

Общий вид установки представлен на рис. 46. Установка состоит из стеклянной колбы 2, имеющей два отростка с припаянными к ним хорошо притертыми кранами 1 и 3. На отростки надеваются резиновые трубки. Одна трубка соединяет колбу с манометром 6, другая соединена с ручным насосом Комовского 4. К стеклянной колбе

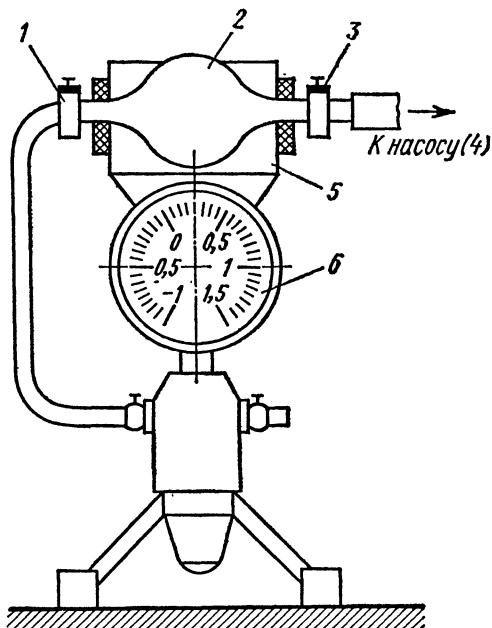


Рис. 46

подвязана нить (на чертеже не указана), с помощью которой она подвешивается к коромыслу аналитических весов. На манометре сверху имеется держатель 5, служащий для крепления колбы. Значение объема колбы дается в задании к работе.

## Задание. Определение массы откачанного воздуха и вычисление молярной газовой постоянной

1. Снять резиновые трубки с отростков колбы, а затем и саму колбу с держателя.

2. Колбу с открытыми кранами подвесить к коромыслу аналитических весов и определить суммарную массу ( $m_0 + m_1$ ) колбы ( $m_0$ ) и содержащегося в ней воздуха ( $m_1$ ).

3. Колбу поместить в держатель манометра, соединить резиновыми трубками с манометром и насосом и откачать воздух до некоторого давления  $p_2$ .

При этом манометр показывает разность между атмосферным давлением  $p_1$  и давлением в колбе  $p_2$ .

4. Закрыть краны и на аналитических весах вновь определить суммарную массу ( $m_0 + m_2$ ) колбы ( $m_0$ ) и содержащегося в ней воздуха ( $m_2$ ).

5. Определить массу откачанного воздуха как разность

$$(m_0 + m_1) - (m_0 + m_2) = m_1 - m_2.$$

6. Измерить температуру воздуха в лаборатории.
7. Подсчитать по формуле (2) газовую постоянную.
8. Опыт произвести не менее трех раз.
9. Рассчитать среднее значение  $R$  и сравнить его с теоретическим значением.
10. Определить основные источники погрешности при измерениях и оценить точность определения  $R$ .

Л и т е р а т у р а: [1; 13; 22, т. 1; 30, т. 1].

## 20 ИЗУЧЕНИЕ БРОУНОВСКОГО ДВИЖЕНИЯ

**Ц е л ь р а б о т ы:** *непосредственное наблюдение броуновского движения и проверка закона Смолуховского — Эйнштейна.*

*Броуновским движением* называется движение взвешенных частиц в газе (например, частиц дыма и капелек тумана в воздухе) или в жидкости (например, частиц туши в воде).

Эти частицы непрерывно колеблются и хаотически перемещаются в пространстве. Происходит это потому, что движущиеся молекулы среды (газа или жидкости) при столкновении со взвешенной частицей передают ей некоторый импульс. Если частица достаточно мала, то удары налетающих на нее с разных сторон молекул могут оказаться нескомпенсированными, в результате чего частица придет в движение.

Долгое время броуновское движение являлось лишь качественным подтверждением молекулярно-кинетической теории.

Статистическое истолкование и установление количественных соотношений для броуновского движения было дано лишь в начале века в работах Смолуховского, Эйнштейна и Перрена.

Смолуховский и Эйнштейн установили, что *средний квадрат проекции перемещения сферической броуновской частицы на произвольно выбранное направление пропорционален времени, за которое происходит перемещение:*

$$\langle X \rangle^2 = \frac{RT}{3\pi\eta r N_A} t, \quad (1)$$

где  $R$  — молярная газовая постоянная,  $T$  — абсолютная температура,  $\eta$  — коэффициент вязкости среды,  $r$  — радиус частицы (которая предполагается сферической),  $N_A$  — постоянная Авогадро,  $t$  — величина промежутка времени, за который происходит перемещение.

### ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

**ПРИБОРЫ и ПРИНАДЛЕЖНОСТИ:** микроскоп, рисовальный аппарат, суспензия туши в воде, спектропроектор, киноплёнка с кадрами снимков газового пузырька.

Для выполнения работы используются две установки: первая предназначена для непосредственного наблюдения и зарисовки траектории движения частичек туши в воде, вторая — для изучения движения газового пузырька размеров порядка нескольких микрометров в природных кристаллах минерала берилла.

В первой установке для наблюдения частиц используется микроскоп с увеличением 60×. Для зарисовки на бумаге траектории

частицы, наблюдаемой в поле зрения микроскопа, имеется рисовальный аппарат, смонтированный в виде отдельной насадки на тубусе микроскопа (рис. 47). Рисовальный аппарат позволяет одновременно наблюдать движущуюся броуновскую частицу и лист бумаги, на которой производится зарисовка ее траектории. Благодаря оснащению микроскопа рисовальным аппаратом наблюдатель видит броуновскую частицу как бы перемещающейся по листу бумаги.

Принцип действия рисовального аппарата поясняют рис. 47 и 48.

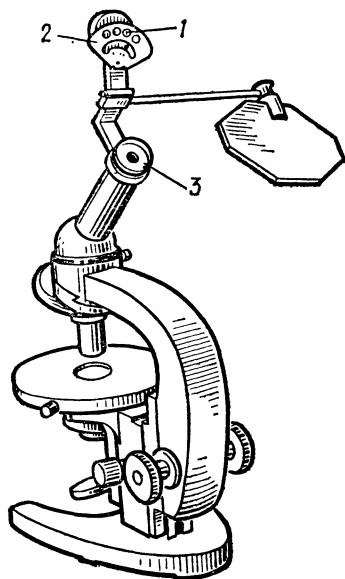


Рис. 47

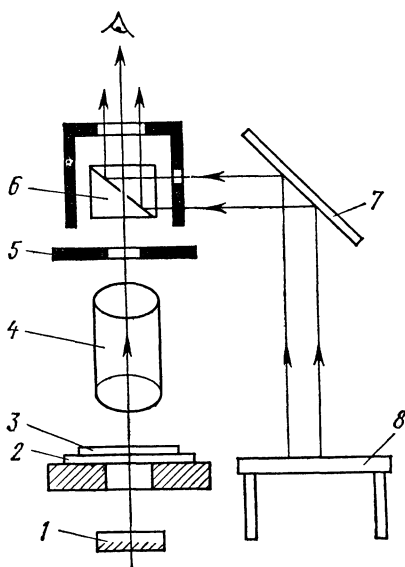


Рис. 48

Стеклянный кубик 6 (рис. 48), вмонтированный в откидную головку рисовального аппарата, посеребрен в диагональном сечении, за исключением центральной части, через которую в глаз наблюдателя попадают лучи из микроскопа 4, идущие через диафрагму 5. Одновременно с помощью зеркала 7 можно наблюдать изображение листа бумаги, находящегося на рисовальном столике 8.

Для нормальной работы необходимо, чтобы оба изображения имели одинаковую яркость.

Яркость изображения броуновских частиц может регулироваться изменением положения осветителя зеркала 1 микроскопа и набором светофильтров 2, вмонтированных в сектор 3 рисовального аппарата (см. рис. 47).

Сектор 3 имеет четыре отверстия: одно из них пустое, в двух установлены нейтральные светофильтры разной плотности и в четвертом — синий светофильтр.

Изменением положения источника света, осветителя и подбором светофильтров сектора осуществляется достаточно плавная регулировка яркости изображения частиц и рисовального столика.

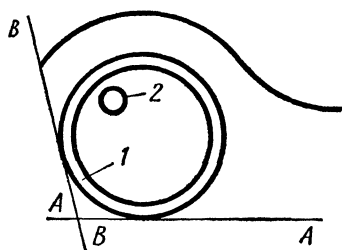


Рис. 49

Вторая установка работает по принципу фотоувеличителя. В данной работе использован спектропроектор ПС-18, на предметный столик которого помещается киноплёнка с нумерованными кадрами снимков газового пузырька углекислоты в природных кристаллах минерала берилла  $\text{Be}_3\text{Al}_2\text{Si}_6\text{O}_{18}\text{H}_2\text{O}$ .

Иногда в таких кристаллах встречаются двухфазные включения. Жидкие включения представляют собой растворы тех солей, из которых образовался сам кристалл. При кристаллизации берилла капельки этого раствора оказались замкнутыми в теле выросшего кристалла. Затем раствор этот расслоился, из раствора солей выделились капельки углекислоты. Углекислота в этих капельках теперь находится при температуре ниже критической и поэтому образует две фазы: жидкую и газовую. Газовая фаза в виде маленького пузырька 2 помещается где-либо внутри сферической капельки углекислоты 1, как показано на рис. 49.

Фотографии газового пузырька сделаны через одинаковые промежутки времени ( $\Delta t$ ), и поэтому последовательные кадры киноплёнки дают возможность зафиксировать положение пузырька через равные промежутки времени\*.

Спектропроектор ПС-18 является оптическим проекционным аппаратом, основные узлы которого можно видеть на рис. 50. Это осветительная система 1, 2, предметный столик 6 с двумя ручками управления 9, 10, объектив 7 с фокусирующим маховичком 8

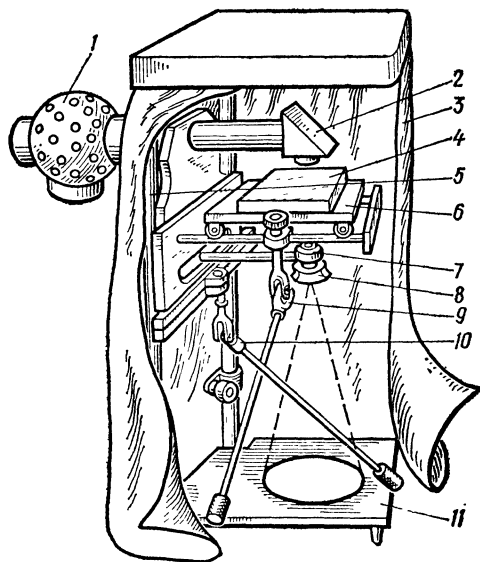


Рис. 50

\* Данный метод наблюдения газового пузырька — броуновской частицы — предложен Г. Г. Леммлейном и его сотрудниками из Института кристаллографии АН СССР.

и экран 11. Все части смонтированы на жестком каркасе 5. Крышка с черной шторой 3 служит для защиты всей установки от постороннего света. Установка освещается лампой накаливания, которая в специальном фонаре крепится сзади осветительной системы и подключается к электросети через трансформатор ПСТ-18.

Спектропроектор дает увеличенную в 20 раз проекцию киноплетки на экране. Четкость изображения корректируется фокусировкой с помощью маховичка 8. Кадр можно перемещать в двух взаимно перпендикулярных направлениях посредством ручек 9, 10.

### **Задание 1. Зарисовка с помощью рисовального аппарата траектории движения частиц туши в воде и проверка закона Смолуховского — Эйнштейна**

1. Нанести каплю суспензии туши на предметное стекло 2 (см. рис. 48) и накрыть ее осторожно покровным стеклом 3 так, чтобы между стеклами не было пузырьков воздуха.

2. Включить осветитель (на рис. 48 не показан) и, откинув головку 3 (см. рис. 47) рисовального аппарата, добиться, фокусируя микроскоп, резкого изображения броуновских частиц.

3. Опустить откидную головку рисовального аппарата и, наблюдая частицы через призму, ввести в поле зрения изображение бумаги, которая должна быть расположена справа от микроскопа.

Добиться одинаковой яркости изображения частиц, бумаги и острия карандаша.

4. Откинуть опять головку рисовального аппарата и выбрать в поле зрения отчетливо видимую броуновскую частицу, совершающую интенсивное хаотическое движение.

При наличии резко заметного направленного потока всех частиц необходимо добиться его устранения, повторив операцию нанесения новой капли суспензии на предметное стекло.

5. Ввести частицу в центр поля зрения с помощью головок винтов, перемещающих столик в двух взаимно перпендикулярных направлениях в горизонтальной плоскости. Вновь опустить головку рисовального аппарата и приступить к зарисовке траекторий.

Эту часть работы необходимо проводить вдвоем: один следит за частицей, «держит» ее с помощью микрометрического винта микроскопа все время в фокусе, и кончиком остро заточенного карандаша ставит точки через каждые 10 с в тех местах, где оказываются в эти моменты частицы; другой при этом следит за секундомером, отдает команды, когда необходимо ставить точки, и своим карандашом около каждой точки ставит очень маленькими цифрами порядковый номер (важно не перепутать последовательность точек).

Для одной и той же частицы надо зафиксировать около десяти точек. Если частица уходит из поля зрения, то для наблюдения следует выбрать другую частицу и начать зарисовку заново.

## Задание 2. Зарисовка с помощью спектропроектора положения на фотопленке газового пузырька углекислоты и проверка закона Смолуховского — Эйнштейна

1. Подготовить спектропроектор к работе. На экран 4 (рис. 50) поместить лист белой бумаги и закрепить его с помощью трех зажимов. Включить осветительную систему. При этом на экране должна появиться проекция одного из кадров пленки (рис. 49). Четкость изображения достигается поворотом маховичка 8 на четверть — половину оборота.

2. Просмотреть пленку начиная с кадра № 1. Работая ручками управления 9, 10, переместить пленку так, чтобы на экран попала проекция кадра № 1. Остро отточенным карандашом отметить на бумаге первое положение пузырька, пронумеровав его. Убедившись в неподвижности бумаги на экране, нанести на нее с помощью линейки две линии (AA и BB на рис. 49), совпадающие с изображением жидкого включения в кристалле.

3. Переместить пленку на один кадр, следя за тем, чтобы бумага не смещалась. При смене кадров контуры кадра № 2 совместить с линиями AA и BB и нанести на бумагу положение пузырька.

4. Передвинув пленку на следующий кадр, нанести на бумагу новое положение пузырька и так до конца пленки.

**У к а з а н и е.** Надо следить за тем, чтобы бумага была неподвижна и при смене кадров контуры каждого следующего кадра совмещались в проекции с линиями AA и BB. Все положения пузырька должны быть пронумерованы. Лампу осветительной системы, когда в ней нет надобности, надо отключить.

### Обработка результатов измерений заданий 1 и 2

1. Для определения средних квадратов перемещений броуновской частицы берут лист с зарисованными перемещениями  $x$  и с помощью циркуля-измерителя и миллиметровой линейки снимают

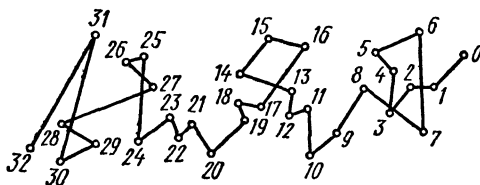


Рис. 51

все необходимые данные. Это делается так: сначала иглы циркуля совмещают с точками 0, 1 (рис. 51), затем циркуль переносят на миллиметровую линейку; полученное таким образом с точностью до 0,5 мм расстояние и будет являться перемещением пузырька в проекции на экран за время  $\Delta t$ . Точно так же измеряются перемещения  $x_{1,2}$ ,  $x_{2,3}$ ,  $x_{n-1}$ ,  $x_n$ , соответствующие интер-

валам времени  $\Delta t$ ;  $x_{0,2}$ ,  $x_{1,3}$ ,  $x_{n-2,n}$ , соответствующие интервалам времени  $2\Delta t$ , и  $x_{0,3}$ ,  $x_{1,4}$ ,  $x_{n-3,n}$ , соответствующие интервалам  $3\Delta t$ . За  $\Delta t$  условно принимается интервал времени между двумя соседними кадрами на пленке в установке к заданию 2 и  $\Delta t = 10$  с при зарисовке частицы в задании 1.

2. Рассчитать квадраты перемещений  $x_{0,1}^2$ ,  $x_{1,2}^2$ , ... и  $x_{0,3}^2$ ,  $x_{1,3}^2$ , ...,  $x_{0,4}^2$ ,  $x_{1,4}^2$ , ... соответственно за время  $\Delta t$ ,  $2\Delta t$  и  $3\Delta t$ , ...
3. Определить три средних значения перемещений по формулам

$$\langle x \rangle_{\Delta t}^2 = \frac{\sum x_{n-1,n}^2}{n-1}; \quad \langle x \rangle_{2\Delta t}^2 = \frac{\sum x_{n-2,n}^2}{n-2}; \quad \langle x \rangle_{3\Delta t}^2 = \frac{\sum x_{n-3,n}^2}{n-3}.$$

4. Проверить закон Смолуховского — Эйнштейна.

По результатам проведенных измерений построить график зависимости средних квадратов перемещений  $\langle x \rangle_{\Delta t}^2$ ;  $\langle x \rangle_{2\Delta t}^2$ ;  $\langle x \rangle_{3\Delta t}^2$  от интервалов времени  $\Delta t$ ,  $2\Delta t$ ,  $3\Delta t$ . Экспериментальным доказательством справедливости формулы Смолуховского — Эйнштейна (1) является линейность полученного графика.

Л и т е р а т у р а: [6; 13; 22, т. 1; 30, т. 1].

## 21 ИЗУЧЕНИЕ НА МЕХАНИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ МОЛЕКУЛ ГАЗА ПО СКОРОСТЯМ

**Ц е л ь р а б о т ы:** *получить и изучить на механической модели распределение частиц, аналогичное распределению Максвелла молекул газа по скоростям.*

Молекулы в газе движутся беспорядочно, и поэтому абсолютные величины их скоростей не совпадают друг с другом. Для описания распределения молекул газа по скоростям удобно рассматривать вероятности того, что данная молекула имеет скорость, абсолютная величина которой лежит в интервале от  $v$  до  $v + dv$ .

Каждая из трех составляющих вектора скорости по осям координат является случайной величиной, распределенной по нормальному закону Гаусса:

$$f(v_x) = A_1 e^{-\alpha_1 v_x^2}, \quad (1)$$

где  $f(v_x)$  — плотность вероятности, а  $A_1$  и  $\alpha_1$  — положительные постоянные\*.

Вероятность того, что составляющие вектора скорости молекулы находятся одновременно в интервалах

$$(v_x; v_x + dv_x); (v_y; v_y + dv_y); (v_z; v_z + dv_z),$$

зависит только от модуля  $|\mathbf{v}| = v$ , или, что то же самое, от квадрата скорости. Вместо квадрата составляющих скорости в качестве аргумента берут соответствующие им значения кинетических энергий  $mv_x^2/2$ ;  $mv_y^2/2$ ;  $mv_z^2/2$  и полную кинетическую энергию  $mv^2/2$ .

---

\* Соотношение между ними можно определить из условия

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(v_x) dv_x = \int_{-\infty}^{+\infty} A_1 e^{-\alpha_1 v_x^2} dv_x = 1.$$

Тогда уравнение (1) может быть переписано в виде

$$f(v) = A_2 e^{-\alpha_2 (mv^2/2)}, \quad (2)$$

здесь  $A_2$  и  $\alpha_2$  — новые постоянные;  $\alpha_2 = 1/(kT)$ , где  $k$  — постоянная Больцмана,  $T$  — абсолютная температура. Таким образом,

$$f(v) = A_2 e^{-mv^2/(2kT)}.$$

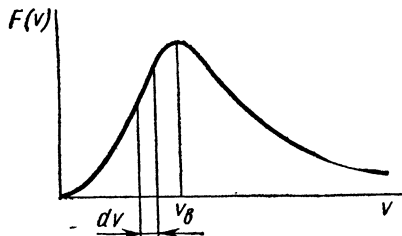


Рис. 52

Чтобы получить закон распределения Максвелла по абсолютным значениям скоростей, необходимо проинтегрировать (2) по всем значениям скоростей, лежащим внутри тонкого шарового слоя радиусом  $v$  и толщиной  $dv$ . Объем этого слоя равен  $4\pi v^2 dv$ .

Следовательно, функцию распределения по абсолютным значениям скоростей можно получить из функции (2), умножив ее на  $4\pi v^2$ . Тогда

$$F(v) = 4\pi A_2 e^{-mv^2/(2kT)} v^2.$$

Внесем  $4\pi$  в значение постоянной  $A_2$  и обозначим новую постоянную  $A$ :

$$F(v) = A e^{-mv^2/(2kT)} v^2. \quad (3)$$

Эта функция, как и функции (1) и (2), должна удовлетворять условию

$$\int_0^{\infty} F(v) dv = 1.$$

Полученная кривая в отличие от графиков функций (1) и (2), которые симметричны относительно начала координат, смещена от него и имеет вид, представленный на рис. 52.

## ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

**ПРИБОРЫ и ПРИНАДЛЕЖНОСТИ:** установка для изучения закона распределения, подобного закону распределения Максвелла, пшено, линейка.

Схема лабораторной установки для изучения закона распределения, подобного закону распределения Максвелла, представлена на рис. 53.

Поток мелких частиц зерна высыпается из воронки 1 и рассеивается на системе расположенных ниже металлических сеток 2. Случайный характер рассеивания зерен приводит к тому, что плотность вероятности отклонения их в любом направлении в горизонтальной плоскости имеет вид закона нормального распределения Гаусса:

$$f(r) \approx e^{-\alpha r^2},$$

где  $\alpha$  — постоянная, а  $r$  — расстояние от осевой линии до рассматриваемой точки.

Рассеянные зерна попадают на систему концентрических цилиндров 3, полости которых образуют в горизонтальном сечении систему концентрических кольцевых слоев толщиной в 1 см. По-



падающие в каждый такой слой зерна благодаря наклону дна 4 цилиндров сыпаются через систему отводных трубок 5 в отдельные ячейки накопителя 6. Ячейки накопителя имеют одинаковое сечение, поэтому число попавших в каждую из них зерен пропорционально высоте заполнения соответствующей ячейки.

Как видно из описания работы установки, число зерен, попавших в  $i$ -ю ячейку накопителя, пропорционально как плотности вероятности их отклонения на расстояние  $r_i$  от осевой линии, так и площади  $2\pi r_i \Delta r$  кольцевого слоя (радиуса  $r_i$  и толщины  $\Delta r$ ), с которого осуществляется отбор зерен в  $i$ -ю ячейку. Поэтому вероятность  $P_i$  попадания в  $i$ -ю ячейку приблизительно равна  $2\pi f(r_i) \Delta r$ , т. е. пропорциональна величине

$$P_i \approx r_i e^{-\alpha r_i^2} \Delta r. \quad (4)$$

Сравнивая формулы (4) и (3), можно увидеть, что распределение величин отклонений зерен от некоторого начального направления движения воспроизводит картину максвелловского распределения молекул двухмерного газа по скоростям.

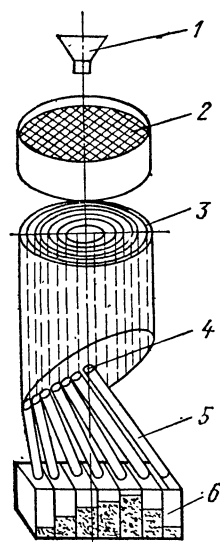


Рис. 53

**Задание.** Получение на модели распределения зерна, подобного закону распределения Максвелла, и сравнение полученной кривой с теоретической

1. В механическую модель заложить в определенном порядке все сетки (20 шт.). Установить все элементы установки (сетки, цилиндры, приемный ящик) вплотную друг к другу.

2. Медленно высыпать через воронку зерно и измерить линейкой уровни зерна ( $y_i$ ) во всех ячейках приемного ящика ( $i$  — номер ячейки), начиная от начальной, в которую сыпается зерно из самого узкого цилиндра.

3. Сложить значения уровней зерна во всех ячейках.  $\Sigma y_i$  пропорциональна общему числу зерен  $N$ .

4. Рассчитать для каждой ячейки отношение  $y_i / \Sigma y_i$ , пропорциональное вероятности  $P_i$  попадания зерен в данную ячейку при ширине ячеек, равной единице (ширине интервала).

5. Построить график зависимости  $y_i / \Sigma y_i$  от номера ячейки.

6. Аналогичные измерения проделать при вдвое меньшем числе сеток. Произвести расчеты по п. 2, 3, 4 и данные расчета записать на тот же график.

7. По максимумам кривых на обоих графиках определить наиболее вероятные скорости  $v_b$  и  $v'_b$  в наших условных единицах и затем

отношение абсолютных температур (так как  $v_b \sim \sqrt{T}$ ):

$$T'/T = v_b'^2/v_b^2.$$

8. Сравнить одну из экспериментальных кривых распределения с вычисленной по формуле, справедливой для двухмерного газа (дается без вывода),

$$P_i = N [e^{-\alpha(i-1)^2} - e^{-\alpha i^2}],$$

где  $N = \sum y_i$  — сумма уровней во всех ячейках экспериментального распределения;  $i$  — номер ячейки;  $P_i$  — расчетный уровень в  $i$ -й ячейке,  $\alpha = 1/2 v_b^2$ , а  $v_b$  — наиболее вероятная скорость, или номер ячейки, в которую попало максимальное число зерен.

Рассчитанные значения уровней в каждой ячейке нанести на график с экспериментальным распределением.

Л и т е р а т у р а: [7; 13; 22, т. 1; 29; 30, т. 1; 35].

## 22 ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОСТОЯННОЙ АВОГАДРО МЕТОДОМ ПЕРРЕНА

**Ц е л ь р а б о т ы:** *определить постоянную Авогадро — важную физическую константу (необходимую, например, для определения постоянной Больцмана, масс молекул и т. д.).*

*Постоянной Авогадро* называется число молекул в моле любого вещества. Постоянная Авогадро при хорошем согласии результатов определена многими различными методами. Наиболее точные ее значения получены из данных о строении кристаллов.

Впервые постоянная Авогадро была измерена П е р р е н о м. Опыт Перрена, основанный на наблюдении распределения по высоте броуновских частиц, воспроизводится в данной лабораторной работе.

Опыт заключается в следующем. В микроскоп с малой глубиной поля зрения рассматривают эмульсию, частицы которой (броуновские) имеют сферическую форму и достаточно малые размеры. Броуновские частицы совершают беспорядочное движение под действием ударов молекул жидкости. Скорости движения броуновских частиц очень малы по сравнению со скоростями молекул, так как масса каждой частицы велика по сравнению с массами молекул, с которыми она сталкивается. Столкновения с молекулами препятствуют падению

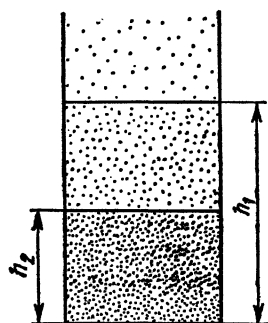


Рис. 54

броуновских частиц на дно сосуда и приводят к неравномерному распределению их числа по высоте (рис. 54).

Основываясь на молекулярно-кинетической теории, можно показать, что закон распределения броуновских частиц по высоте в сосуде имеет вид

$$n_1 = n_2 e^{\frac{-mg'(h_1 - h_2) N_A}{RT}}, \quad (1)$$

где  $n_1$  и  $n_2$  — число частиц в единице объема на уровнях  $h_1$  и  $h_2$ ,  $N_A$  — постоянная Авогадро,  $T$  — абсолютная температура эмульсии,  $R$  — молярная газовая

постоянная,  $m$  — масса броуновской частицы,  $g'$  — эффективное ускорение силы тяжести, учитывающее выталкивающую силу среды.

«Эффективный вес» частицы (т. е. равнодействующая ее силы тяжести и архимедовой выталкивающей силы) равен

$$mg' = (4/3) \pi r^3 g (\rho - \rho_0), \quad (2)$$

где  $r$  — радиус частицы,  $\rho$  — плотность вещества броуновских частиц,  $\rho_0$  — плотность среды. Таким образом, формула (1) запишется так:

$$n_1 = n_2 e^{-\frac{4\pi r^3 g (\rho - \rho_0) N_A (h_1 - h_2)}{3RT}}, \quad (3)$$

Отсюда

$$N_A = \frac{3RT \ln(n_1/n_2)}{4\pi r^3 (\rho - \rho_0) (h_2 - h_1) g}. \quad (4)$$

Величины  $n_1$ ;  $n_2$ ;  $r$ ;  $\rho$ ;  $\rho_0$ ;  $h_2$ ;  $h_1$  можно измерить, что позволяет вычислить постоянную Авогадро.

## ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

**ПРИБОРЫ и ПРИНАДЛЕЖНОСТИ:** микроскоп МБР-1, окуляр  $10\times$ , окуляр  $15\times$  с вставленной в него диафрагмой из фольги, объектив  $40\times$  и объектив  $90\times$ , осветитель, иммерсионная жидкость (кедровое масло), кювета, представляющая собой углубление в предметном стекле, покровные стекла, эмульсия, секундомер.

Установка состоит из микроскопа, например МБР-1. Инструкция по настройке микроскопа изложена в конце этой работы.

Для определения  $n_1$  и  $n_2$  на предметный столик микроскопа кладут кювету с эмульсией, закрытую покровным стеклом (рис. 55). Эмульсия заранее готовится лаборантом и представляет суспензию раствора канифоли в этиловом спирте и воды. После суток отстаивания наиболее крупные частицы канифоли выпадают в осадок, а верхний слой эмульсии используют для опыта. Частицы канифоли имеют сферическую форму и под влиянием ударов молекул воды и спирта находятся в беспорядочном движении.



Рис. 55

Плотность броуновских частиц (плотность канифоли) равна  $\rho = 1,08 \text{ г/см}^3$ , плотность среды (вода и спирт)  $\rho_0 = 0,95 \text{ г/см}^3$ .

Цена деления микровинта подъема микроскопа, а также барабана микровинта окуляра  $15\times$  прилагается к работе.

**Задание.** Определение числа частиц в эмульсии на двух разных уровнях и расчет постоянной Авогадро

1. В микроскоп (рис. 56) установить объектив 5 ( $40\times$ ) и окуляр 7 ( $10\times$ ). Включить осветитель 10 и поворотом зеркала 1 микроскопа добиться хорошего освещения эмульсии. Сфокусировать микроскоп на самый низший из возможных уровней  $h_1$ .

2. Заменить окуляр  $10\times$  на  $15\times$ . В окуляре  $15\times$  для ограничения поля зрения установлена фольга с проколотым отверстием.

3. Включить секундомер и через каждые 15 с подсчитывать и записывать число частиц, одновременно появляющихся в поле зрения на площади этого отверстия  $n_1$ . Всего произвести около 20 подсчетов и рассчитать среднее значение.

4. Поднять тубус микроскопа и подсчитать число частиц  $n_2$  на высоте  $h_2$ . Подсчет ведется так же, как и для  $n_1$ .

5. Вычислить разность высот:

$$\Delta h = h_1 - h_2 = \alpha x,$$

где  $x$  — перемещение тубуса микроскопа, отсчитанное по шкале микрометрического винта,  $\alpha$  — цена деления микрометрического винта.

6. Определить радиус частицы. Это можно сделать следующим образом. Тубус микроскопа перемещать микрометрическим винтом до тех пор, пока на поверхности стекла не появятся цепочки — подсыхающая эмульсия. Затем по микрометрическому винту окуляра измерить длину цепочки, состоящей из 5—6 частиц.

Такой отсчет произвести не менее 10 раз для разных цепочек частиц, так как частицы эмульсии имеют не вполне одинаковые размеры, и вычислить среднее значение диаметра частицы и ее радиуса.

7. Температуру эмульсии принять равной комнатной и определить ее по комнатному термометру.

8. Рассчитать постоянную Авогадро по формуле (4).

9. Оценить точность метода измерения.

### *Инструкция по настройке микроскопа*

1. Установить объектив  $40\times$ , окуляр  $15\times$ .
2. Поднять конденсор 15 до упора винтом 2 (рис. 56).
3. Закрыть диафрагму 8 осветителя 10.
4. Поставить зеркало 1 под углом  $45^\circ$ .
5. Направить свет от осветителя на зеркало микроскопа. Для этого необходимо изменять наклон осветителя, ослабив стопорный винт 14, и передвигать осветитель по стойке 9, ослабив стопорный винт 13. По окончании настройки винты закрепить.
6. Закрыть диафрагму 16 конденсора 15.
7. Добиться резкого изображения нити лампы осветителя на поверхности изображения в зеркале диафрагмы конденсора 15 микроскопа. Для этого необходимо передвигать лампу 11 в корпусе осветителя.
8. Сфокусировать микроскоп на кювету, опуская объектив 5 винтом 4 почти до поверхности кюветы и затем поднимая мик-

рометрическим винтом 3 до появления резкого изображения броуновских частиц.

9. Вынуть окуляр 7, наблюдая в трубу 6, легкими наклонами зеркала привести изображение источника света в центр поля зрения.
10. Открыть диафрагму 8 осветителя так, чтобы диаметр изображения источника равнялся диаметру поля зрения.
11. Открывать диафрагму 16 конденсора 15 до тех пор, пока диаметр ее изображения не будет равен  $\frac{2}{3}$  диаметра выходного зрачка. (При слишком раскрытой диафрагме конденсора контрастность изображения снижается.)
12. Произвести регулировку освещения рукояткой трансформатора 12 осветителя. Освещение не должно быть очень ярким.

Л и т е р а т у р а : [7; 13; 22, т. 1; 30, т. 1; 35].

## 23 ОПРЕДЕЛЕНИЕ СРЕДНЕЙ ДЛИНЫ СВОБОДНОГО ПРОБЕГА И ЭФФЕКТИВНОГО ДИАМЕТРА МОЛЕКУЛ ВОЗДУХА

**Ц е л ь р а б о т ы:** *вычисление длины свободного пробега и эффективного диаметра молекулы азота (который составляет 78,1% воздуха) по коэффициенту внутреннего трения (вязкости).*

Заметное отклонение молекул от прямолинейных траекторий при тепловом движении происходит только при их достаточном сближении. Такое взаимодействие между молекулами называется *столкновением*. Процесс столкновения молекул удобно характеризовать величиной *эффективного диаметра* молекулы. Под ним понимается минимальное расстояние, на которое могут сблизиться центры двух молекул при их столкновении.

Расстояние, которое проходит молекула между двумя последовательными столкновениями, называется *длиной свободного пробега* молекулы. В данной работе определяется средняя длина свободного пробега, так как длины пробегов отдельных молекул из-за статистического характера процессов в газах, естественно, должны отличаться.

Молекулярно-кинетическая теория позволила получить формулы, в которых макроскопические параметры газа (давление, объем, температура) связаны с его микропараметрами (размеры молекулы, ее масса, скорость). Пользуясь этими формулами, можно при помощи легко измеримых макропараметров — давления, температуры, коэффициента внутреннего трения — получить интересные нас микропараметры — размеры молекулы, длину ее свободного пробега и т. д.

Из молекулярно-кинетической теории вытекает формула, связывающая вязкость со средней длиной свободного пробега молекулы:

$$\eta = \frac{1}{3} \cdot \rho \langle \lambda \rangle \langle c \rangle, \quad (1)$$

где  $\eta$  — коэффициент внутреннего трения (*динамическая вязкость*),  $\rho$  — плотность газа,  $\langle \lambda \rangle$  — средняя длина свободного пробега,  $\langle c \rangle$  — средняя арифметическая скорость молекул, т. е. среднее значение абсолютной величины скорости молекул.

Из формулы (1) получаем

$$\langle \lambda \rangle = 3\eta / (\rho \langle c \rangle). \quad (2)$$

Вязкость можно определить, воспользовавшись известной *формулой Пуазейля*, выражающей вязкость через объем  $V$  газа, протекающего через

сечение трубки за определенное время  $t$  при определенной разности давлений  $\Delta p$  на концах трубки:

$$\eta = \frac{\pi r^4}{8Vl} \Delta p t, \quad (3)$$

где  $r$  — радиус,  $l$  — длина трубки.

При выводе формулы (3) пренебрегли кривизной капли вытекающей жидкости (эта поправка в данной задаче составляет менее 3 %).

Средняя скорость газовых молекул может быть найдена из закона распределения Максвелла:

$$\langle c \rangle = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}, \quad (4)$$

где  $R$  — молярная газовая постоянная,  $T$  — абсолютная температура,  $\mu$  — молярная масса газа.

Плотность газа можно найти из уравнения Клапейрона — Менделеева:

$$\rho = m/V = \mu p/(RT), \quad (5)$$

где  $p$  — давление газа.

Подставляя (3), (4), (5) в формулу (2), получим

$$\langle \lambda \rangle = \frac{3\pi r^4 \Delta p t \sqrt{\pi RT}}{16Vlp\sqrt{2\mu}}. \quad (6)$$

Эффективный диаметр молекулы можно вычислить из формулы, выражающей его связь с длиной свободного пробега:

$$\langle \lambda \rangle = \frac{1}{V 2\pi n D^2}, \quad (7)$$

где  $n$  — число молекул в единице объема при данных условиях,  $D$  — эффективный диаметр молекулы.

Число молекул в единице объема при данных условиях выражается формулой

$$n = n_0 \frac{pT_0}{p_0T}, \quad (8)$$

где  $n_0$  — число Лошмидта — число молекул в единице объема при нормальных условиях ( $p_0$ ,  $T_0$ ).

Используя формулы (7) и (8), получаем выражение для эффективного диаметра молекулы газа:

$$D = \sqrt{\frac{T p_0}{V 2\pi n_0 p T_0 \langle \lambda \rangle}}. \quad (9)$$

Для вычисления длины свободного пробега по формуле (6) и эффективного диаметра  $D$  по формуле (9) необходимо знать радиус и длину трубки, через которую протекает газ, разность давлений на ее концах, температуру и давление окружающей среды и объем газа, протекшего через трубку за определенное время.

## ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

**ПРИБОРЫ и ПРИНАДЛЕЖНОСТИ:** цилиндрический сосуд с капилляром, весы с разновесами, стеклянный стаканчик, секундомер.

Установка для выполнения работы (рис. 57) состоит из стеклянного сосуда 2, имеющего внизу кран 1, а сверху закрытого пробкой, через которую пропущен капилляр 4.

Сосуд на  $3/4$  заполняется водой. Если открыть кран, вода выливается из сосуда отдельными каплями, а над поверхностью воды

создается пониженное давление. Таким образом, концы капилляра будут находиться под разным давлением (верхний конец — под атмосферным, нижний — меньше атмосферного), что обуславливает протекание воздуха через капилляр.

Так как капилляр очень узок и воздух просачивается через него очень медленно, выравнивания давлений на концах капилляра не произойдет. Для отсчета уровней воды в сосуде служит шкала 3.

**Задание. Взвешивание вытекшей воды и расчет средней длины свободного пробега и эффективного диаметра молекул воздуха**

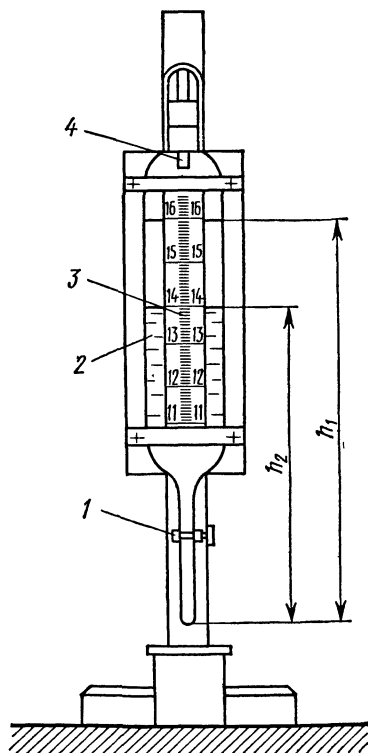


Рис. 57

1. Заполнить сосуд водой.
2. Открыть кран и, дождавшись, когда вода начнет вытекать из сосуда каплями, подставить предварительно взвешенный стаканчик, включив одновременно секундомер.
3. Измерить по шкале, укрепленной на сосуде, высоту начального уровня воды  $h_1$  (в момент начала появления капель).
4. Когда в стаканчике будет приблизительно 50—70 см<sup>3</sup> воды, перекрыть кран и остановить секундомер. Записать время истечения жидкости.
5. Измерить новый уровень воды  $h_2$ .
6. Взвесить стаканчик с водой и по массе вытекшей воды определить ее объем, который будет равен объему воздуха, вошедшего в сосуд через капилляр.
7. Разность давлений на концах капилляра рассчитать по формуле

$$\Delta p = \rho_1 g \frac{h_1 + h_2}{2},$$

где  $\rho_1$  — плотность воды.

8. Температуру измерить комнатным термометром, а атмосферное давление определить по барометру.

9. Значения радиуса и длины капилляра прилагаются к работе.

10. Вычислить длину свободного пробега молекулы по формуле (6).

11. Опыт повторить три раза.

12. По среднему значению длины свободного пробега найти эффективный диаметр молекулы азота по формуле (9).

13. Оценить возможные источники погрешности метода.

Л и т е р а т у р а : [7; 13; 22, т. 1; 30, т. 1].

## 24 ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ВЯЗКОСТИ ЖИДКОСТИ

**Ц е л ь р а б о т ы:** *определение вязкости или внутреннего трения различных жидкостей двумя методами:*

(1) определение коэффициента внутреннего трения маловязких жидкостей (глицерин, касторовое масло) по скорости падения в них шарика (метод Стокса);

(2) определение коэффициента внутреннего трения высоковязких веществ (битума) в пределах температур от 20 до 100 °С методом ротационного вискозиметра.

*Вязкостью или внутренним трением* в качественном смысле называется свойство всех веществ оказывать сопротивление деформации сдвига, пропорциональное градиенту скорости. Количественное понятие вязкости будет дано ниже.

Возникновение сопротивления, обусловленного вязкостью жидкости, объясняется следующим образом.

Представим себе две пластинки, разделенные плоскопараллельным слоем жидкости (рис. 58). Рассмотрим, что произойдет, если начать перемещать верхнюю пластинку относительно нижней в направлении, указанном стрелкой. Мысленно разобьем жидкость на тончайшие слои. Молекулы жидкости, ближайшие к верхней пластинке, прилипают к ней и в силу этого начинают перемещаться вместе с пластинкой с той же скоростью. Эти молекулы в свою очередь увлекают молекулы

следующего слоя и т. д. Слой молекул, непосредственно прилегающих к нижней неподвижной пластине, остается в покое, а остальные слои перемещаются, скользя друг по другу со скоростями тем большими, чем больше их расстояние от нижнего слоя. Вязкость жидкости проявляется в возникновении силы, препятствующей относительному сдвигу соприкасающихся слоев жидкости, а следовательно, и сдвигу пластинок относительно друг друга.

Величина сопротивления, обусловленного вязкостью жидкости, зависит от разности скоростей между ее слоями и расстояния между ними.

Чем больше меняется скорость жидкости при переходе от слоя к слою, тем больше величина вязкого сопротивления.

Чтобы охарактеризовать величину изменения скорости, измерим разность скоростей ( $v_1 - v_2 = \Delta v$ ) двух слоев жидкости и расстояние  $\Delta y$  между этими слоями, отсчитываемое по нормали к направлению скорости. Предел отношения этих двух величин

$$\lim_{\Delta y \rightarrow 0} \left( \frac{\Delta v}{\Delta y} \right) = \frac{dv}{dy}$$

называется *градиентом скорости*. Если конфигурация поверхностей такова, что скорость слоя пропорциональна нормальной координате ( $v = ky$ ), то  $dv/dy = \Delta v/\Delta y$ , т. е. градиент скорости равен падению скоростей на единицу длины. Этот случай имеет место между параллельными плоскостями.

При ламинарном течении (т. е. без завихрений) сила внутреннего трения пропорциональна градиенту скорости:

$$F = \eta S \frac{dv}{dy} \quad (\text{формула Ньютона})$$



или

$$\tau = \eta \frac{dv}{dy}, \quad (1)$$

где  $F$  — абсолютное значение силы внутреннего трения,  $S$  — площадь поверхности скользящих друг по другу слоев,  $\tau = F/S$  — касательное напряжение,  $\eta$  — множитель пропорциональности, зависящий от природы жидкости, называемый коэффициентом внутреннего трения или динамической вязкостью, а часто и просто вязкостью (см. лабораторную работу 23). Из формулы (1) коэффициент внутреннего трения равен касательному напряжению при градиенте скорости, равном единице.

В СИ единица динамической вязкости выражается в  $\text{Н} \cdot \text{с}/\text{м}^2$  — это вязкость вещества, в котором при градиенте скорости в  $1 \text{ м/с}$  на  $1 \text{ м}$  имеет место касательное напряжение  $1 \text{ Н}/\text{м}^2$ .

В некоторых случаях вместо определенной выше динамической вязкости удобнее пользоваться *кинематической вязкостью* — отношением динамической вязкости  $\eta$  к плотности  $\rho$  жидкости или газа:

$$\nu = \eta / \rho.$$

Иногда вязкость растворов характеризуют *относительной вязкостью* — отношением вязкости раствора к вязкости растворителя.

Приборы, служащие для измерения вязкости, называются *вискозиметрами*. Вязкость жидкостей зависит от температуры: она резко уменьшается с повышением температуры; особенно сильно зависит от температуры вязкость масел. Так, например, вязкость касторового масла при изменении температуры от  $18$  до  $40^\circ\text{C}$  падает почти в четыре раза.

(1) *Определение коэффициента внутреннего трения  
маловязких жидкостей (глицерин, касторовое масло)  
методом Стокса*

На шарик, свободно падающий в жидкости (рис. 59), действуют силы тяжести ( $P$ ), выталкивающая ( $Q$ ) и вязкого сопротивления ( $F$ ):

$$P = m_{\text{ш}}g = 4/3\pi r^3 \rho_{\text{ш}}g,$$

$$Q = m_{\text{ж}}g = 4/3\pi r^3 \rho_{\text{ж}}g,$$

$$F = 6\pi\eta rv,$$

где  $m_{\text{ш}}$  и  $m_{\text{ж}}$  — массы шарика и жидкости,  $\rho_{\text{ш}}$  и  $\rho_{\text{ж}}$  — их плотности;  $r$  — радиус;  $v$  — скорость падения шарика;  $g$  — ускорение свободного падения;  $\eta$  — коэффициент вязкости.

Движение шарика, падающего в вязкой жидкости, лишь в первое время будет ускоренным. С возрастанием скорости возрастает сила вязкого сопротивления и с некоторого момента движение можно считать равномерным, т. е. справедливо равенство

$$P = Q + F; \quad F = P - Q$$

или

$$6\pi\eta rv = 4/3\pi r^3 g (\rho_{\text{ш}} - \rho_{\text{ж}}),$$

откуда

$$\eta = \frac{2}{9} \frac{gr^2}{v} (\rho_{\text{ш}} - \rho_{\text{ж}}). \quad (2)$$

Для средней части сосуда, ограниченной рисками  $A$  и  $B$  (рис. 60), где движение равномерное, скорость равна

$$v = l/t,$$

где  $l$  — расстояние,  $t$  — время падения шарика между рисками  $A$  и  $B$ .

Подставляя значение скорости в уравнение (2), получим

$$\eta = \frac{2}{9} \frac{gr^2 t}{l} (\rho_{\text{ш}} - \rho_{\text{ж}}). \quad (3)$$

Это уравнение справедливо лишь тогда, когда шарик падает в безграничной среде. Если шарик падает вдоль оси трубки радиуса  $R$ , то приходится учитывать влияние боковых стенок. Поправки в формуле Стокса для такого случая теоретически обосновал Л а д е н б у р г.

Формула для определения коэффициента вязкости с учетом поправок принимает следующий вид:

$$\eta = \frac{2}{9} \frac{gr^2t}{l} \cdot \frac{(\rho_{\text{ш}} - \rho_{\text{ж}})}{\left(1 + 2,4 \frac{r}{R}\right)}. \quad (4)$$

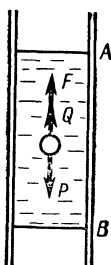


Рис. 59

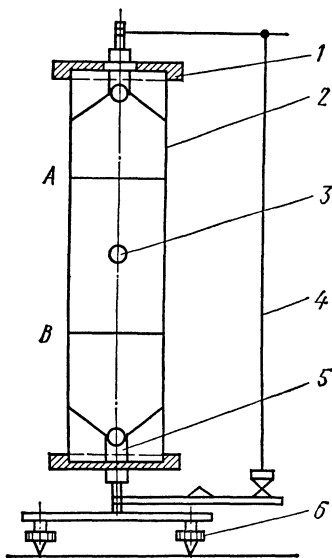


Рис. 60

## ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

**ПРИБОРЫ и ПРИНАДЛЕЖНОСТИ:** вискозиметр, секундомер.

Вискозиметр для определения вязкости по методу Стокса представляет собой стеклянный цилиндрический сосуд 2, наполненный жидкостью и с двух сторон закрытый крышками 1 (рис. 60).

Внутри вискозиметра имеется шарик 3. Чтобы шарик падал по центру сосуда, внутри него имеются центровочные устройства в виде воронок 5.

Установка вискозиметра по вертикали производится по отвесу 4 посредством трех регулировочных винтов на ножках штатива 6. Для приведения шарика в верхнее начальное положение трубка вискозиметра может поворачиваться вокруг горизонтальной оси.

### **Задание. Определение времени падения шарика и расчет коэффициента вязкости**

1. Проверить по отвесу правильность установки вискозиметра.
2. Повернуть вискозиметр на  $180^\circ$ , для того чтобы поместить шарик в верхнее положение.
3. Измерить время падения шарика между рисками (не менее трех раз).
4. Измерить расстояние между рисками.

5. Рассчитать для среднего значения времени вязкость по формуле (4).

6. Данные о плотности шарика и исследуемой жидкости, радиусы шарика и цилиндра прилагаются к работе.

7. Оценить основные источники погрешности данного метода измерения.

*(2) Определение коэффициента внутреннего трения  
высоковязких веществ (битума) методом ротационного  
вискозиметра*

Ротационный вискозиметр позволяет производить измерение вязкости в пределах от 0,5 до  $10^6$  Н·с/м<sup>2</sup> и от —60 до 100 °С.

### ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

ПРИБОРЫ и ПРИНАДЛЕЖНОСТИ: ротационный вискозиметр, набор грузов, милливольтметр, ключ, градуировочный график, термопары, секундомер.

Схема ротационного вискозиметра представлена на рис. 61. Испытуемое вещество помещается между латунными цилиндрами 18 и 19. Каждый цилиндр оканчивается внизу полусферой, радиус которой равен радиусу цилиндра. Внутренний цилиндр 19 через термоизоляционную муфту 15 соединен с осью 12, снабженной шариковыми подшипниками. На шкив 11 наматываются нити и перекидываются через блок 10. К концам нитей привязаны легкие площадки 6, на которые устанавливаются грузы, вращающие внутренний цилиндр вискозиметра. На каждую из площадок помещается одинаковый груз.

Тормоз 9 служит для остановки и пуска в ход вращающейся системы прибора. При малой угловой скорости вращения отсчитывается время поворота стрелки 13 на угол в несколько градусов по разделенному кругу 14 (четверть окружности).

Цилиндрический сосуд 18 вискозиметра входит верхней частью в выточки муфты 15 и путем поворота закрепляется штифтами. Таким образом, цилиндры вискозиметра оказываются строго соосными.

Для измерения температуры служат три термопары 17, вмонтированные в цилиндре 18. Спаи этих термопар проходят сквозь изоляционные муфты, помещающиеся в слое испытуемого вещества. Уровень испытуемого вещества в зазоре между цилиндрами обычно должен быть выше верхней термопары. Температуру можно измерять непосредственно термометром, погруженным в термостат.

Цилиндры вискозиметра во время измерения помещаются внутри термостата. Последний представляет собой латунный сосуд 2, изолированный асбестом 3. Во второй сосуд 5, плотно входящий в сосуд 4, наливают для термостатирования жидкость (спирт, керосин, вода). Для получения низких температур до —50 или —60 °С бросают в нее через отверстие в плите кусочки твердой углекислоты. Термостат закрывается сверху крышкой 7, которая может переме-

щаться по цилиндрической колонке 16. Жидкость в термостате перемешивают мешалкой 8.

Для получения высоких температур до 100 °С сосуд 4 снабжен обмоткой из нихрома, через которую пропускают электрический ток. В этом случае в термостат наливают масло или глицерин.

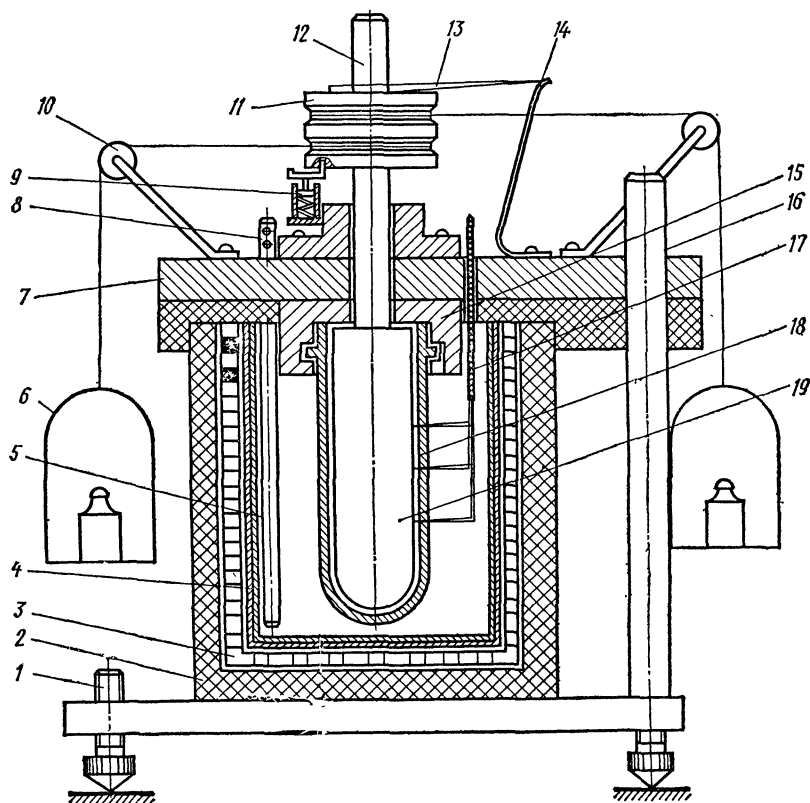


Рис. 61

Основная плата вискозиметра снабжена тремя установочными винтами 1 для установки ее горизонтально по уровню.

Ротационный вискозиметр позволяет вычислять вязкость, используя размеры прибора, и не требует градуировки. Вязкость  $\eta$  вычисляется по следующей формуле:

$$\eta = k(m - m_0)/N, \quad (5)$$

где  $m$  — масса грузов (сумма масс двух равных грузов, подвешенных на обеих нитях прибора),  $m_0$  — масса груза, преодолевающего собственное трение подшипников, которое мало и соответствует 1—2 г,  $N$  — число оборотов цилиндра в секунду,  $k$  — константа вискозиметра.

Формула (5) получена из формулы (1), применение которой к слою жидкости, заключенному между цилиндрическими поверхностями, с учетом равенства моментов вращающихся и тормозящих сил при равномерном вращении цилиндра дает следующее значение константы прибора:

$$k = \frac{Rg}{8\pi^2 \left( \frac{hr_1^2 r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} - \frac{r_1^3 r_2^3}{r_2^2 - r_1^2} \right)},$$

где  $R$  — радиус шкива, на который намотана нить,  $r_1$  и  $r_2$  — радиусы внутреннего и внешнего цилиндров и полусфер,  $h$  — высота цилиндрической части тела вращения 17, погруженной в жидкость.

### Задание 1. Измерение вязкости испытуемой жидкости при комнатной температуре

1. Положить на площадки груз общей массой около 10 г. Грузы меньшей массы брать не рекомендуется, так как в этом случае будет велика поправка на трение в подшипниках.

2. Отпустить тормоз и измерить по секундомеру время пяти оборотов вращающейся системы вискозиметра.

3. Рассчитать число оборотов  $N$  в секунду для данного случая.

Поднять грузы, вращая шкив в обратную сторону при закрытом тормозе. Шкив снабжен храповичком, так что при подъеме грузов цилиндр 18 вискозиметра не вращается.

4. Положить на площадки еще 2—3 различных груза, больших по массе, чем первый, и рассчитать для них  $N$  (об/с).

5. Для нахождения  $m_0$  построить график зависимости  $m$  от  $N$ , который должен быть линейным. Экстраполируя прямую до пересечения с осью  $m$ , найдем значение  $m_0$ . Оно равно длине отрезка, отсекаемого от оси  $m$ .

6. Определить константу прибора  $k$  по графику рис. 62. Высота уровня жидкости  $h$  прилагается к работе.

7. Для каждой пары значений  $m$  и  $N$  вычислить вязкость по формуле (5) и найти ее среднее значение.

8. Оценить основные источники погрешности данного метода измерения.

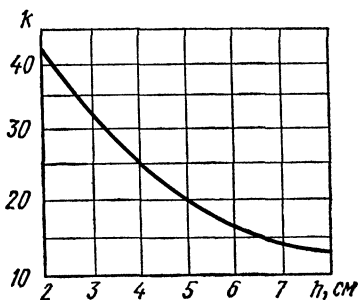


Рис. 62

### Задание 2. Измерение вязкости испытуемой жидкости в зависимости от температуры

1. Нагреть жидкость до соответствующей температуры. Температуру определять по трем термометрам, градуировочный график которых прилагается к работе.

2. Определить вязкость для двух значений масс грузов, так же как в п. 1—4 и 7 в задании 1.

Л и т е р а т у р а: [7; 13; 22, т. 1; 30, т. 1].

## 25 ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ МЕТАЛЛА

**Ц е л ь р а б о т ы:** *определение коэффициента теплопроводности металла методом изучения распределения температуры вдоль металлического стержня.*

Распределение температуры вдоль длинного стержня с площадью поперечного сечения  $S$  и периметром  $P$  при условии, что он получает тепло с одного конца и отдает его в окружающую среду со своей боковой поверхности, можно описать дифференциальным уравнением второго порядка

$$\frac{d^2T}{dx^2} = a^2 (T - T_0)^*, \quad (1)$$

где  $T$  — температура стержня в сечении с координатой  $x$ ,  $T_0$  — температура окружающей среды.

В уравнении (1) коэффициент  $a^2$  равен

$$a^2 = \alpha P / (\lambda S), \quad (2)$$

где  $\alpha$  — коэффициент теплообмена (теплоотдачи),  $\lambda$  — теплопроводность (коэффициент теплопроводности).

Стержень предполагается настолько тонким, что разностью температур по сечению между внутренней частью и поверхностью можно пренебречь. Принято также, что отдача тепла от поверхности стержня в окружающую среду происходит так, что количество тепла  $Q$ , потерянное за 1 с с поверхности стержня площадью  $S_{\text{пов}}$ , пропорционально разности температур между стержнем и окружающей средой:

$$Q = \alpha (T - T_0) S_{\text{пов}}. \quad (3)$$

Эта формула достаточно точна при небольших разностях температур и при невысоких температурах; в общем случае коэффициент теплообмена зависит от температуры, причем  $\alpha$  растет с температурой.

Решение уравнения (1) имеет вид

$$T - T_0 = A e^{ax} + B e^{-ax}. \quad (4)$$

Если температура стержня в сечении  $x = 0$  равна  $T_1$ , то, подставляя в уравнение (4) значения  $x = 0$  и  $T = T_1$ , получим

$$T_1 - T_0 = A + B. \quad (5)$$

С другой стороны, при  $x \rightarrow \infty$  температура стержня  $T \rightarrow T_0$ . Подставляя в уравнение (4)  $x \rightarrow \infty$  и  $T = T_0$ , находим, что второй член правой части и левая часть уравнения (4) равны нулю, следовательно, необходимо, чтобы  $A = 0$ . Из (5) получаем, что  $B = T_1 - T_0$ .

Окончательно уравнение (4) примет вид

$$T - T_0 = (T_1 - T_0) e^{-ax}. \quad (6)$$

Логарифмируя уравнение (6), получим формулу распределения температуры вдоль стержня

$$\ln [(T_1 - T_0) / (T - T_0)] = ax. \quad (7)$$

---

\* Вывод уравнения см. в приложении к работе.

## ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

**ПРИБОРЫ и ПРИНАДЛЕЖНОСТИ:** установка для нагревания стержня, штангенциркуль, лабораторный автотрансформатор, амперметр, потенциометр.

Принципиальная схема установки изображена на рис. 63. Одним концом испытуемый металлический стержень 8 вставляется в отверстие печи 10. Другой конец стержня свободен. Стержень окружен цилиндрическим кожухом 9 с двойными стенками, между кото-

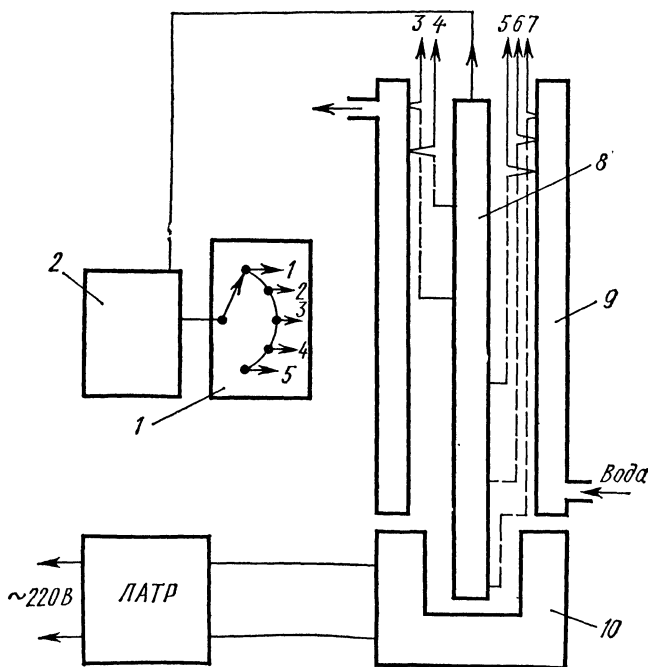


Рис. 63

рыми протекает вода. Таким образом, стержень получает тепло с одного конца и отдает его в окружающую среду через свою боковую поверхность.

Для определения распределения температуры вдоль стержня температура измеряется в пяти точках стержня с помощью термопар 3, 4, 5, 6, 7 (медь — константан). Один из контактов каждой термопары припаян к стержню, другой, который является общим для всех термопар, расположен в пространстве между стержнем и кожухом.

Термоэлектродвижущая сила измеряется потенциометром 2, который подключается к термопарам с помощью переключателя 1.

## Задание. Измерение распределения температуры вдоль стержня и определение коэффициента теплопроводности

1. С помощью штангенциркуля измерить диаметр стержня, рассчитать площадь его поперечного сечения  $S$  и периметр  $P$ .

2. Придвинуть печь так, чтобы конец стержня входил в ее отверстие.

3. Открыть кран водопровода и создать течение воды в стеклянном кожухе.

4. Включить печь в цепь питания и установить ток 0,15 А.

5. Дать установке возможность прогреться в течение 30—40 мин для установления теплового равновесия. Когда тепловое равновесие наступит, показания всех пяти термопар, попеременно включенных на потенциометр, будут оставаться неизменными, но различными для каждой из них.

6. После того как установилось стационарное состояние, измерить термо-э. д. с. всех пяти термопар.

7. Разности температур определить по формуле

$$T_i - T_0 = \varepsilon_i / \beta,$$

где  $\beta = 4,1 \cdot 10^{-2}$  мВ/К — коэффициент термоэлектродвижущей силы термопары (медь — константан),  $\varepsilon_i$  — измеренная величина термоэлектродвижущей силы, мВ,  $i = 1, 2, 3, 4, 5$ .

8. На графике по оси абсцисс отложить расстояния термопар, отсчитанные от термопары, находящейся в печи. Значения этих расстояний прилагаются к работе.

По оси ординат отложить значения  $\ln [(T_1 - T_0)/(T_i - T_0)]$  ( $i = 2, 3, 4, 5$ ). Через найденные точки провести прямую. Из графика найти угол наклона  $\alpha$  этой прямой к оси  $x$ .

9. Рассчитать коэффициент теплопроводности. Для расчета использовать соотношение (2). Значение коэффициента теплообмена  $\alpha$  прилагается к работе.

Л и т е р а т у р а: [7; 13; 22, т. 1; 30, т. 1; 35].

### Приложение

Для вывода уравнения (1) рассмотрим отрезок стержня длиной  $dx$  (рис. 64). Количества тепла, проходящие за 1 с через сечение  $S$  в точках  $x$  и  $x + dx$ , соответственно равны:

$$Q_x = -\lambda \left( \frac{dT}{dx} \right)_x S,$$

$$Q_{x+dx} = -\lambda \left( \frac{dT}{dx} \right)_{x+dx} S,$$

а количество тепла, отдаваемое отрезком стержня в окружающую среду, согласно (3),

$$dQ = \alpha (T - T_0) P dx.$$

В установившемся режиме

$$dQ = Q_x - Q_{x+dx}$$



или

$$\alpha (T - T_0) P \, dx = \lambda S \left[ \left( \frac{dT}{dx} \right)_{x+dx} - \left( \frac{dT}{dx} \right)_x \right].$$

Представим  $\left( \frac{dT}{dx} \right)_{x+dx}$  рядом Тейлора:

$$\left( \frac{dT}{dx} \right)_{x+dx} = \left( \frac{dT}{dx} \right)_x + \frac{1}{1!} \left( \frac{d^2T}{dx^2} \right) dx + \frac{1}{2!} \left( \frac{d^3T}{dx^3} \right) dx^2 + \dots$$

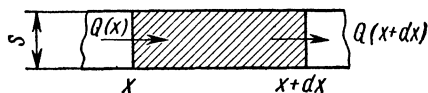


Рис. 64

Пренебрегая членами выше первого порядка и подставляя это разложение в уравнение, найдем

$$\alpha (T - T_0) P \, dx = \lambda S \frac{d^2T}{dx^2} dx,$$

т. е.

$$\frac{d^2T}{dx^2} = \frac{\alpha P}{\lambda S} (T - T_0),$$

где, согласно (2),

$$\alpha P / (\lambda S) = a^2,$$

## 26 ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРНОГО КОЭФФИЦИЕНТА ЛИНЕЙНОГО РАСШИРЕНИЯ МЕТАЛЛОВ

**Ц е л ь р а б о т ы:** измерение температурного коэффициента линейного расширения металлических стержней в определенном интервале температур.

Равновесное макроскопическое состояние твердого тела определяется не только нормальным механическим напряжением  $\sigma$  и относительным удлинением  $\epsilon$ , но и температурой  $T$ . При одноосном растяжении с одновременным нагреванием уравнение состояния твердого тела может быть записано в виде

$$\epsilon = \sigma / E + \alpha \Delta T,$$

где  $E$  — модуль Юнга,  $\alpha$  — температурный коэффициент теплового расширения.

Величина  $\sigma/E$  определяет деформацию одноосного растяжения (з а к о н Г у к а), а  $\alpha \Delta T$  — удлинение при нагревании на  $\Delta T$  градусов.

Если  $\sigma = 0$ , то

$$\epsilon = \alpha \Delta T. \quad (1)$$

Все твердые тела при охлаждении и нагревании изменяют свои размеры. Как правило, с повышением температуры размеры тел увеличиваются, т. е.  $\alpha > 0$ .

С молекулярно-кинетической точки зрения явление теплового расширения обусловлено расталкиванием частиц при усилении теплового движения. Существенно, однако, что эффект расталкивания частиц возможен лишь при ангармоническом характере тепловых колебаний. Если происходят гармонические колеба-

ния, то среднее положение частицы остается неизменным и совпадает с ее положением равновесия. Явление теплового расширения при этом отсутствует.

Порядок величины коэффициента теплового расширения можно оценить, исходя из представления об ангармоничности колебаний молекул при тепловом расширении твердого тела. Возвращающую силу, действующую на молекулу, представим в виде

$$F = -fx + gx^2,$$

где  $x$  — смещение молекулы от положения равновесия,  $f$  и  $g$  — постоянные коэффициенты. Отметим, что  $\varepsilon = \langle x \rangle / r$ , где  $r$  — среднее расстояние между молекулами до нагревания, а угловые скобки означают усреднение по времени. Постоянная  $g$  учитывает здесь ангармонизм.

Среднее по времени значение силы  $\langle F \rangle$  равно нулю, так как в противном случае частицы в среднем обладали бы ускорением и сильно сместились бы из положений равновесия. Таким образом,

$$\langle F \rangle = -f \langle x \rangle + g \langle x \rangle^2 = 0.$$

Отсюда

$$\langle x \rangle = (g/f) \langle x \rangle^2. \quad (2)$$

Для нахождения  $\langle x \rangle^2$  можно воспользоваться классическим законом распределения тепловой энергии по степеням свободы:

$$1/2f \langle x \rangle^2 = 1/2kT, \quad (3)$$

где  $k$  — постоянная Больцмана. Из уравнений (2) и (3) находим

$$\langle x \rangle = (g/f^2) kT.$$

Окончательно

$$\varepsilon = \frac{\langle x \rangle}{r} = \frac{gk}{f^2 r} T$$

или

$$\alpha \sim \frac{gk}{f^2 r}.$$

Обычно  $\alpha \sim 10^{-5} \text{ K}^{-1}$ .

При небольшой разности температур

$$\varepsilon = \langle x \rangle / r = (l_2 - l_1) / l_0 = \Delta l / l_0, \text{ т. е. } \Delta l / l_0 = \alpha (T_2 - T_1), \quad (4)$$

где  $l_2$ ,  $l_1$ ,  $l_0$  — длины стержня при температурах  $T_2$ ,  $T_1$  и  $0^\circ \text{C}$  соответственно. Из формулы (4)

$$\alpha = \frac{\Delta l}{l_0 (T_2 - T_1)}. \quad (5)$$

## ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

**ПРИБОРЫ и ПРИНАДЛЕЖНОСТИ:** набор испытуемых стержней, микроскоп типа МИР-12, термopа медь — константан, градуировочный график термopары, милливольтметр, ЛАТР.

Принципиальная схема измерительной установки показана на рис. 65 и 66.

Испытуемый стержень 8, помещенный в муфельную печь 7, одним из своих торцов касается неподвижной опоры 1 и поэтому при нагревании может перемещаться только влево; вторым своим торцом испытуемый стержень касается вспомогательного стержня 5, который в свою очередь через упругую пружину 2 встречает не-

подвижную опору 1. Вспомогательный стержень 5 контактирует с испытуемым стержнем через фарфоровую вставку 6, изолирующую вспомогательный стержень от нагревания. На вспомогательном стержне имеется стекло с отчетливой визирной риской 4. При тепловом удлинении испытуемого стержня он перемещает вспомогательный стержень вместе с риской влево, сжимая пружину. Перемещение риски может с большой точностью быть измерено отсчетным микроскопом 3 типа МИР-12.

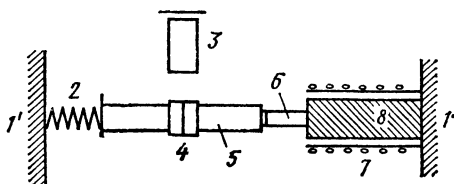


Рис. 65

Измерительный микроскоп 9 (рис. 67) укреплен на основании прибора на дугообразном кронштейне и может передвигаться по направляющим при помощи микрометрического винта 5; сверху укреплена миллиметровая шкала 6, вдоль которой перемещается визир. Микрометрический винт допускает продольное перемещение микроскопа в пределе 0—50 мм. Целые миллиметры могут быть отсчитаны по миллиметровой шкале 6, десятые и сотые доли миллиметра отсчитываются по барабану 8 с ценой деления 0,01 мм, десятые доли деления барабана отсчитываются на глаз.

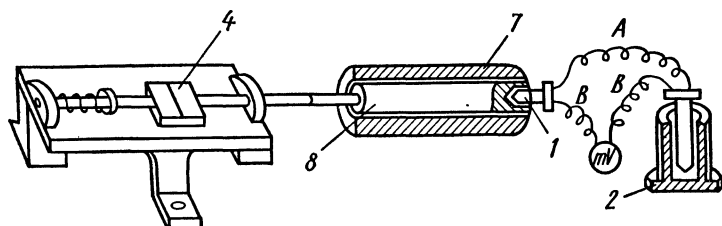


Рис. 66

Стол микроскопа представляет собой металлическую рамку 3, которая может продольно перемещаться на роликах на расстояния до 200 мм. Для освобождения продольного хода стола служит рукоятка 2.

Фокусировка микроскопа достигается вращением объектива за нижний накатанный пояс 11, после чего объектив закрепляется контргайкой 10. В промежутке между двумя отсчетами одного измерения производить перефокусировку нельзя, так как при этом может произойти смещение объектива по горизонтали.

В поле зрения окуляра имеется биссектор (две параллельные нити). Установка окуляра на резкость сетки достигается вращением оправы 7 глазной линзы при зажатом хомутике. Отсчет производят по одиночному или двойному штриху сетки в поле зрения микроскопа.

Осветительное зеркало 1 представляет собой металлическую пластинку, одна сторона которой отполирована, а другая — покрыта белой эмалевой краской.

В зависимости от источника освещения можно пользоваться той или иной стороной зеркала. Зеркало вращается от руки. Микроскоп может работать при естественном и искусственном освещении. Источник света помещается сзади прибора.

Измерение температуры нагреваемого образца производится термомпарой (см. рис. 66).

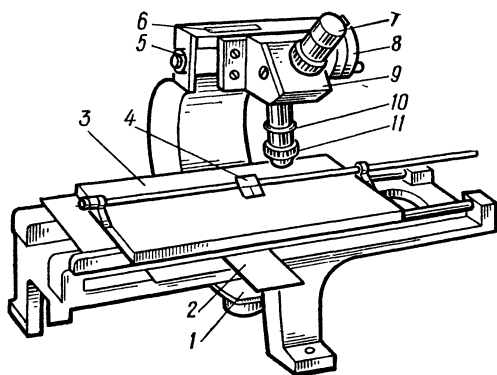


Рис. 67

Один спай термомпары помещается в отверстие нагреваемого образца, находящегося в печи, а другой — в латунный сосуд с маслом, в котором сохраняется комнатная температура. Измерения производятся по милливольтметру. К работе прилагается градуировочный график термомпары, по которой определяют температуру стержня.

### **Задание. Измерение удлинения стержня при нагревании и вычисление коэффициента линейного расширения**

1. Измерить штангенциркулем начальную длину стержня  $l_1$  и соответствующую ей температуру  $T_1$ .

2. Нажать пружинную рукоятку 2 (см. рис. 66) вниз и отвести стол 3 в крайнее левое положение. Муфельную печь отвести в крайнее правое положение и вставить нагреваемый образец в нее до упора. Затем одновременным сближением стола и печи привести в контакт фарфоровый наконечник вспомогательного стержня с нагреваемым стержнем.

3. Произвести фокусировку микроскопа, при этом в поле зрения должна быть видна визирная риска 4. Включить осветительную лампу; совместить риску с двойным штрихом сетки и взять отсчет  $n_1$  по шкале 6 и барабану 8 микроскопа (см. рис. 67).

4. Включить питание печи и наблюдать в микроскоп изменение длины образца, затем произвести вновь отсчет  $n_2$  вращением барабана, одновременно записывая показания милливольтметра. Измерения произвести три раза.

5. Определить по данным опыта приращение длины стержня  $\Delta l = n_2 - n_1$  и температуру  $T_2$  (по градуировочному графику), соответствующую данному удлинению.

6. Вычислить средний температурный коэффициент линейного расширения по формуле (5) и по таблице определить металл.

7. Определить основные источники погрешности при определении данной величины.

Л и т е р а т у р а: [13; 22, т. 1; 30, т. 1].

## ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ТЕРМОДИНАМИКИ

- |                                                          |                                                                            |
|----------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------|
| 27. Определение удельной теплоемкости жидкости           | 30. Определение изменения энтропии при нагревании и плавлении олова        |
| 28. Определение удельной теплоемкости твердых тел        | 31. Изучение термодинамики поверхностного натяжения                        |
| 29. Определение удельных теплоемкостей газов и жидкостей | 32. Определение поверхностного натяжения жидкости методом капиллярных волн |

## 27 ОПРЕДЕЛЕНИЕ УДЕЛЬНОЙ ТЕПЛОЕМКОСТИ ЖИДКОСТИ

**Ц е л ь р а б о т ы:** *определение удельной теплоемкости воды методом непрерывного истечения.*

Метод определения теплоемкости жидкости, который применяется в данной работе, обладает тем преимуществом, что позволяет сравнительно просто учесть потери тепла.

Удельная теплоемкость вещества характеризует количество теплоты, необходимое для нагревания 1 кг данного вещества на 1 К:

$$c = \frac{\Delta Q}{m \Delta t},$$

где  $c$  — удельная теплоемкость,  $\Delta Q$  — сообщенное количество теплоты,  $m$  — масса вещества,  $\Delta t$  — приращение температуры.

Удельная теплоемкость, вообще говоря, меняется с температурой, однако для узкого интервала температур эту величину для каждого вещества можно считать постоянной.

## ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

**ПРИБОРЫ и ПРИНАДЛЕЖНОСТИ:** установка для определения удельной теплоемкости воды, амперметр, вольтметр, секундомер, автотрансформатор.

Установка, представленная на рис. 68, состоит из *сосуда Мариотта* 2, на выходе из которого автоматически поддерживается постоянное давление (за счет проскакивания пузырьков воздуха через вертикальную трубку 2' при опускании уровня в сосуде), и стеклянной трубки 7, внутри которой помещена металлическая спираль 4, подогреваемая электрическим током.

Трубка 7 на концах расширяется. В расширенных частях трубки помещаются термометры 1, дающие возможность определить температуру  $t$  воды на входе и выходе. Жидкость через расходный кран 5 вытекает в мерный бачок 6.

Трубка, по которой течет жидкость, одета в вакуумированную рубашку 3 для уменьшения потерь тепла.

Спираль питается переменным током, напряжение которого регулируется автотрансформатором. Амперметр и вольтметр позволяют измерять токи и напряжения в цепи.

Если по трубке течет жидкость с постоянным расходом  $w = m/\tau$ , где  $\tau$  — время, а по спирали течет ток с постоянным эффективным значением  $I$ , то при достижении состояния равновесия выполняется уравнение

$$UI = wc \Delta t + \delta, \quad (1)$$

где  $U$  — напряжение в цепи,  $UI$  — затраченная мощность,  $\Delta t = t_1 - t_2$  — разность температур на входе ( $t_1$ ) и выходе ( $t_2$ ),

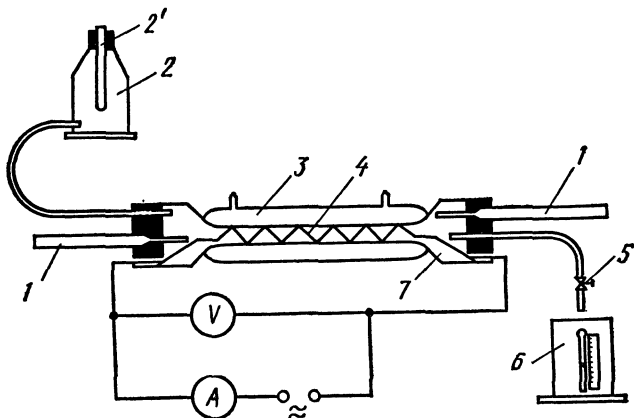


Рис. 68

$wc \Delta t$  — количество теплоты, получаемое жидкостью от нагревания за 1 с,  $\delta$  — потери энергии за 1 с.

Из уравнения (1) видно, что если построить график зависимости мощности  $P = IU$  от секундного расхода воды  $w$ , то тангенс угла наклона этой прямой будет равен  $c \Delta t$ , а пересечение продолжения прямой с осью ординат даст потери энергии (теплоты) за 1 с (рис. 69).

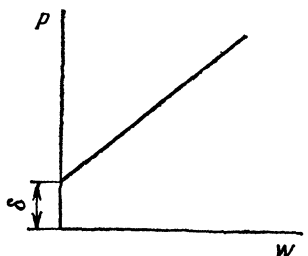


Рис. 69

Зная  $c \Delta t$ , можно рассчитать удельную теплоемкость воды. Потери тепла  $\delta$  являются функцией только разности температур. Если менять расход воды и напряжение таким образом, чтобы  $\Delta t$  оставалось всегда постоянным, то по-

стоянным будет и  $\delta$ , а значит, можно будет построить график зависимости мощности от секундного расхода.

**Задание.** Изучение зависимости затраченной мощности нагрева от расхода воды и расчет ее удельной теплоемкости

1. Собрать схему соответственно рис. 68.
2. Заполнить сосуд Мариотта 2 водой и плотно закрыть его пробкой.

3. Открыть расходный кран 5, установив незначительный расход (вода должна капать, а не давать непрерывную струю).

4. С помощью автотрансформатора установить в цепи подогрева напряжение около 20 В, с тем чтобы при установившемся режиме разность температур по показаниям термометров 1 была равна 5—10 К. В случае, если  $\Delta t$  выходит из данного диапазона, произвести регулировку напряжения. **Подавать на спираль напряжение выше 50 В нельзя во избежание перегрева спирали.**

5. В установившемся режиме произвести с возможно большей точностью измерения  $t_1$ ;  $t_2$ ;  $U_1$ ;  $I_1$ ;  $m_1$ ;  $\tau_1$ . Масса жидкости, протекающая за отрезок времени  $\tau$ , устанавливается по расходу в бачку 6. Цена одного деления шкалы расходного бачка прилагается к работе.

6. Немного изменить напряжение и подобрать снова расход воды таким образом, чтобы разность  $\Delta t$  была такая же, как и в первом случае.

7. Измерить  $I_2$ ,  $U_2$ ,  $m_2$  и  $\tau_2$ .

8. Установить 3-й, 4-й и 5-й режимы, изменяя напряжения и расход воды таким образом, чтобы сохранить разность температур постоянной.

9. Построить график зависимости затраченной мощности  $P$  (Вт) от секундного расхода воды  $\omega$  (кг/с).

Определить по графику тангенс угла наклона прямой, равный  $c\Delta t$ , и потери теплоты  $\delta$ .

10. Рассчитать удельную теплоемкость воды.

11. Определить основные источники погрешности данного метода измерения.

Л и т е р а т у р а: [7; 13; 22, т. 1; 30, т. 1].

## 28 ОПРЕДЕЛЕНИЕ УДЕЛЬНОЙ ТЕПЛОЕМКОСТИ ТВЕРДЫХ ТЕЛ

**Ц е л ь р а б о т ы:** проверка выполнимости закона Дюлонга и Пти для ряда исследуемых веществ.

Согласно классической теории теплоемкости *при не слишком низких температурах, молярная теплоемкость химически простых веществ в кристаллическом состоянии одинакова и равна 25 Дж/(моль · К)*. Это утверждение составляет содержание закона Дюлонга и Пти, установленного опытным путем.

Между частицами, образующими кристаллическую решетку твердых тел, существуют силы взаимодействия. Расположение частиц в узлах кристаллической решетки отвечает минимуму их взаимной потенциальной энергии. При смещении частиц из положения равновесия в любом направлении появляется сила, стремящаяся вернуть частицу в первоначальное положение, вследствие чего возникают ее колебания.

При точном рассмотрении задачи необходимо учитывать, что частицы в решетке взаимодействуют друг с другом и их колебания надо рассматривать как связанные. Однако при достаточно высоких температурах, когда энергия становится большой, колебания частиц можно рассматривать приближенно как независимые друг от друга.

Полная энергия частицы  $U$  равна сумме кинетической  $E_k$  и потенциальной  $E_n$ :

$$U = E_k + E_n.$$

Колебания частиц в решетке приближенно являются гармоническими. При этом как кинетическая, так и потенциальная энергии гармонических колебаний частицы являются периодическими функциями времени и их средние значения  $\langle E_k \rangle$  и  $\langle E_n \rangle$  равны друг другу:  $\langle E_k \rangle = \langle E_n \rangle$ . Поэтому среднее значение полной энергии

$$\langle U \rangle = \langle E_k \rangle. \quad (1)$$

С другой стороны, из кинетической теории идеального газа известно, что средняя кинетическая энергия одноатомных молекул (изолированных частиц)

$$\langle E_k \rangle = \frac{3}{2} kT, \quad (2)$$

где  $k$  — постоянная Больцмана,  $T$  — абсолютная температура.

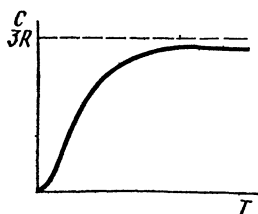
Поскольку, как было отмечено, атомы или ионы кристаллической решетки при достаточно высоких температурах колеблются независимо друг от друга, к ним также применима формула (2). Тогда из (1) и (2) имеем

$$\langle U \rangle = 3kT. \quad (3)$$

Полную внутреннюю энергию одного моля твердого тела получим, умножив среднюю энергию одной частицы на число независимо колеблющихся частиц, содержащихся в одном моле, т. е. на постоянную Авогадро  $N_A$ :

$$U = \langle U \rangle N_A = 3N_A kT = 3RT, \quad (4)$$

Рис. 70



где  $R$  — молярная газовая постоянная.

Для твердых тел вследствие малого коэффициента теплового расширения теплоемкости при постоянном давлении и постоянном объеме практически не различаются. Поэтому общее выражение теплоемкости твердого тела совпадает с значением молярной теплоемкости при  $V = \text{const}$ :  $C_m = \frac{dU}{dT}$ . Из формулы (4) окончательно следует, что

$$C_m = 3R.$$

Подставляя численное значение молярной газовой постоянной, получаем

$$C_m = 25 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}. \quad (5)$$

Это равенство выполняется с довольно хорошим приближением для многих веществ при комнатной температуре. Для более низких температур наблюдаются отклонения от него (рис. 70). Вблизи абсолютного нуля молярная теплоемкость всех тел пропорциональна  $T^3$ , и только при достаточно высокой, характерной для каждого вещества температуре начинает выполняться равенство (5).

Строгая теория теплоемкости твердых тел создана Эйнштейном и Дебаем. Она учитывает, что колебания частиц в кристаллической решетке не являются независимыми и что энергия колебательного движения квантована.

## ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

**ПРИБОРЫ и ПРИНАДЛЕЖНОСТИ:** исследуемые тела, калориметр, автотрансформатор с вольтметром, амперметр, мост постоянного тока.

В настоящей работе для определения молярной теплоемкости различных веществ используется калориметр особой конструкции, схема которого представлена на рис. 71\*.

\* Конструкция калориметра разработана на кафедре физики Московского физико-технического института.



Калориметр представляет собой латунный корпус 2 с коническим отверстием 3, куда вставляются испытуемые тела 9, изготовленные из исследуемых материалов и представляющие собой конические цилиндры, притертые к отверстию в корпусе. В корпусе калориметра уложены нагревательная спираль 4 и спираль термометра сопротивления 5.

Снаружи корпус калориметра теплоизолирован слоями асбеста 6 и пенопласта 7 и закрыт алюминиевым кожухом 8. После помещения в калориметр испытуемого тела он закрывается крышкой 10. Винт 1 предназначен для выталкивания испытуемых

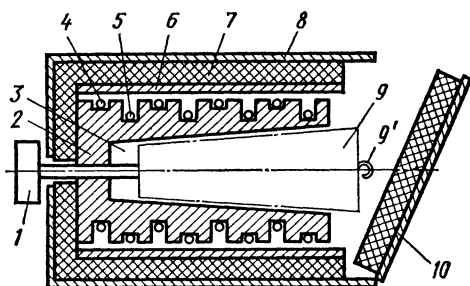


Рис. 71

тел из калориметра по окончании опыта. Для этой же цели можно использовать и специальный крючок, зацепив им тело за предназначенную для этого петлю 9'.

Электрическая схема калориметра представлена на рис. 72.

Нагревание обмотки 4 производится от сети переменного тока 2. Напряжение нагревателя регулируется лабораторным автотрансформатором. Измерения производятся амперметром 3 и вольтметром 1. Термометр сопротивления 5 включен в мост постоянного

тока 6. Методика измерения сопротивления с помощью моста постоянного тока дана в приложении.

Если нагреть на  $\Delta T$  градусов калориметр с помещенным в него исследуемым телом, то энергия электрического тока пойдет на нагревание исследуемого тела и калориметра

$$IU\tau_1 = m_k c_k \Delta T + m_t c_t \Delta T + \delta. \quad (6)$$

Здесь  $I$  и  $U$  — ток и напряжение на нагревателе,  $\tau_1$  — время нагревания,  $m_k$  и  $m_t$  — массы калориметра

и нагреваемого тела,  $c_k$  и  $c_t$  — удельные теплоемкости калориметра и нагреваемого тела,  $\delta$  — потери тепла.

Для того чтобы вычислить и исключить из уравнения (6) тепло, идущее на нагрев калориметра, и потери тепла в окружающее пространство, можно нагреть пустой калориметр на те же  $\Delta T$  градусов. Потери тепла в обоих случаях будут одинаковыми, так как они зависят только от разности температур  $\Delta T$ , но этот процесс потребует меньшего времени нагревания  $\tau_2$ :

$$IU\tau_2 = m_k c_k \Delta T + \delta. \quad (7)$$

Из равенства (6) и (7) следует

$$c_{\tau} = \frac{IU \Delta \tau}{m_{\tau} \Delta T}, \quad (8)$$

где  $\Delta \tau = \tau_1 - \tau_2$ . Величину можно определить по графикам зависимости  $\Delta T$  от  $\tau$  для пустого калориметра и калориметра с исследуемым телом (рис. 73).

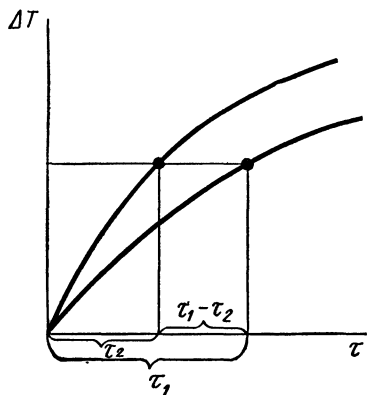


Рис. 73

Температура нагрева измеряется в данной установке при помощи термометра сопротивления, т. е. металлической проволоки. Сопротивление металла изменяется с температурой по закону

$$R = R_0 (1 + \alpha t), \quad (9)$$

где  $R_0$  — сопротивление при  $0^\circ \text{C}$ ,  $R$  — сопротивление при температуре  $t$ ,  $\alpha$  — температурный коэффициент сопротивления, который в узком диапазоне температур можно считать постоянным.

Измерив температуру воздуха в комнате  $t_b$  по ртутному термометру и сопротивление  $R_b$  измерительной обмотки при помощи моста постоянного тока, можно из формулы (9) рассчитать  $R_0$ :

$$R_0 = \frac{R_b}{1 + \alpha t_b}, \quad (10)$$

где  $\alpha$  — температурный коэффициент сопротивления меди.

Приведенная формула (9) позволяет также по известному сопротивлению  $R_0$  обмотки термометра сопротивления и измеренному приращению сопротивления  $\Delta R = R - R_b$  подсчитать  $\Delta T$ :

$$\Delta T = \Delta t = \Delta R / (\alpha R_0). \quad (11)$$

**Задание.** Снятие зависимости изменения температуры нагрева исследуемого тела от времени и проверка закона Дюлонга и Пти

1. Проверить электрическую схему (см. рис. 72).
2. Открыть калориметр и выдержать некоторое время, чтобы температура внутри калориметра сравнялась с комнатной.
3. Взвесить испытуемое тело. Определить его массу.
4. Записать по ртутному термометру комнатную температуру и с помощью моста постоянного тока определить соответствующее ей значение сопротивления обмотки термометра  $R_b$  \*. По формуле (10) подсчитать  $R_0$  — сопротивление обмотки при  $0^\circ \text{C}$ .

\* Инструкция по пользованию мостом постоянного тока МВУ-49 прилагается.

5. Включить автотрансформатор в сеть, установить напряжение 30—40 В.

6. Закрыть калориметр, включить нагреватель и, одновременно включив секундомер, начать измерения сопротивления через 2 мин в течение 10—15 мин.

**Следить, чтобы мощность нагревателя не менялась от опыта к опыту.**

7. Выключить нагреватель. Поместить в него испытуемое тело. Подождать, пока стабилизируется температура (5—10 мин). Повторить измерения (п. 5 и 6) с испытуемым телом. Нагрев производить 15—20 мин.

8. Рассчитать по формуле (11) разность температур  $\Delta T$  для каждого значения сопротивления измерительной обмотки калориметра с телом и пустого калориметра.

9. Построить графики зависимости  $\Delta T$  от времени  $\tau$  по типу рис. 73.

10. Найти по графику для трех значений разности температур  $\Delta T$  разность времени нагревания калориметра с телом и пустого калориметра  $\Delta t$ .

11. Рассчитать по формуле (8) удельную теплоемкость для значений разности времени нагревания, определенных в п. 10, и определить среднее значение удельной теплоемкости.

12. Рассчитать молярную теплоемкость по формуле

$$C_m = A c_t,$$

где  $A$  — атомная масса материала (для одноатомных веществ атомная и молярная массы совпадают),  $c_t$  — удельная теплоемкость тела.

13. Определить основные источники погрешности данного метода измерения.

**Л и т е р а т у р а:** [13; 22, т. 1; 30, т. 1].

## 29 ОПРЕДЕЛЕНИЕ УДЕЛЬНЫХ ТЕПЛОЕМКОСТЕЙ ГАЗОВ И ЖИДКОСТЕЙ

**Ц е л ь р а б о т ы:** *определение показателя адиабаты* (коэффициента Пуассона) *двумя методами:*

(1) методом адиабатного изменения состояния газа (метод Клемана — Дезорма) для воздуха;

(2) методом стоячих ультразвуковых волн для жидкости.

(1) Определение коэффициента Пуассона воздуха методом адиабатного изменения состояния газа

*Коэффициентом Пуассона  $\gamma$  называется отношение теплоемкости при постоянном давлении  $C_p$  к теплоемкости при постоянном объеме  $C_v$ . Для газов теплоемкость (как удельная, так и молярная) при постоянном давлении больше теплоемкости при постоянном объеме  $C_p > C_v$ , так как при нагревании газа при постоянном давлении (изобарический процесс) подведенное к газу тепло идет на уве-*

лишение его внутренней энергии (а следовательно, и температуры) и на совершение газом работы расширения для поддержания постоянного давления. Например, если газ заключен в сосуд с подвижным поршнем, обеспечивающим постоянное давление, то, нагреваясь, он расширяется и поднимает поршень, совершая таким образом работу против внешних сил. При нагревании при постоянном объеме (*изохорический процесс*) все тепло, подведенное к газу, идет на увеличение только его внутренней энергии.

Коэффициент Пуассона называется также *показателем адиабаты*, так как он входит в уравнение Пуассона, характеризующее адиабатический процесс:  $pV^\gamma = \text{const}$ .

## ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

**ПРИБОРЫ и ПРИНАДЛЕЖНОСТИ:** стеклянный баллон с краном, соединенный резиновой трубкой со стеклянным манометром, насос.

Общая схема установки представлена на рис. 74. Принцип ее действия состоит в следующем.

При помощи насоса в большой стеклянный баллон 3 накачивается воздух до некоторого давления  $p_1$ , превышающего атмосферное:

$$p_1 = H + h_1,$$

где  $H$  — атмосферное давление,  $h_1$  — избыток давления сверх атмосферного (измеряется водяным манометром 1).

Когда воздух в баллоне примет температуру окружающего воздуха, быстро открывается кран 2 и воздух выпускается наружу до тех пор, пока давление в баллоне не станет равным атмосферному.

Выход воздуха происходит быстро, и, пренебрегая в первом приближении передачей тепла через стенки баллона, процесс расширения воздуха в баллоне можно считать адиабатическим. При этом расширяющийся воздух совершает работу против внешних сил — внешнего атмосферного давления. Следовательно, температура воздуха в баллоне понизится.

Если теперь закрыть кран 2 и дать воздуху в баллоне нагреться до температуры окружающего воздуха, то его давление возрастет до некоторой величины

$$p_2 = H + h_2,$$

где  $h_2$  — избыток давления над атмосферным.

Из полученных трех состояний воздуха в баллоне несложно рассчитать коэффициент Пуассона.

Выделим мысленно некоторую массу  $m$  воздуха, которая остается в баллоне в течение всего эксперимента. Рассмотрим три

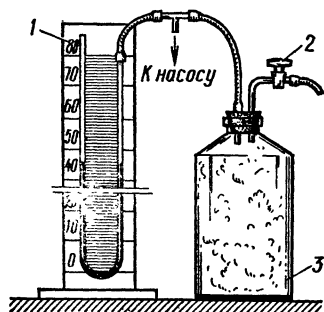


Рис. 74

состояния этой массы, мысленно представляя соответствующие им параметры газа:

| Состояние системы                               | Объем | Давление  | Температура    |
|-------------------------------------------------|-------|-----------|----------------|
| 1. Кран 2 закрыт, воздух сжат                   | $V_1$ | $H + h_1$ | Комнатная      |
| 2. Кран 2 открыт, воздух адиабатически расширен | $V_2$ | $H$       | Ниже комнатной |
| 3. Кран 2 закрыт. Температура установилась      | $V_2$ | $H + h_2$ | Комнатная      |

Сопоставляя 1-й и 3-й случаи, видим, что температура воздуха, занимающего объемы  $V_1$  и  $V_2$ , одинакова. Согласно закону Бойля — Мариотта, имеем

$$V_1 (H + h_1) = V_2 (H + h_2),$$

или

$$V_1/V_2 = (H + h_2)/(H + h_1). \quad (1)$$

Сравнивая 1-й и 2-й случаи, видим, что здесь произошло адиабатическое расширение газа. Согласно уравнению Пуассона, получим:

$$\begin{aligned} (H + h_1) V_1^\gamma &= H V_2^\gamma, \\ \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^\gamma &= \frac{H}{H + h_1}. \end{aligned} \quad (2)$$

Из (1) и (2) следует

$$\frac{H}{H + h_1} = \left(\frac{H + h_2}{H + h_1}\right)^\gamma.$$

Логарифмирование дает

$$\gamma = \frac{\lg H - \lg (H + h_1)}{\lg (H + h_2) - \lg (H + h_1)}.$$

Так как давления  $H$ ;  $H + h_1$  и  $H + h_2$  незначительно отличаются друг от друга, то в первом приближении логарифмы величин можно заменить их численными значениями. В таком случае

$$\gamma = \frac{H - H - h_1}{H + h_2 - H - h_1} = \frac{h_1}{h_1 - h_2},$$

т. е. искомая величина

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{h_1}{h_1 - h_2}. \quad (3)$$

К тому же результату можно прийти и в том случае, если полагать, что воздух в сосуде 3 сначала не нагнетается, а разрежается. Когда сосуд на короткое время сообщается с атмосферой, в нем происходит адиабатическое сжатие воздуха, а температура последнего повышается до  $T_2$ , после чего происходит выравнивание ее с температурой окружающего воздуха.

В остальном рассуждения остаются теми же.

## Задание. Определение отношения $C_p/C_v$ для газов

1. Закрыть кран 2 и, осторожно нагнетая воздух насосом, накачивать воздух в баллон 3, пока разность уровней в манометре не достигнет 20—25 см (рис. 74).

2. Когда давление окончательно установится, произвести отсчет разности уровней воды в обоих коленях манометра 1.

3. Быстро поворачивая кран 2, открыть на короткое время баллон 3 и тотчас же закрыть кран.

4. Когда давление окончательно установится, записать разность уровней воды в обоих коленях манометра 1.

5. Повторить опыт не менее 10 раз. Результаты опыта представить в виде таблицы.

6. Вычислить  $\gamma$  по формуле (3).

7. Определить основные источники погрешности при определении коэффициента Пуассона данным методом.

## (2) Измерение коэффициента Пуассона жидкости методом стоячих ультразвуковых волн

Упругая продольная волна представляет собой волну сжатия и разрежения, которая распространяется с определенной скоростью  $v$ . Длина  $\lambda$  бегущей продольной волны будет соответствовать расстоянию между двумя точками максимального сжатия или соответственными точками разрежения.

В случае стоячей продольной волны в жидкость устанавливается периодическая последовательность сжатий и разрежений — жидкость становится периодически неоднородной по плотности и расстояние между двумя сжатиями или двумя разрежениями будет соответствовать  $\lambda/2$ .

Типичным примером продольных волн являются звуковые и ультразвуковые волны. Длина волны звуковых волн находится в пределах от 16 мм до 16 м, ультразвуковых — менее 16 мм.

Если пропускать световой пучок параллельных лучей через сосуд с жидкостью, в которой возбуждена стоячая ультразвуковая волна (рис. 75), в поле зрения появляются чередующиеся темные и светлые полосы (рис. 76). Различие в

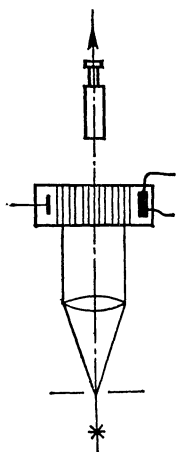


Рис. 75

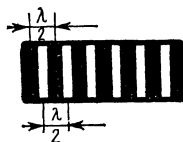


Рис. 76

освещенности этих полос объясняется оптической неоднородностью среды, чередованием сжатий и разрежений.

Измерив длину волны  $\lambda$  и зная частоту колебаний излучателя, можно определить скорость распространения ультразвука в жидкости по формуле

$$v = \lambda f, \quad (1)$$

где  $v$  — скорость,  $f$  — частота ультразвука.

В первом приближении можно принять, что звуковые колебания, т. е. периодически повторяющиеся процессы сжатия и разрежения среды, протекают адиабатно. Адиабатная сжимаемость \* выражается через скорость звука в виде

$$\beta_{ад} = \frac{1}{v^2 \rho}; \quad v = \sqrt{\frac{1}{\beta_{ад} \rho}}, \quad (2)$$

где  $\beta_{ад}$  — адиабатная сжимаемость,  $\rho$  — плотность среды.

Термодинамика устанавливает связь между адиабатной и изотермической сжимаемостями \*\*:

$$\beta_{из} = \beta_{ад} + T \beta^2 V / c, \quad (3)$$

где  $\beta_{из}$  — изотермическая сжимаемость,  $T$  — абсолютная температура,  $\beta$  — коэффициент объемного расширения,  $V$  — удельный объем,  $c$  — удельная теплоемкость.

С другой стороны, термодинамика дает соотношение

$$\beta_{из} / \beta_{ад} = C_p / C_V = \gamma, \quad (4)$$

где  $C_p$  — теплоемкость при постоянном давлении,  $C_V$  — теплоемкость при постоянном объеме. Используя уравнения (2), (3), (4) для отношения удельных теплоемкостей, получим

$$\gamma = 1 + T \beta^2 v^2 / c. \quad (5)$$

## ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

**ПРИБОРЫ и ПРИНАДЛЕЖНОСТИ:** горизонтальный компаратор, кювета, заполненная водой, генератор ультразвуковых колебаний.

Основной частью установки (рис. 77) является плоскопараллельная стеклянная кювета 4 с жидкостью (водой), жестко установленная на подвижном столике горизонтального компаратора. Возбуждение стоячей ультразвуковой волны в исследуемой жидкости осуществляется излучателем — пластинкой 6 из титаната бария, обладающей пьезоэлектрическими свойствами. Пластика посеребрена с двух сторон. Одной стороной она плотно прижата к тщательно отполированной торцевой металлической стенке 5 кюветы 4, служащей одним из электродов. Другим электродом

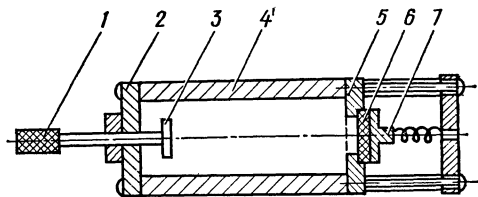


Рис. 77

\* Адиабатным коэффициентом сжимаемости (говорят и просто — адиабатной сжимаемостью) тела называется отношение относительного изменения объема к изменению давления при отсутствии теплообмена с окружающей средой, т. е.

$$\beta_{ад} = - \frac{1}{V} \left( \frac{dV}{dp} \right)_{ад},$$

где  $V$  — объем,  $p$  — давление.

\*\* Изотермической сжимаемостью называется отношение относительного изменения объема к изменению давления при постоянной температуре:  $\beta_{из} = - \frac{1}{V} \left( \frac{dV}{dp} \right).$

служит тонкая кольцевая шайба 7, прижатая ко второй посеребренной поверхности излучателя. В противоположную стенку кюветы вставлен отражатель волн 3 в виде металлического диска, укрепленного на стержне. Часть стержня 1 выходит наружу.

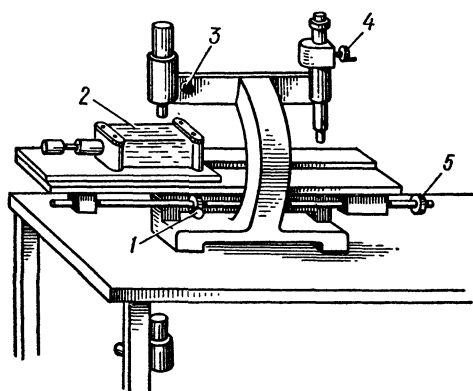


Рис. 78

Перемещая отражатель за наружную часть стержня, регулируют расстояние между отражателем и излучателем.

Для получения стоячих волн необходимо, чтобы расстояние между излучателем и отражателем было с большой точностью равно целому числу полувольт.

Компаратор (рис. 78) состоит из основания, подвижного стола, визирного и отсчетного микроскопа. В нижней части прочно укреплена цилиндрическая

направляющая, по которой перемещается стол. В верхней части имеется траверса, на которой укреплены два микроскопа: визирный и отсчетный. В нижней части основания смонтировано также зеркало для освещения шкалы компаратора.

На подвижном столе крепится кювета с жидкостью 2, а также шкала компаратора.

Грубая установка столика производится непосредственно от руки, для чего предварительно освобождается стопорный винт 1, тонкая подача осуществляется микрометрическим винтом 5.

Визирный микроскоп служит для наводки на штрихи объекта — темные полосы, соответствующие сжатиям стоячей волны в кювете. Фокусировка визирного микроскопа осуществляется с помощью маховичка 3.

Отсчетный микроскоп со спиральным окулярным микрометром служит для отсчета по шкале компаратора. Отсчетный микроскоп неподвижно укреплен на правом конце траверсы.

Наводку витков сетки спирального микрометра на штрихи шкалы прибора производят с помощью маховичка 4.

В поле зрения спирального окулярного микрометра одновременно видны круговая шкала 1 (рис. 79) с делениями от 0 до 100 (с цифрами через каждые пять делений), штрихи шкалы компара-

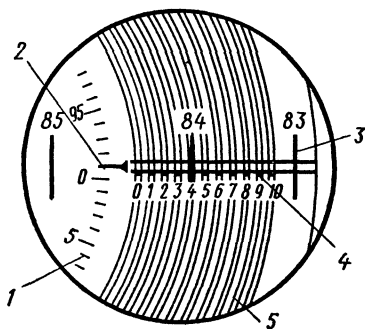


Рис. 79



тора 3, продольная шкала 4, двойные спирали 5 и стрелка указателя 2.

При отсчете следует, вращая маховичок 4 (см. рис. 78), ввести какой-либо штрих компаратора в середину двойной спирали. На рис. 79 в середину двойной спирали введен штрих «84». Затем берется ближайший меньший к данному штриху отсчет по продольной шкале. В данном случае этот отсчет равен «3». И наконец, берется отсчет по круговой шкале соответственно указателю 2 (здесь «99»). Полный отсчет на рис. 79 будет составлять 84,3990.

Оптическая система установки полностью отъюстирована.

Блок-схема генератора ультразвуковых волн представлена на рис. 80.

Маломощный задающий генератор высокой частоты 1 вырабатывает синусоидальное напряжение, которое затем поступает на усилитель

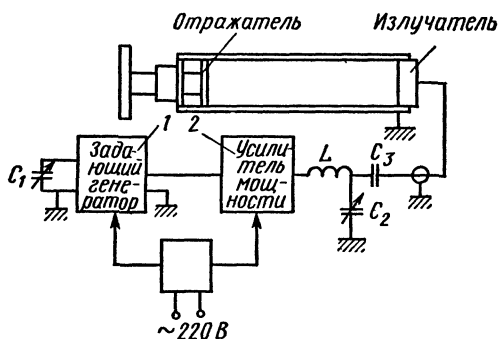


Рис. 80

мощности 2. С усилителя мощности высокой частоты напряжение амплитудой около 60 В подается по высокочастотному кабелю на ультразвуковой излучатель. Переменная емкость  $C_1$  служит для настройки задающего генератора, частота которого должна быть близка к резонансной частоте излучателя.

Для настройки резонансного контура усилителя мощности с целью получения наибольшей акустической мощности используется переменная емкость  $C_2$ .

Указанные части установки помещены в металлический кожух. Рукоятки управления выведены на панель.

### Задание. Определение отношения $C_p/C_V$ для воды

1. Включить ультразвуковой генератор.
2. Открепить стопорный винт 1 (см. рис. 78) и добиться появления в визирном микроскопе чередующихся темных и светлых полос.
3. Закрепить винт 1 и с помощью микрометрического винта 5 совместить штрих визирного микроскопа с одной из полос.
4. После точной наводки штриха визирного микроскопа на темную полосу произвести отсчет  $l_1$  по спиральному окулярному микрометру, как указано выше.
5. Медленно перемещая кювету вращением винта, отсчитать в визирном микроскопе  $n$  темных полос и установить возможно точнее штрих визирного микроскопа на последнюю отсчитанную полосу.

6. Вновь произвести отсчет  $l_2$  по спиральному окулярному микрометру. Разность отсчетов  $l = l_2 - l_1$  даст расстояние, пройденное кюветой.

7. Определить по шкале звукового генератора задаваемую частоту  $f$  и рассчитать скорость ультразвука в воде по формуле (1). Так как расстояние между двумя рядом расположенными темными и светлыми полосами равно  $\lambda/2$ , то

$$\lambda/2 = l/n \quad \text{и} \quad \lambda = 2l/n.$$

8. Повторить опыт для светлых полос.

9. По среднему значению скорости определить  $\gamma$  по формуле (5).

В формулу (5) входит температура воды, которая принимается равной температуре окружающей среды. Она измеряется по лабораторному термометру;  $\beta$  и  $c$  — табличные значения.

Л и т е р а т у р а: [13; 22, т. 1; 24; 29].

### 30 ОПРЕДЕЛЕНИЕ ИЗМЕНЕНИЯ ЭНТРОПИИ ПРИ НАГРЕВАНИИ И ПЛАВЛЕНИИ ОЛОВА

*Цель работы: определение приращения энтропии при фазовом переходе первого рода на примере плавления олова.*

*Фазовый переход первого рода* — фазовое превращение, сопровождающееся поглощением или выделением некоторого количества теплоты и изменением удельного объема; температура перехода остается постоянной и зависит от давления. В данной работе необходимо измерить температуру фазового перехода — температуру плавления олова, что позволит определить приращение энтропии.

Так как для обратимых процессов приращение энтропии \*

$$dS = \delta Q/T,$$

а изменение энтропии при переходе системы из состояния  $a$  в состояние  $b$

$$\Delta S = \int_a^b \delta Q/T,$$

то изменение энтропии при нагревании и плавлении олова определяется как сумма изменения энтропии при нагревании до температуры плавления и при плавлении олова:

$$\Delta S = \int_{T_K}^{T_{\Pi}} \frac{\delta Q_1}{T} + \int_1^2 \frac{\delta Q_2}{T} = \int_{T_K}^{T_{\Pi}} \frac{cm dT}{T} + \frac{\lambda m}{T_{\Pi}}$$

или

$$\Delta S = cm \ln \frac{T_{\Pi}}{T_K} + \frac{\lambda m}{T_{\Pi}}, \quad (1)$$

где  $\delta Q$  — бесконечно малое количество теплоты, передаваемой системе при температуре  $T$ ;  $\delta Q_1$  и  $\delta Q_2$  — бесконечно малые количества теплоты, полученные оло-

\* Знаком  $\delta Q$  обозначено то, что количество теплоты не является полным дифференциалом, так как зависит не только от начального и конечного состояний системы, но и от пути перехода.

вом при нагревании и при плавлении;  $T_k$  — комнатная температура;  $T_p$  — температура плавления;  $\lambda$  — удельная теплота плавления;  $c$  — удельная теплоемкость;  $m$  — масса.

## ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

**ПРИБОРЫ и ПРИНАДЛЕЖНОСТИ:** тигельная печь, тигель с оловом, термопара, латунный сосуд с маслом, милливольтметр, градуировочный график термопары, секундомер.

Рабочая схема установки показана на рис. 81.

В данной работе температура олова измеряется при помощи термопары медь — константан. Один спай термопары 7 погружают в тигель с оловом 6, который помещают в тигельную печь 5; другой спай 1 — в латунный сосуд с маслом 3, в котором практи-

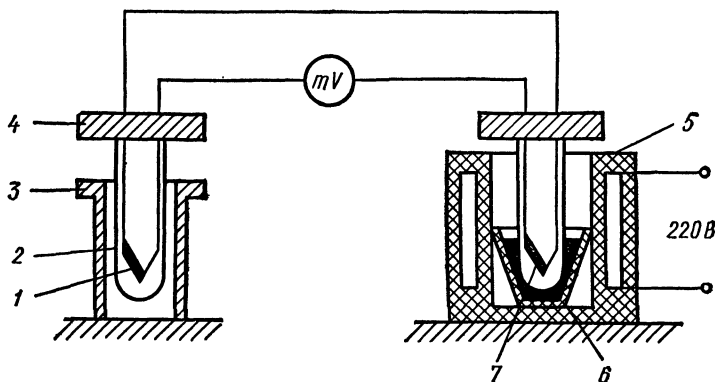


Рис. 81

чески сохраняется комнатная температура. Концы термопары находятся в стеклянных трубочках 2, которые вставляют в держатели из текстолита 4. Термо-э. д. с., возникающая в цепи термопары при наличии разности температур в спаях, измеряется милливольтметром.

**Задание.** Снятие зависимости температуры нагрева олова от времени и определение температуры плавления олова

1. Измерить начальную температуру при помощи комнатного термометра.

2. Включить одновременно цепь печи и секундомер, отмечая показания милливольтметра через каждую минуту. Результаты измерений отмечать на графике в координатах «показания милливольтметра — время». Измерения проводить до тех пор, пока термо-э. д. с. не достигнет постоянной величины ( $T_p$ ), а затем начнет увеличиваться.

3. Выключить цепь печи и проводить аналогичные измерения при охлаждении олова, отмечая показания милливольтметра на том же графике, что и в п. 2.

4. По двум полученным кривым определить показания милливольтметра, соответствующие участкам кривых, параллельным оси времени, и по среднему значению найти температуру плавления олова, используя градуировочный график данной термодинамической пары.

5. Вычислить приращение энтропии при нагревании и плавлении олова по формуле (1); масса олова задана, а удельную теплоту плавления и удельную теплоемкость олова найти в соответствующих таблицах.

6. Определить основные источники погрешности при определении приращения энтропии данным методом.

Л и т е р а т у р а: [13; 22, т. 1; 30, т. 1].

## 31 ИЗУЧЕНИЕ ТЕРМОДИНАМИКИ ПОВЕРХНОСТНОГО НАТЯЖЕНИЯ

*Ц е л ь р а б о т ы: определение свободной, связанной и полной энергии поверхностного слоя касторового масла на основе измерений коэффициента поверхностного натяжения  $\alpha$  и его зависимости от температуры  $\left(\frac{d\alpha}{dT}\right)$ .*

Коэффициент поверхностного натяжения  $\alpha$  определяется как работа, которую необходимо затратить для изотермического обратимого увеличения единицы площади  $ds$  поверхности жидкости при неизменном объеме.

Рассмотрим изотермическое обратимое увеличение поверхностного слоя жидкости. Работа внешней силы будет  $\alpha ds$ , сама же пленка совершит работу  $-\alpha ds$ .

Согласно первому началу термодинамики, поверхностному слою надо сообщить теплоту  $\delta Q^*$ , которая расходуется на изменение внутренней энергии  $dU$  и работу, совершаемую пленкой:

$$\delta Q = dU - \alpha ds. \quad (1)$$

Для обратимого процесса  $\delta Q = Tds$ , где  $T$  — абсолютная температура,  $ds$  — изменение энтропии. Поэтому уравнение (1) переписывается в виде

$$dU = T dS + \alpha ds. \quad (2)$$

Из термодинамики известно, что вся работа при изотермическом процессе равна изменению свободной энергии системы. Так как свободная энергия системы

$$F = U - TS, \quad (3)$$

где  $U$  — внутренняя энергия, а  $TS$  — связанная энергия, то из уравнения (3) изменение свободной энергии

$$dF = dU - T dS - S dT. \quad (4)$$

Подставляя значение  $dU$  из выражения (2) в уравнение (4), получим

$$dF = -S dT + \alpha ds. \quad (5)$$

---

\* Знаком  $\delta$  обозначено то, что количество теплоты не является полным дифференциалом, так как зависит не только от начального и конечного состояний системы, а зависит от пути перехода.

Отсюда

$$S = - \left( \frac{\partial F}{\partial T} \right)_s; \quad \alpha = \left( \frac{\partial F}{\partial s} \right)_T.$$

Подставляя значение  $S$  в уравнение (3), найдем

$$F = U + T \left( \frac{\partial F}{\partial T} \right)_s. \quad (6)$$

Так как коэффициент поверхностного натяжения не зависит от площади пленки, а зависит от температуры и, согласно определению,  $F = \alpha s$ , то, подставив значение  $F$  в уравнение (6), получим

$$U = \left( \alpha - T \frac{d\alpha}{dT} \right) s. \quad (7)$$

Поделив левую и правую части уравнения (7) на площадь  $s$ , аналогично получим

$$\bar{U} = \alpha - T \frac{d\alpha}{dT}, \quad (8)$$

где  $\bar{U}$  — полная внутренняя энергия единицы площади,  $\alpha$  — свободная энергия единицы площади,  $T = \frac{d\alpha}{d\bar{U}}$  — связанная энергия единицы площади.

Из первого начала термодинамики можно понять физический смысл уравнения (8). При изотермическом расширении пленки на единицу площади ей надо сообщить теплоту

$$\bar{Q} = \bar{U} - \alpha = - T \frac{d\alpha}{dT}.$$

Величина  $\bar{Q}$  положительна, так как из опыта следует, что  $\frac{d\alpha}{dT} < 0$ .

Из формулы (8) видно, что, определив поверхностное натяжение  $\alpha$  какой-либо жидкости при данной температуре и зависимость ее поверхностного натяжения от температуры, можно рассчитать свободную, связанную и полную энергии.

В данной работе поверхностное натяжение измеряется по высоте поднятия этой жидкости в капилляре. При погружении смачиваемого капилляра радиуса  $r$  в жидкость ее поверхность в капилляре станет вогнутой и давление под ней уменьшится на  $2\alpha/r$ . Поэтому жидкость будет подниматься до такой высоты  $h$ , при которой

$$2\alpha/r = \rho gh \quad (9)$$

(здесь  $\rho$  — плотность жидкости,  $g$  — ускорение свободного падения). Из (9) получаем

$$\alpha = \rho g h r / 2. \quad (10)$$

Расчет по формуле (10) имеет тот недостаток, что для измерения высоты поднятия необходимо катетометр наводить дважды — на мениск и на плоскую поверхность, что затруднительно и снижает точность результата. Поэтому пользуются двумя капиллярами разных радиусов. Если обозначить высоту подъема жидкости в одном капилляре через  $h_1$ , а в другом — через  $h_2$ , то, используя формулу (9), можно записать:

$$h_1 = 2\alpha / (r_1 \rho g); \quad h_2 = 2\alpha / (r_2 \rho g);$$

$$h_1 - h_2 = \frac{2\alpha}{\rho g} \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right).$$

Отсюда

$$\alpha = \frac{\rho g (h_1 - h_2) r_1 r_2}{2 (r_2 - r_1)}. \quad (11)$$

## ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

**ПРИБОРЫ и ПРИНАДЛЕЖНОСТИ:** капиллярные трубки различного диаметра, держатель капиллярных трубок, кювета с исследуемой жидкостью, термометр, термостат, катетометр.

Установка состоит из термостата, внутри которого находятся капиллярные трубки различного диаметра, закрепленные в общем держателе и погруженные в кювету с исследуемой жидкостью. В эту же кювету опущен термометр, позволяющий определять температуру во время опыта. За трубками установлено матовое стекло, освещаемое лампочкой подсвета, что обеспечивает хорошую видимость менисков жидкости в капиллярах. Сам термостат представляет собой металлический ящик с двойными стенками, между которыми заливается вода, нагреваемая с помощью спиралей, по которым пропускается электрический ток. Нагреваясь, вода нагревает воздух и масло в кювете и капиллярах, находящихся во внутренней, со всех сторон закрытой полости термостата. Через стеклянное окошко передней стенки (дверцы) термостата можно наблюдать за уровнем масла в капиллярах. Высота столба масла при различных температурах измеряется с помощью катетометра, устройство которого описано в приложении.

В боковой стенке термостата имеется водомерная стеклянная трубка, позволяющая следить за уровнем воды, залитой в термостат.

**Задание.** Измерение высоты поднятия уровней в капиллярах, вычисление коэффициента поверхностного натяжения касторового масла и расчет свободной, связанной и полной энергии

1. Перед началом работы проверить по термометру температуру внутри термостата. Если температура выше 30—40 °С, слить воду из термостата и залить его вновь водопроводной водой.

Воды в термостат налить столько, чтобы она достигала красной черты, нанесенной на водомерном стекле.

2. Включить подсвет капилляров. Настроить катетометр так, чтобы одновременно в поле зрения виды были оба капилляра.

3. Определить по катетометру  $h_1$  и  $h_2$  в обоих капиллярах.

4. Включить нагреватель и измерить по катетометру уровни масла в капиллярах через каждые десять градусов до 70—80 °С. Так как эти измерения требуют некоторого времени, то, чтобы температура внутри термостата во время измерения значительно не изменилась, необходимо перед каждым измерением заранее выключать нагреватель (например, надо измерить уровни при температуре 50 °С; для этого выключить нагреватель, когда термометр показывает 47 °С. Когда температура масла достигнет 50 °С, произвести измерения уровней по катетометру). Нагреватель включить лишь после того, как измерена высота столба жидкости в обоих капиллярах при данной температуре.

5. Рассчитать по формуле (11) поверхностное натяжение касторового масла при различных температурах. Значения плотности касторового масла  $\rho$  и радиусов  $r_1$  и  $r_2$  капилляров прилагаются к работе.

6. На основании полученных экспериментальных данных построить график зависимости  $\alpha = f(T)$  и определить  $\frac{d\alpha}{dT}$  как тангенс угла наклона графика к оси абсцисс.

7. Рассчитать по формулам (3) и (8) свободную, связанную и полную энергии поверхностного слоя касторового масла.

8. Определить основные источники погрешности данного метода измерения.

### *Описание катетометра*

Катетометр КМ-6 предназначен для измерения вертикальных расстояний между двумя точками, расположенными на недоступных для непосредственного измерения объектах.

### **И. Конструкция**

Катетометр (рис. 82) состоит из вертикального штатива на треножке 16, измерительной каретки 10, зрительной трубы 13 и отсчетного микроскопа 11. На треножке установлена колонка 14. С помощью ручек 15 колонку можно поворачивать вокруг вертикальной оси; микрометрическая подача осуществляется винтом 1 при закрепленном винте 2. В колонку вмонтирована стеклянная миллиметровая шкала, ось которой строго параллельна оси колонки. Нулевой штрих шкалы расположен вверху, а двухсотый — внизу. Измерительная каретка, несущая зрительную трубу и отсчетный микроскоп, перемещается по колонке на роликах. Грубое перемещение измерительной каретки по вертикали производится от руки при открепленном винте 12, точное — с помощью микрометрического винта 3 при закрепленном винте 12. Каретка уравновешена противовесом внутри колонки. Противовес соединен с кареткой стальной лентой 9, переброшенной через направляющий ролик 8. Зрительная труба укреплена на каретке. Фокусировка трубы на выбранную точку объекта производится вращением маховичка 5; грубая наводка осуществляется с помощью механического визира, состоящего из целика и мушки, укрепленных на тубусе зритель-

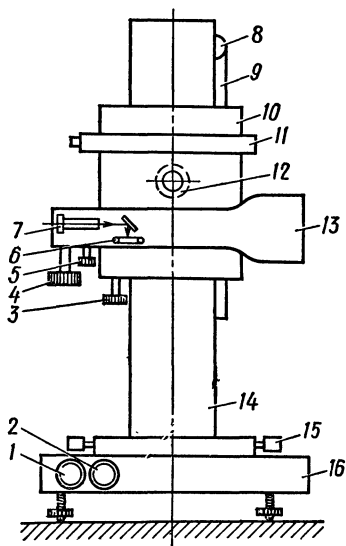


Рис. 82

Зрительная труба укреплена на каретке. Фокусировка трубы на выбранную точку объекта производится вращением маховичка 5; грубая наводка осуществляется с помощью механического визира, состоящего из целика и мушки, укрепленных на тубусе зритель-

ной трубы. Сбоку на тубусе имеется цилиндрический уровень 6. Уровень устанавливают в горизонтальное положение микрометрическим винтом 4 путем совмещения изображения концов пузырьков воздуха, рассматриваемого через лупу 7. При совмещенных половинках пузырька визирная ось зрительной трубы принимает строго горизонтальное положение. Точная наводка зрительной трубы в горизонтальной плоскости производится микрометрическим винтом 1 при закрепленном винте 2.

Оптическая схема прибора состоит из зрительной трубы и отсчетного микроскопа с осветительной системой. Отсчетный микроскоп имеет масштабную сетку (рис. 83). Для установки изображения сетки и штрихов

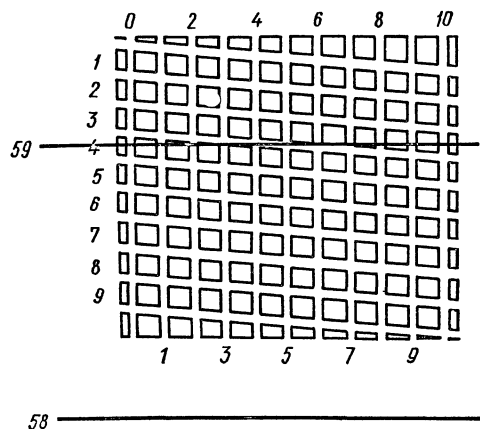


Рис. 83

шкалы на резкость по глазу наблюдателя окуляр имеет диоптрийную наводку в пределах  $\pm 5$  дп. Изображение штрихов миллиметровой шкалы проектируется в плоскость масштабной сетки, установленной в фокальной плоскости окуляра отсчетного микроскопа. Масштабная сетка разделена в вертикальном и горизонтальном направлениях на десять частей. Отсчетный микроскоп установлен таким образом, что десять горизонтальных бис-

секторов сетки укладываются между двумя штрихами миллиметровой шкалы, следовательно, каждому биссектору в вертикальном направлении соответствует 0,1 мм. В горизонтальном направлении десятая часть биссектора равна 0,01 мм. Тысячные доли миллиметра (микрометры) оцениваются на глаз в долях делений.

Перемещая каретку 10 (см. рис. 82), на которой смонтированы зрительная труба 13 и отсчетный микроскоп 11, по колонке 14 вдоль миллиметровой шкалы, а также вращая колонку с помощью ручек 15 вокруг вертикальной оси, осуществляют визирование на выбранные точки объекта. Соответствующие отсчеты снимают через окуляр отсчетного микроскопа по шкале и масштабной сетке. Длины вертикальных отрезков определяют как разность соответствующих отсчетов по шкале.

## II. Методика работы

Перед измерением, действуя подъемными винтами треножника 16 (см. рис. 82), с помощью круглого уровня установить ось колонки 14 в вертикальное положение. Включить в сеть через трансформатор осветительную часть отсчетного микроскопа 11.



Открепить винт 12, поднять (опустить) измерительную каретку 10 на уровень выбранной точки объекта и с помощью целика и мушки механического визира грубо навести зрительную трубу 13.

Установить окуляр зрительной трубы на резкое изображение сетки, а фокусирующую линзу — на резкое изображение объекта. После этого произвести точную наводку зрительной трубы 13 на выбранную точку объекта: в вертикальной плоскости — с помощью винта 3 при закрепленном винте 12; в горизонтальной плоскости — поворачивая колонку 14 с помощью ручек 15, микрометрическая подача осуществляется с помощью винта 1 при закрепленном винте 2.

Сетка зрительной трубы имеет перекрестие, правый горизонтальный штрих которого выполнен в виде углового биссектора (рис. 84). При наводке трубы выбранная точка объекта должна располагаться в правой половине сетки точно посередине углового биссектора на уровне горизонтального штриха. При точной вертикальной наводке не следует выпускать из поля зрения уровень 6 (см. рис. 82), изображения половинок пузырька которого, рассматриваемые через лупу 7, должны образовывать дугу.

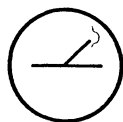


Рис. 84

После этого снимают первый отсчет по масштабной сетке. Затем, перемещая каретку 10 по колонке 14, наводят зрительную трубу 13 на вторую точку измеряемого объекта и, проверив установку трубы по цилиндрическому уровню 6, снимают второй отсчет. Разность между двумя отсчетами дает измеренную величину отрезка.

В поле зрения отсчетного микроскопа одновременно видны изображения двух штрихов миллиметровой шкалы, обозначенные крупными цифрами, и масштабная сетка. Индексом для отсчета целых миллиметров служит нулевой биссектор десятых долей миллиметра.

На рис. 83 штрих «59» прошел нулевой биссектор, а ближайший большой штрих («58») еще не дошел до нулевого биссектора. Отсчет будет 59 мм плюс отрезок от штриха «59» до нулевого биссектора. В этом отрезке число десятых долей миллиметра будет обозначено цифрой последнего пройденного биссектора десятых долей миллиметра, в данном случае цифрой 3. Отрезок сотых долей миллиметра производится в горизонтальном направлении сетки. На рис. 83 положению миллиметрового штриха соответствует седьмое горизонтальное деление сетки, т. е. 0,07 мм. Окончательный отсчет будет 59,37 мм.

Для повышения точности измерения отсчет необходимо повторить несколько раз и взять среднее значение отсчетов (следует помнить, что нулевой штрих шкалы микроскопа расположен вверх, а двухсотый — вниз).

Л и т е р а т у р а: [13; 22, т. 1; 30, т. 1].

## 32 ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОВЕРХНОСТНОГО НАТЯЖЕНИЯ ЖИДКОСТИ МЕТОДОМ КАПИЛЛЯРНЫХ ВОЛН

**Цель работы:** измерение поверхностного натяжения жидкости методом капиллярно-гравитационных волн.

Капиллярно-гравитационными называются волны, распространяющиеся на поверхности жидкости под действием сил поверхностного натяжения и тяжести.

Теория поверхностных волн и их свойства много сложнее, чем, например, для акустических волн в газах. Частицы жидкости при распространении таких волн совершают движение по сложным траекториям \*. Если же амплитуда капиллярно-гравитационных волн мала по сравнению с длиной волны, а глубина жид-

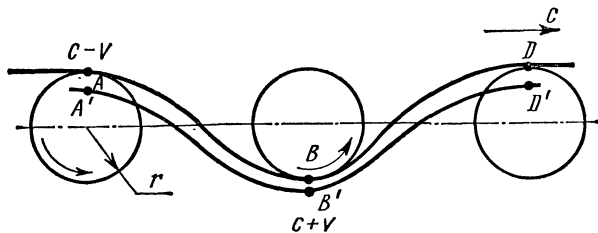


Рис. 85

кости значительно больше длины волны, то, согласно уравнениям гидродинамики, каждая частица жидкости движется по окружности, расположенной в вертикальной плоскости, проходящей через направление распространения волны (рис. 85).

Пусть  $r$  — радиус окружности, по которой движется частица жидкости, находящаяся на ее поверхности,  $c$  — скорость распространения волны и  $v$  — скорость движения частицы по окружности. Тогда в системе отсчета, равномерно движущейся со скоростью  $c$  (в этой системе волна будет неподвижной), движение частицы будет складываться из равномерно-поступательного (со скоростью  $c$ ) и равномерного вращения по окружности (скоростью  $v$ ). Если ось  $x$  направить по невозмущенной поверхности жидкости в сторону распространения волны, а ось  $z$  — вертикально вниз, то приближенно движение частицы на поверхности жидкости можно описать уравнениями

$$x = ct; \quad z = r \sin(2\pi t/T),$$

где  $t$  — время,  $T$  — промежуток времени, в течение которого частица описывает окружность (или время, за которое фаза волны смещается на одну длину волны  $\lambda$ ). Так как  $\lambda = cT = 2\pi r$ , то

$$z = r \sin(2\pi t c / \lambda). \quad (1)$$

Исключая время из уравнений (1), найдем уравнение движения частицы:

$$z = r \sin(2\pi x / \lambda). \quad (2)$$

Частицы, расположенные не на поверхности жидкости, а в глубине, также движутся по окружностям, но радиус их убывает с глубиной. На рис. 85 верхняя синусоида  $ABD$  представляет траекторию частицы на поверхности жидкости, а  $A'B'D'$  — траекторию близкой к ней частицы в глубине.

В рассматриваемой системе отсчета течение жидкости стационарно. Пространство между поверхностями  $ABD$  и  $A'B'D'$  представляет трубку тока и к ней применимо уравнение Бернулли. Напишем уравнение Бернулли для точек  $A$  и  $B$ , принимая во внимание, что в точке  $A$  скорости поступательного и вращательного

\* В лабораторной работе 52 на примере капиллярно-гравитационных волн рассматриваются основные явления, наблюдаемые при распространении всех видов волн, — интерференция, дифракция и дисперсия.

движения вычитаются и полная скорость частицы равна  $c - v$ , в точке  $B$  эти скорости складываются и полная скорость частицы равна  $c + v$ , а разность высот точек  $A$  и  $B$  равна  $h = 2r$ :

$$\frac{\rho(c-v)^2}{2} + p_A + 2\rho gr = \frac{\rho(c+v)^2}{2} + p_B, \quad (3)$$

где  $\rho$  — плотность жидкости,  $p_A$  и  $p_B$  — давления в точках  $A$  и  $B$ .

В уравнении (3) все слагаемые имеют размерность давления, т. е. сила/(длина)<sup>2</sup> или энергия/(длина)<sup>3</sup>, и, следовательно, уравнение Бернулли является выражением закона сохранения энергии вдоль трубки тока (потери энергии на трение не учитываются). Полная энергия в единице объема, которой обладает движущаяся жидкость, т. е. сумма энергии кинетической  $\rho v^2/2$  и потенциальной  $(\rho gr + p)$ , вдоль трубки тока остается постоянной.

Из уравнения (3) следует

$$2\rho cv = (p_A - p_B) + 2\rho gr. \quad (4)$$

Скорость движения частицы по окружности

$$v = 2\pi r/T = 2\pi rc/\lambda. \quad (5)$$

Давление жидкости в точке  $A$  складывается из атмосферного и добавочного давления  $\Delta p$ , связанного с кривизной поверхности, которое можно определить по уравнению Лапласа:

$$\Delta p = \alpha \left( \frac{1}{R_i} + \frac{1}{R_k} \right), \quad (6)$$

где  $\alpha$  — поверхностное натяжение,  $R_i$  и  $R_k$  — главные радиусы кривизны (наименьшее и наибольшее значения, которые принимает радиус кривизны).

Так как  $R_k = \infty$  (рис. 86), уравнение (6) примет вид

$$\Delta p = \alpha/R_i = \alpha/z,$$

Окончательно имеем  $p_A = p_{\text{атм}} + \alpha/z$ ;  $p_B = p_{\text{атм}} - \alpha/z$  и

$$p_A - p_B = 2\alpha/z. \quad (7)$$

Координата  $z$  принимает максимальные значения в местах гребней и впадин волны. С учетом формулы (2) в этих случаях  $z = r$ . Подставляя в формулу (7)  $z = r$ , получим

$$p_A - p_B = 2\alpha/r. \quad (8)$$

Подставляя уравнения (8) и (5) в уравнение (4), имеем

$$\frac{2\rho c^2 2\pi r}{\lambda} = \frac{2\alpha}{r} + 2\rho gr. \quad (9)$$

Отсюда, учитывая, что  $r = \lambda/(2\pi)$ , получим

$$c = \sqrt{\frac{2\pi\alpha}{\lambda\rho} + \frac{g\lambda}{2\pi}}. \quad (10)$$

Для длинных волн, когда  $g\lambda/(2\pi) \gg 2\pi\alpha/(\rho\lambda)$ , поверхностное натяжение не играет роли и формула (10) переходит в формулу

$$c = \sqrt{g\lambda/(2\pi)}.$$

Такие волны называются *гравитационными*.

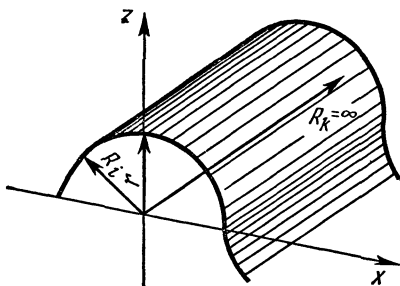


Рис. 86

Когда  $\lambda$  мало, действие силы тяжести несущественно. В этом случае волны называются *капиллярными*:

$$c = \sqrt{2\pi\alpha/(\lambda\rho)}. \quad (11)$$

Наблюдение капиллярных волн на поверхности дает удобный метод измерения поверхностного натяжения:

$$\alpha = c^2\lambda\rho/(2\pi),$$

Так как  $c = \lambda\nu$ , окончательно имеем

$$\alpha = \nu^2\lambda^3\rho/(2\pi). \quad (12)$$

Здесь  $\nu$  — частота волны.

## ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

**ПРИБОРЫ и ПРИНАДЛЕЖНОСТИ:** вибратор, кювета, строботаксметр, генератор звуковых колебаний, микроскоп.

Для возбуждения капиллярных волн на поверхности жидкости в данной работе применяется электромагнитный вибратор, питаемый от генератора звуковой частоты.

В качестве вибратора использован телефон, к мембране которого припаян стержень. Частота колебаний стержня (частота капиллярных волн) устанавливается по шкалам генератора (переключателю диапазонов и лимбу).

Для возможности отсчета длины волны применяется стробоскопическое освещение от импульсного осветителя (строботаксметра). Если частота волн равна или кратна частоте вспышек, то за время между очень короткими вспышками света колебания распространяются на одну длину волны (или на несколько длин волн) и каждая новая вспышка происходит тогда, когда гребни волн находятся в тех же местах, где были гребни при предыдущей вспышке. Поэтому бегущие волны кажутся остановившимися. Для этой цели стробоскопический осветитель синхронизирован с генератором звуковых колебаний.

Длиной волны является расстояние между соответственными точками соседних волн (например, между гребнями соседних волн).

Для измерения расстояний между гребнями используется измерительный микроскоп с окулярным микрометром.

**Задание.** Измерение длины волны и вычисление коэффициента поверхностного натяжения воды

1. Тщательно вымыть кювету и налить в нее дистиллированную воду.

2. Установить наконечник вибратора так, чтобы его край был слегка погружен в жидкость и находился в поле зрения микроскопа.

3. Включить генератор и строботаксметр, установить на генераторе нужную частоту (около 300 Гц).

4. Потенциометром выходной мощности генератора добиться того, чтобы волны были четко видны при минимальной амплитуде.

5. Измерить по окуляр-микрометру расстояние  $l$  между гребнями волн, отстоящими друг от друга на  $n$  длин волн ( $n = 4 \div 5$ ), и определить длину волны по формуле  $\lambda = l/nk$ , где  $k$  — увеличение окуляр-микрометра (значение прилагается к работе).

6. Рассчитать по формуле (12) поверхностное натяжение исследуемой жидкости.

Л и т е р а т у р а: [13; 22, т. 1; 30, т. 1; 35].

# ЧАСТЬ III

## ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И МАГНЕТИЗМ

### ЭЛЕКТРОСТАТИКА

- |                                                                                                           |                                                                                                 |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 33. Измерение малых электрических зарядов методом Милликена<br>34. Моделирование электростатических полей | 35. Определение разности потенциалов абсолютным методом<br>36. Определение емкости конденсатора |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------|

## 33 ИЗМЕРЕНИЕ МАЛЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЗАРЯДОВ МЕТОДОМ МИЛЛИКЕНА

*Цель работы: знакомство с одним из методов измерения малых электрических зарядов — методом Милликена.*

Мельчайшие капли масла из пульверизатора 4 (рис. 87) при распылении заряжаются и попадают в электрическое поле плоского конденсатора 2, где на них действуют три силы: сила тяжести  $P$ , сила  $F_e$ , вызванная электрическим полем, и сила трения  $F_{тр}^*$ . Эти силы быстро уравниваются друг друга и движение капли становится равномерным:

$$P + F_e + F_{тр} = 0. \quad (1)$$

Силу тяжести можно выразить через плотность  $\rho$  и радиус капли масла  $R$ :

$$P = mg = 4/3\pi R^3 \rho g.$$

Силу кулоновского взаимодействия  $F_e$  можно выразить через заряд капли  $Q$  и напряженность поля конденсатора  $E$  или разность потенциалов пластин конденсатора  $U$  и расстояние между ними  $d$ :

$$F_e = QE = Q(U/d),$$

Сила сопротивления определяется формулой Стокса

$$F_{тр} = 6\pi\eta Rv,$$

где  $\eta$  — коэффициент вязкости воздуха,  $v = h/t$  — скорость падения капли, которая может быть определена по времени  $t$  прохождения каплей определенного расстояния  $h$ .

С учетом вышесказанного при движении капли вверх уравнение (1) принимает вид

$$Q(U/d) - \frac{4}{3}\pi R^3 \rho g - 6\pi\eta R(h/t_e) = 0,$$

где  $t_e$  — время подъема капли в электрическом поле.

---

\* Архимедовой силой, как ничтожно малой величиной, пренебрегаем.

В выражение (1) входят все величины, кроме заряда капли и ее радиуса, которые легко могут быть определены. Непосредственное измерение радиуса капли с помощью микроскопа связано с большими погрешностями, и его определяют кос-

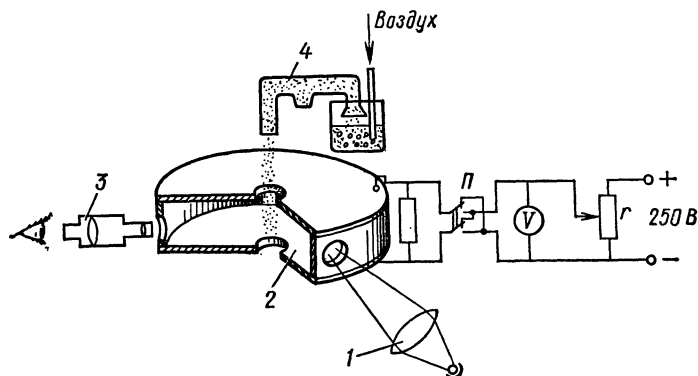


Рис. 87

венным методом по скорости падения капли в отсутствие электрического поля. В этом случае на каплю действуют только две силы — вес и сила трения:

$$\vec{P} + \vec{F}_{\text{тр}} = 0 \quad (2)$$

или

$$\frac{4}{3} \pi R^3 \rho g - 6 \pi \eta R (h/t_h) = 0.$$

Совместное решение уравнений (1) и (2) дает формулу для расчета заряда капли по времени  $t_h$  ее прохождения пути  $h$  в о т с у т с т в и е электрического поля и времени  $t_e$  подъема на величину  $h$  капли п р и н а л и ч и и электрического поля:

$$Q = 9 \pi d \sqrt{\frac{2 \eta^3 h^3}{\rho g}} \frac{1}{U V t_h} \left( \frac{1}{t_h} + \frac{1}{t_e} \right) = \frac{k}{U V t_h} \left( \frac{1}{t_h} + \frac{1}{t_e} \right). \quad (3)$$

Здесь  $k = 9 \pi d \sqrt{2 \eta^3 h^3 / \rho g}$  — постоянная данного прибора.

## ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

**ПРИБОРЫ и ПРИНАДЛЕЖНОСТИ:** прибор Милликена, источник постоянного тока напряжением 250 В, вольтметр 250 В, потенциометр, переключатель полярности, секундомер.

Установка (рис. 87) состоит из осветителя 1, плоского конденсатора 2, пульверизатора 4, коммутационного ключа П, вольтметра V и потенциометра r. Питание схемы осуществляется от источника постоянного тока. Движение капли наблюдается с помощью длиннофокусного микроскопа 3.

В данном приборе изменение заряда капли происходит за счет фотоэффекта и ионизации воздуха между пластинами конденсатора.

Величина  $k$  (см. формулу (3)) указана на приборе.

## Задание. Определение заряда масляных капель

1. Включить прибор, пульверизатором ввести масло в пространство между пластинами конденсатора, выбрать одну из капель и определить время ее падения  $t_h$ , которое должно быть не менее 10 с (если это время меньше 10 с, то надо выбрать более мелкую каплю).

2. Включить электрическое поле, подобрать полярность и напряжение таким образом, чтобы капля двигалась со скоростью, близкой к скорости падения, в сторону, противоположную падению. Определить  $t_e$ .

3. Выключить электрическое поле и вновь определить  $t_h$ . Включить электрическое поле и определить  $t_e$ . Определение  $t_h$  и  $t_e$  повторить не менее пяти раз. По среднему значению  $t_h$  и  $t_e$  определить заряд капли (см. формулу (3)).

4. При изменении заряда капли (изменение заряда капли обнаруживается по резкому изменению скорости движения капли в электрическом поле) вновь проделать п. 3.

5. Используя формулу (3), вычислить заряд капли. Определить количество элементарных зарядов, содержащихся в капле, и количество элементарных зарядов, на которое изменился ее заряд.

6. Прodelать аналогичные измерения для четырех других капель.

Л и т е р а т у р а: [11; 19; 22, т. 2].

## 34 МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ

**Ц е л ь р а б о т ы:** *изучение электростатического поля заряженных тел различной конфигурации.*

В основе данной лабораторной работы лежит возможность применения математического моделирования.

Как известно, в последнее время при исследовании сложных физических процессов нашли широкое применение модельные эксперименты. В ряде случаев модель и натура имеют одинаковую физическую природу, характер самого явления сохраняется, но геометрические размеры модели отличаются от природы. Это так называемое *физическое моделирование*. Примером такого моделирования может служить испытание модели летательного аппарата в аэродинамической трубе.

Однако возможно моделирование, когда закономерности различных по природе физических явлений описываются одинаковыми дифференциальными уравнениями и граничными условиями. Тожественность математического описания позволяет заменить сложное исследование одного явления более простым исследованием другого. В этом случае имеют дело с *математическим моделированием*.

Так, например, тот факт, что электрическое поле стационарного тока в слабопроводящей жидкости является потенциальным, позволяет использовать его для моделирования электростатического поля заряженных тел в вакууме.

Тожественность таких потенциальных полей математически можно обосновать следующим образом.

Для плотности тока  $\mathbf{j}$  в электролите справедливо условие  $\operatorname{div} \mathbf{j} = 0$ . С другой стороны,  $\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E}$ , где  $\sigma$  — удельная электрическая проводимость среды и  $\mathbf{E} =$



$= -\text{grad } \varphi$ . Учитывая, что во всем объеме проводящей среды  $\sigma$  постоянна, можно записать:

$$\mathbf{j} = -\sigma \text{grad } \varphi \text{ и } \text{div } \mathbf{j} = -\sigma \text{div grad } \varphi = -\sigma \Delta \varphi = 0.$$

Таким образом, имеются две потенциальные функции (одна — в вакууме, другая — в слабопроводящей среде), которые удовлетворяют условию  $\Delta \varphi = 0$  и на границах поля принимают одинаковые значения. Из теории потенциального поля следует, что эти функции должны быть тождественны во всех точках поля.

Поэтому для изучения поля электрических зарядов можно использовать поле тока в слабопроводящей среде (электропроводная бумага, раствор электролита). При его моделировании силовым линиям электростатического поля будут соответствовать линии тока, а поверхностям равного потенциала — поверхности равных напряжений. Напряжения различных точек модели могут быть измерены вольтметром, мостовым или компенсационным методом.

Для исследования распределения потенциала в стационарных электрических полях тока используются зонды, вводимые внутрь поля. Зондом является тонкий металлический стержень, хорошо изолированный по всей длине, кроме конца.

Эксперимент значительно упростится, если проводить исследование плоского стационарного поля тока. Потенциалы измеряются при помощи зонда на поверхности проводящей пластины, а в качестве слабопроводящей среды для плоских моделей может служить электропроводная бумага. Обычно бумага в сухом виде является диэлектриком. Если при изготовлении бумаги ввести в целлюлозу электропроводные частицы сажи или графита, то бумага станет электропроводной и механизм ее проводимости будет электронным. Удельная электропроводность бумаги зависит от ее плотности и количества проводящих примесей.

Методика исследования распределения потенциала на моделях стационарного электрического поля следующая. Модели из электропроводной бумаги включаются в электрическую цепь с помощью металлических шин, роль которых выполняет тонкая медная проволока. Конфигурация шин изменяется в зависимости от модели исследуемого электростатического поля. Электропроводная бумага совместно с шинами закрепляется в специальном планшете, который затем устанавливается в экспериментальной установке.

Стационарное электрическое поле связано с наличием электрического тока, и это упрощает измерения разности потенциалов между любыми двумя точками поля — для этого достаточно прикоснуться к этим точкам щупами, которые подключены к гальванометру. Показание гальванометра будет пропорционально искомой разности потенциалов.

Таким образом, на электропроводной бумаге могут быть получены линии равного потенциала. Линии тока на модели соответствуют силовым линиям моделируемого электростатического поля. Их можно построить как ортогональные кривые к экспериментально полученным линиям разного потенциала.

В случае обратной задачи для сопряженного поля силовые линии прямой задачи соответствуют линиям равного потенциала обратной. Для построения силовых линий производится замена изучаемой прямой модели другой, называемой «обращенной моделью»: изменив граничные условия и геометрию электродов, получают модель, у которой линии равного потенциала будут соответствовать силовым линиям тока прямой модели.

## ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

**ПРИБОРЫ и ПРИНАДЛЕЖНОСТИ:** специальная установка, набор планшетов, гальванометр, зонды.

Внешний вид установки представлен на рис. 88. В правой части стола на лицевой панели смонтирован блок питания. Он позволяет получать постоянное напряжение от 2 до 12 В. Напряжение меняется ступенями при помощи переключателя 9. Рядом с переключателем находятся выключатель 11 и индикаторная лампочка 10. На боковой стороне стола смонтированы ручка рео-

хорда 8 и штепсель 7 для подключения осветителя гальванометра. На верхней поверхности стола расположены клеммы 2, 3 и 6 и шкала реохорда 5, которая разбита на 1000 делений. Положительное напряжение питания подается на клемму 2 и начало реохорда, а отрицательное — на клемму 6 и конец реохорда. Движок реохорда

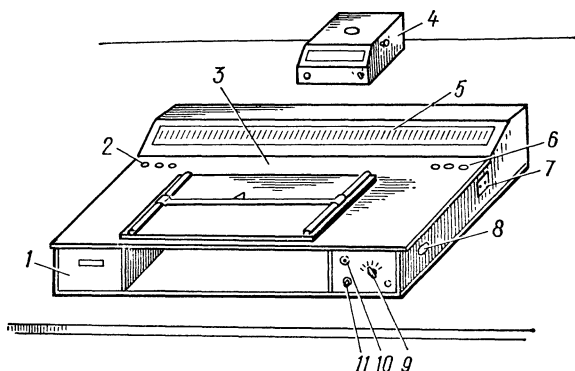


Рис. 88

хорда выведен на клемму 3. На поверхности стола установлен планшет с электропроводной бумагой. Планшет снабжен приспособлением для масштабного переноса найденных точек на лист миллиметровой бумаги. К установке подсоединяется гальванометр 4. Ящик 1 предназначен для хранения зондов.

Для построения изопотенциальных линий на исследуемых моделях в работе используется мостовая схема рис. 89.

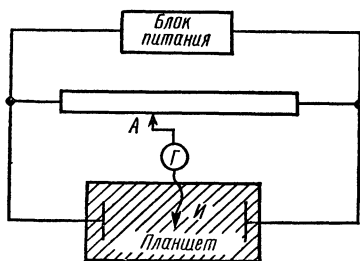


Рис. 89

с моделью подключается к реохорду, на котором за счет блока питания поддерживается постоянное напряжение. Одна из клемм гальванометра соединяется с движком А потенциометра, скользящим вдоль реохорда, другая — с измерительным зондом И. В блоке питания предусмотрено устройство для регулирования напряжения на реохорде. Если коснуться зондом поверхности электропроводной бумаги модели,

то образуется проводящий мостик и при наличии разности потенциалов между точками А и И через гальванометр пойдет ток. Перемещая движок А реохорда, можно добиться отсутствия тока в гальванометре. Это означает равенство потенциалов точек А и И. Потенциалы можно выражать в делениях шкалы реохорда N. Абсолютные значения потенциалов точек определяются по формуле

$$\varphi = (U/1000) N,$$

где  $\varphi$  — искомый потенциал,  $U$  — напряжение блока питания,  $N$  — число делений шкалы реохорда.

Построение линий равного потенциала (изопотенциальных кривых) производится следующим образом. Устанавливают движок реохорда на соответствующее заданному потенциалу деление и, перемещая зонд по электропроводной бумаге модели, добиваются отсутствия тока в гальванометре. Геометрическое место найденных таким образом точек на модели соответствует изопотенциальной линии исследуемого поля. Заменяя в установке прямую модель обращенной, таким же методом строят силовые линии поля, ортогональные изопотенциальным.

Используя пантограф, можно нанести полученные кривые на лист миллиметровой бумаги.

Так как в работе исследуется симметричное поле, планшеты с изучаемыми моделями воспроизводят только  $1/4$  поля.

### **Задание 1. Построение поля, образованного бесконечно длинным заряженным цилиндром**

1. Собрать схему, представленную на рис. 89 (в качестве планшета использовать планшет, изображенный на рис. 90, б).

2. Включить питание.

3. Установить реохорд на деление «100».

4. Щупом найти точки, для которых ток через гальванометр равен нулю. Эти точки обвести плавной кривой.

5. Установить реохорд на деление «200» и повторить п. 4.

6. Для построения линий равных напряжений включить в цепь планшет, изображенный на рис. 90, в, и повторить п. 3, 4 и 5 настоящего задания.

7. Построить силовые и изопотенциальные линии в области, указанной на рис. 90, а.

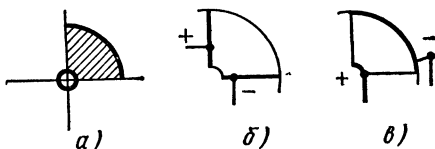


Рис. 90

### **Задание 2. Построение поля, образованного двумя бесконечно длинными заряженными цилиндрами**

Повторить все пункты задания 1, используя в п. 1 планшет рис. 91, б, в п. 6 — планшет рис. 91, в, а в п. 7 — планшет рис. 91, а.

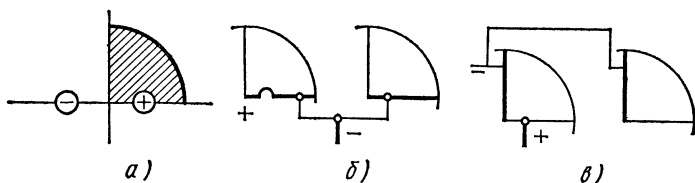


Рис. 91

### Задание 3. Построение поля в диэлектрике с неоднородной диэлектрической проницаемостью

Повторить все пункты задания 1, используя в п. 1 планшет рис. 92, б, в п. 6 — планшет рис. 92, в, а в п. 7 — планшет рис. 92, а.

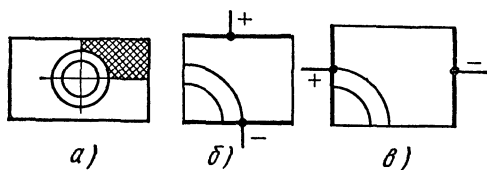


Рис. 92

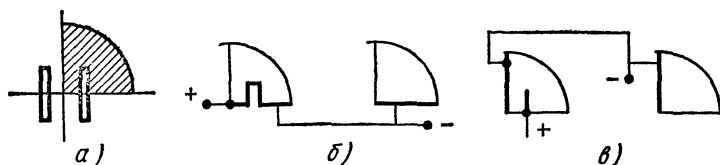


Рис. 93

### Задание 4. Построение поля конденсатора, образованного бесконечно длинными параллельными пластинами

Повторить все пункты задания 1, используя в п. 1 планшет рис. 93, б, в п. 6 — планшет рис. 93, в, а в п. 7 — планшет рис. 93, а.

Л и т е р а т у р а: [20; 21].

## 35 ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАЗНОСТИ ПОТЕНЦИАЛОВ АБСОЛЮТНЫМ МЕТОДОМ

*Цель работы: знакомство с методом абсолютных измерений разности потенциалов и определение диэлектрической проницаемости среды.*

Абсолютными методами измерения называют такие, в которых определяемая величина сравнивается непосредственно с основными единицами абсолютной электростатической системы.

В абсолютной электростатической системе единиц (СГСЕ) за основные единицы приняты грамм, сантиметр, секунда.

Для того чтобы измерить разность потенциалов абсолютным методом, необходимо установить связь между разностью потенциалов, приложенной к системе двух тел, их размерами и массой.

В качестве системы двух тел используем плоский конденсатор, пластины которого выполнены в виде дисков площадью  $S$ . Сила притяжения пластин  $F$

определяется следующими соотношениями:

$$F = \frac{\varepsilon}{8\pi} \frac{U^2 S}{d^2} \text{ (СГСЕ)}, \quad (1)$$

$$F = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon}{2} \frac{U^2 S}{d^2} \text{ (СИ)},$$

где  $d$  — расстояние между пластинами конденсатора,  $U$  — разность потенциалов,  $\varepsilon_0$  — диэлектрическая постоянная, равная единице в СГСЕ и  $8,85 \cdot 10^{-12}$  Ф/м в СИ,  $\varepsilon$  — относительная диэлектрическая проницаемость.

Выражая площадь пластин через радиус  $R$  и преобразуя выражение (1) для определения величины  $U$  и  $\varepsilon$ , будем иметь в СГСЕ:

$$U = \frac{2d}{R} \sqrt{\frac{2F}{\varepsilon}} = k \sqrt{\frac{2F}{\varepsilon}} = k \sqrt{\frac{2mg}{\varepsilon}}, \quad (2)$$

$$\varepsilon = \frac{8d^2 F}{U^2 R^2} = k^2 \frac{2F}{U^2} = k^2 \frac{2mg}{U^2}, \quad (3)$$

где  $k = 2d/R$  — постоянная для данного прибора,  $m$  — масса гири.

## ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

**ПРИБОРЫ и ПРИНАДЛЕЖНОСТИ:** абсолютный электрометр, источник постоянного тока на 300 В, вольтметр на 300 В, потенциометр, ключ, набор пластин из диэлектрика и ограничительная пластина.

Сила взаимодействия пластин конденсатора определяется на абсолютном электрометре (рис. 94), главной частью которого является плоский конденсатор, состоящий из пластин 4 и 3. На пластины конденсатора от источника постоянного тока подается напряжение, величина которого устанавливается потенциометром  $r_1$  и контролируется вольтметром. Пластина 4 подвешена горизонтально к коромыслу аналитических весов 2 и уравновешена грузом 1. Пластины из диэлектрика или ограничительная пластина 5 помещаются в пространство между пластинами 4 и 3. Небольшой промежуток воздуха между пластинами 4—5 и пластинами 3—5 не оказывает существенного влияния на точность показания прибора, так как он на несколько порядков меньше толщины пластины.

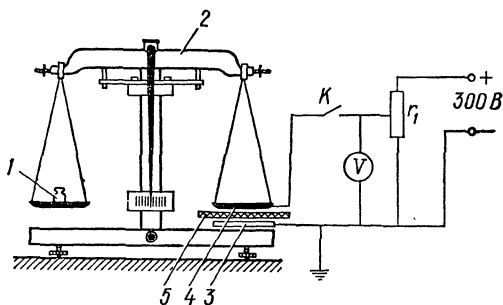


Рис. 94

**Задание 1. Определение потенциала, при котором происходит отрыв пластин абсолютного электрометра, и установление соотношения между единицей потенциала в системе СГСЕ и 1 В**

1. Уравновесить чашки весов.
2. Установить ограничительную пластину 5.
3. Подать на пластины напряжение 300 В.
4. Установить перегрузок в несколько десятков миллиграммов.
5. Медленно изменяя напряжение, определить значение, при котором наступает отрыв пластины конденсатора от ограничительной пластины. Если отрыв наступает при напряжении, меньшем 120—150 В, необходимо увеличить величину перегрузка.

6. Повторить измерения не менее пяти раз и средние значения напряжения, измеренные вольтметром, сравнить с величиной разности потенциалов, получаемой расчетным путем, по формуле (2) (для воздуха  $\epsilon = 1$ ).

Вольтметр проградуирован в вольтах, а разность потенциалов, вычисляемая по формуле (2), — в единицах СГСЕ. Сравнив показания прибора с величиной, получаемой экспериментально, найти нужное соотношение.

**Задание 2. Определение значения диэлектрической проницаемости пластин**

1. Установить пластину из диэлектрика 5.
  2. Выключить напряжение.
  3. Повторить п. 3, 4, 5 предыдущего задания.
  4. По среднему значению напряжения и величины перегрузка рассчитать относительную диэлектрическую проницаемость пластины по формуле (3).
  5. Измерить относительную диэлектрическую проницаемость других пластин аналогичным образом.
  6. Оценить погрешности измерений.
- Л и т е р а т у р а:** [11; 19; 22, т. 2].

## **36 ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЕМКОСТИ КОНДЕНСАТОРА**

*Ц е л ь р а б о т ы:* ознакомление с методами измерения емкости конденсатора, а также исследование влияния среды на величину емкости.

Емкость конденсатора в данной работе определяется тремя методами:

- (1) методом электростатического вольтметра,
- (2) методом моста переменного тока,
- (3) методом баллистического гальванометра.

Между зарядом проводника  $Q$  и потенциалом  $\varphi$  существует однозначная связь

$$Q = C\varphi, \quad (1)$$

где  $C$  — емкость проводника.

Емкость проводника зависит от среды, в которой он находится, и от наличия вблизи него других проводников. Устройства, обладающие определенной емкостью и предназначенные для накопления зарядов, называются *конденсаторами*.

При последовательном соединении конденсаторов с емкостями  $C_1, C_2, C_3, \dots$  величина общей емкости

$$C = \frac{1}{\sum_{i=1}^n (1/C_i)} \quad (2)$$

при параллельном соединении

$$C = \sum_{i=1}^n C_i. \quad (3)$$

### (1) Определение емкости конденсаторов методом электростатического вольтметра

#### ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

**ПРИБОРЫ и ПРИНАДЛЕЖНОСТИ:** электростатический вольтметр на 300 В, источник постоянного тока, ключ, магазин конденсаторов, неизвестные емкости.

*Электростатический вольтметр* — это прибор, принцип действия которого основан на взаимодействии двух или нескольких заряженных проводников (рис. 95). Под действием сил электрического поля подвижный проводник 4 перемещается относительно проводника 2. Пружина 1 препятствует этому перемеще-

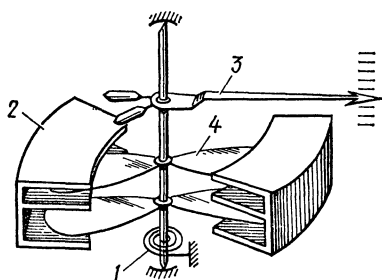


Рис. 95

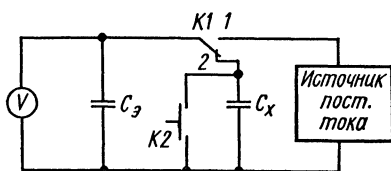


Рис. 96

нию. Величина перемещения определяется с помощью указателя 3 (обычно в качестве указателя используется световой зайчик).

Для схемы, изображенной на рис. 96, величина заряда, находящегося на обкладках конденсатора при условии, что емкость соединительных проводов и вольтметра пренебрежимо мала по сравнению с емкостью конденсатора  $C_3$ , будет

$$Q = C_3 U_1,$$

где  $U_1$  — разность потенциалов на обкладках конденсатора.

При перемещении переключателя  $KI$  из положения 1 в положение 2 разность потенциалов на обкладках конденсатора  $C_x$  изменится за счет изменения емкости цепи при неизменном заряде:

$$U_2 = Q / (C_3 + C_x).$$

Величина емкости  $C_x$  может быть рассчитана из соотношения

$$C_x = C_3 \left( \frac{U_1}{U_2} - 1 \right). \quad (4)$$

**Задание.** Определение емкости двух конденсаторов и величины их общей емкости при последовательном и параллельном соединении методом электростатического вольтметра

1. Собрать схему согласно рис. 96.
2. Включить прибор, установить произвольное значение  $C_3$ , измерить величину напряжения  $U_1$  (переключатель  $KI$  в положении 1).
3. Поставить ключ в положение 2, измерить значение потенциала  $U_2$ . Величина  $U_2$  должна лежать в пределах 80—160 В. При меньшем значении потенциала необходимо уменьшить, при большем — увеличить  $C_3$ .
4. Рассчитать емкость  $C_x$  по формуле (4).
5. Повторить измерения емкости  $C_x$  не менее пяти раз.
6. Измерить значение второй емкости.
7. Измерить емкости при последовательном и параллельном соединениях конденсаторов и проверить эти значения согласно (2) и (3).
8. Оценить погрешности измерений.

(2) *Определение емкости конденсатора  
методом моста переменного тока*

## ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

ПРИБОРЫ и ПРИНАДЛЕЖНОСТИ: универсальный мост, разборный цилиндрический конденсатор, стаканы с жидкостями различной диэлектрической проницаемости.

При включении емкости в электрическую схему конденсатор заряжается при увеличении напряжения в цепи или разряжается при ее уменьшении. Следовательно, в тех случаях, когда изменяется напряжение в цепи, в проводах, включающих конденсатор в цепь, течет ток. Для синусоидального напряжения  $U$  и тока  $i$  частоты  $\omega$  связь между током и напряжением выражается зависимостью

$$U = i r_C, \quad (5)$$

где  $r_C = 1/\omega C$  — реактивное сопротивление (выражается в омах в СИ).



Таким образом, по величине сопротивления в цепи переменного тока мы можем судить о величине емкости. На этом принципе основано измерение емкостей на универсальных мостах переменного тока. Описание мостовых методов измерения дано в приложении.

В данной работе конденсатор представляет собой два коаксиальных цилиндра. На внутреннем цилиндре находятся специальные изоляционные прокладки, обеспечивающие их соосность. Между цилиндрами помещается жидкий или твердый диэлектрик с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$ . Емкость конденсатора определяется выражением

$$C = \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon h}{\ln(R_2/R_1)}, \quad (6)$$

где  $R_1$  и  $R_2$  — радиусы цилиндров,  $h$  — высота.

### **Задание. Определение емкости конденсатора и диэлектрической проницаемости жидких диэлектриков**

1. Ознакомиться с инструкцией по пользованию универсальным мостом, которая прилагается к работе.

2. Включить мост и дать ему прогреться (2—5 мин).

3. Измерить не менее пяти раз емкость конденсатора и рассчитать значение диэлектрической проницаемости воздуха по формуле (6).

4. Полученное отклонение проницаемости воздуха от табличного объяснить.

5. Опустить конденсатор в одну из представленных жидкостей.

6. Измерить его емкость и рассчитать значение диэлектрической проницаемости жидкости.

7. Вынуть конденсатор, разобрать и протереть его пластины насухо.

8. Повторить п. 5, 6, 7 для других жидкостей.

9. Оценить погрешности измерений.

### *(3) Определение емкости конденсатора методом баллистического гальванометра*

#### **ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ**

**ПРИБОРЫ и ПРИНАДЛЕЖНОСТИ:** баллистический гальванометр, потенциометр, вольтметр, ключ, магазин емкостей, неизвестные емкости.

Величину емкости при определении ее с помощью баллистического гальванометра можно рассчитать по формуле (1). Значение разности потенциалов на обкладках конденсатора определяется вольтметром (рис. 97).

Баллистический гальванометр отличается от обычных гальванометров повышенным моментом инерции  $J$  рамки. В тех случаях, когда время разряда тока через прибор намного меньше периода

собственных колебаний, баллистическим гальванометром можно измерить количество электричества  $Q$ .

Благодаря большому моменту инерции рамка за время разряда конденсатора  $t$  практически не успевает выйти из положения равновесия. Поэтому из уравнения движения рамки получаем

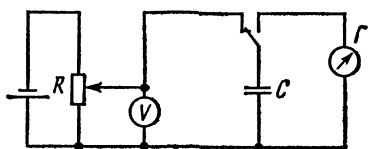


Рис. 97

$$J \frac{d\alpha}{dt} = kIt = kQ, \quad (7)$$

где  $d\alpha/dt$  — угловая скорость,  $\alpha$  — угол поворота рамки;  $k$  — коэффициент, зависящий от кон-

структивных особенностей прибора;  $I$  — сила тока;  $Q$  — заряд, прошедший через рамку.

Приобретенная рамкой в момент прохождения тока кинетическая энергия  $\frac{1}{2} J \left( \frac{d\alpha}{dt} \right)^2$  расходуется на работу упругих сил

$$\frac{1}{2} b \alpha_{\text{макс}}^2:$$

$$\frac{1}{2} J \left( \frac{d\alpha}{dt} \right)^2 = \frac{1}{2} b \alpha_{\text{макс}}^2, \quad (8)$$

где  $b$  — постоянная прибора,  $\alpha_{\text{макс}}$  — предельный угол отклонения стрелки гальванометра.

Решая совместно уравнения (7) и (8), получим

$$Q = B \alpha_{\text{макс}}, \quad (9)$$

где  $B = \sqrt{bJ}/k$  — коэффициент пропорциональности — *баллистическая постоянная гальванометра*.

### **Задание. Определение баллистической постоянной гальванометра и величины неизвестных емкостей**

1. Собрать схему, представленную на рис. 97. В качестве емкости использовать магазин емкостей.

2. Произвольно изменяя значения  $U$  (с помощью потенциометра  $R$ ) и  $C$ , определить величины отклонений зайчика гальванометра (общее число измерений должно быть не менее 15).

3. Построить график зависимости отклонения зайчика гальванометра  $\alpha$  от величины заряда  $Q$  и по нему, воспользовавшись формулой (9), определить значение баллистической постоянной.

4. Включить вместо магазина емкостей неизвестную емкость и определить ее значение.

5. Определить значение всех остальных емкостей.

6. Оценить погрешности измерений.

**Л и т е р а т у р а:** [11, 22, т. 2].

# ЯВЛЕНИЯ, ВОЗНИКАЮЩИЕ ПРИ ПРОХОЖДЕНИИ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ТОКА В РАЗЛИЧНЫХ СРЕДАХ

- |                                                                    |                                                                   |
|--------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------|
| 37. Экспериментальная проверка закона Ома                          | 40. Изучение работы газонаполненной лампы                         |
| 38. Изучение зависимости сопротивления металлов от температуры     | 41. Изучение явления Пельтье                                      |
| 39. Изучение зависимости сопротивления электролитов от температуры | 42. Определение электродвижущей силы элемента методом компенсации |

## 37 ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ПРОВЕРКА ЗАКОНА ОМА

*Цель работы: ознакомление с работой моста Уитстона и экспериментальная проверка с его помощью справедливости закона Ома.*

Математически закон Ома для проводников имеет вид

$$I = U/r,$$

где  $I$  — сила тока,  $U$  — напряжение,  $r$  — сопротивление.

В дифференциальной форме этот закон можно записать так:

$$j = \sigma E,$$

где  $j$  — плотность тока,  $E$  — напряженность электрического поля,  $\sigma$  — коэффициент электропроводности проводника (величина, обратная удельному сопротивлению  $\rho$ ).

Из закона Ома следует, что удельное сопротивление — величина постоянная, не зависящая ни от величины тока, ни от напряжения. В противном случае закон Ома не выполняется, т. е. функция  $I = f(U)$  носит нелинейный характер.

Закон Ома выполняется для таких веществ, как металлы, электролиты, и нарушается при прохождении тока через контакт двух твердых тел с носителями зарядов разного знака (*запирающий слой*), а также для газов в широком диапазоне напряжений.

Справедливость закона Ома должна быть проверена опытным путем.

Предположим, что закон Ома не выполняется, т. е. сопротивление данного проводника является функцией величины тока.

Как известно, любую функцию можно представить в виде разложения в ряд по степеням аргумента. Для удельного сопротивления

$$\rho = \rho_0 (1 + \alpha j + \beta j^2 + \dots), \quad (1)$$

где  $\alpha$ ,  $\beta$  — коэффициенты, которые должны быть равны нулю, если сопротивление не зависит от тока.

Рассмотрим два проводника, через которые протекает одинаковый ток (последовательное включение). Их сопротивления таковы:

$$r_1 = \rho_{01} \frac{l_1}{S_1} \left( 1 + \alpha \frac{I}{S_1} + \beta \frac{I^2}{S_1^2} + \dots \right), \quad r_2 = \rho_{02} \frac{l_2}{S_2} \left( 1 + \alpha \frac{I}{S_2} + \beta \frac{I^2}{S_2^2} + \dots \right),$$

где  $l_1$ ,  $l_2$  — длины,  $S_1$ ,  $S_2$  — площади сечения проводников.

Слабое нарушение закона Ома проявилось бы в малом отклонении от линейной зависимости (в противном случае не было бы проблемы проверки закона), поэтому в разложении (1) можно ограничиться одним членом — линейным для асимметричного к направлению тока проводника и квадратичным в случае симметрии. Члены разложения (1) более высоких порядков можно не учитывать, потому что коэффициенты ряда (1) убывают тем быстрее, чем более гладкой является раскладываемая в ряд функция, разрывные же функции являются исключением, а не пра-

вилом в рассматриваемом круге явлений. В любом случае отношение сопротивлений  $r_1$  и  $r_2$  зависит от величины тока, если коэффициенты  $\alpha$  и  $\beta$  отличны от нуля:

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{\rho_{01} l_1 S_2}{\rho_{02} l_2 S_1} \left\{ 1 + \alpha I \left( \frac{1}{S_1} - \frac{1}{S_2} \right) + \dots \right\} = f(I), \quad (2)$$

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{\rho_{01} l_1 S_2}{\rho_{02} l_2 S_1} \left\{ 1 + \beta I^2 \left( \frac{1}{S_1^2} - \frac{1}{S_2^2} \right) + \dots \right\} = \varphi(I). \quad (3)$$

Из (2) и (3) видно, что отношение сопротивлений зависит от величины тока, если сопротивление является функцией тока. Отношение сопротивлений можно измерить с несравненно более высокой степенью точности, чем сами сопротивления. Это

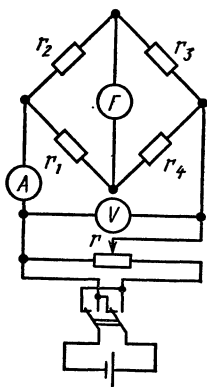


Рис. 98

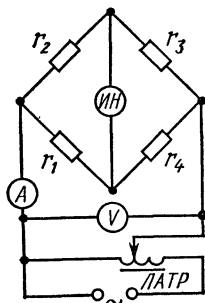


Рис. 99

измерение производится с помощью мостовой схемы (моста Уитстона), представленной на рис. 98 и используемой обычно для определения неизвестного сопротивления  $r_2$  по известному эталонному  $r_3$  в условиях равновесия моста. Если измерения покажут, что отношение  $\frac{r_1}{r_2}$  не зависит от тока, значит закон Ома выполняется.

## ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

**ПРИБОРЫ и ПРИНАДЛЕЖНОСТИ:** индикаторы нуля, магазины сопротивлений, вольтметры, амперметры, реостат-потенциометр, источник постоянного питания, ЛАТР, коммутатор.

Схемы установок представлены на рис. 98 и 99. Это обычные мостовые схемы с переменными сопротивлениями в трех плечах, а в одно плечо включается исследуемое сопротивление (работу моста см. в приложении в конце книги). Одним исследуемым сопротивлением является катушка из металлической проволоки, другим — электролит в колбе с двумя электродами. При проверке справедливости закона Ома для металлического провода используется мост постоянного тока, а для электролита (во избежание поляризации электродов) — мост переменного тока промышленной частоты. В качестве индикатора нуля в мосте постоянного тока используется гальванометр, а для переменного тока — прибор типа «нуль-индикатор».

### **Задание 1. Проверка закона Ома для металлических проводников**

1. Собрать мост Уитстона согласно рис. 98.
2. Вместо сопротивления  $r_2$  включить исследуемую катушку с металлическим проводником.
3. Подать на мост наибольшее питающее напряжение при помощи реостата  $r$  (по указанию преподавателя) и сбалансировать мост подбором сопротивлений  $r_1, r_3, r_4$ , т. е. добиться отсутствия тока в гальванометре  $G$ .
4. Медленно понижая при помощи реостата напряжение питания, убедиться в сохранении равновесия моста (отсутствии тока в гальванометре).
5. Повторить п. 3 и 4 при других значениях  $r_1, r_3, r_4$ .
6. Убедиться в сохранении равновесия моста при изменении направления тока.

### **Задание 2. Проверка закона Ома для электролитов**

1. Собрать мост переменного тока согласно рис. 99.
2. Вместо сопротивления  $r_2$  включить колбу с электролитом.
3. Повторить п. 3—5 задания 1, изменяя питающее напряжение при помощи автотрансформатора ЛАТР.

### **Задание 3. Анализ работы мостовой схемы**

1. Используя правило Кирхгофа, вывести из условия равновесия моста формулу связи между элементами, включенными в плечи моста:  $r_1/r_2 = r_4/r_3$ .
2. Проанализировать возможные источники погрешностей при измерении неизвестного сопротивления с использованием моста и показать, что при прочих равных условиях погрешность минимальна, когда сопротивления соседних плеч равны:  $r_1 = r_2$ .
3. Сделать вывод по заданиям 1, 2 о выполнимости закона Ома.

**Примечание.** Если по описанной методике в схему рис. 99 вместо  $r_2$  включить нелинейное сопротивление (например, полупроводниковый или ламповый диод), можно показать, что  $r_1/r_2 = f(I)$ , т. е. закон Ома не выполняется.

**Литература:** [11; 22, т. 2; 30, т. 2].

## **38 ИЗУЧЕНИЕ ЗАВИСИМОСТИ СОПРОТИВЛЕНИЯ МЕТАЛЛОВ ОТ ТЕМПЕРАТУРЫ**

**Цель работы:** изучение температурной зависимости сопротивления проводников первого рода — металлов и их сплавов — и определение их температурного коэффициента сопротивления.

Электрическое сопротивление металлов и сплавов зависит от температуры. Эта зависимость в широких пределах изменения температуры является линейной:

$$r_t = r_0(1 + \alpha t), \quad (1)$$

где  $r_t$  и  $r_0$  — сопротивления при температурах  $t$  и  $0^\circ\text{C}$ .

Величина  $\alpha$  является характерной для данного металла (сплава) константой и носит название *температурного коэффициента сопротивления*. Согласно выражению (1), температурный коэффициент сопротивления равен относительному изменению сопротивления металла при увеличении его температуры на 1 °C:

$$\alpha = \frac{r_t - r_0}{tr_0} \cdot \quad (2)$$

## ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

**ПРИБОРЫ и ПРИНАДЛЕЖНОСТИ:** термостат, мост сопротивлений и описание к нему, источник питания, гальванометр с шунтом, исследуемые образцы проводников.

Сопротивление проводников определяется при помощи моста постоянного тока.

Исследуемый образец проводника 5 (рис. 100) представляет собой проволоку, намотанную на катушку, которая помещена в наполненный техническим маслом баллон 6. Это предохраняет образец от коррозии и механических повреждений, одновременно обеспечивая эффективный теплообмен.

Баллон с исследуемым образцом помещается в термостат 1, температура в котором изменяется с помощью нагревателя 7. Чтобы обеспечить равномерный нагрев воды в объеме термостата, используется мешалка 2, приводимая в движение электродвигателем 3. Измерение температуры осуществляется тер-

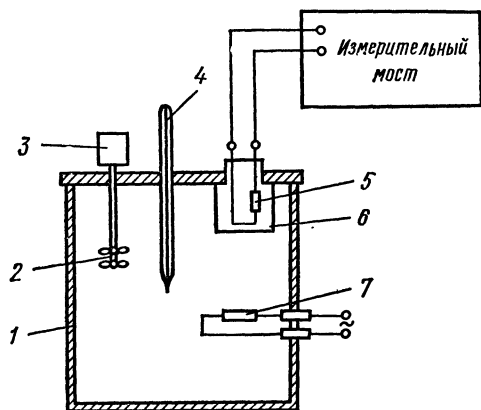


Рис. 100

мометром 4. Необходимо учитывать, что ввиду конечной скорости теплообмена исследуемый образец проводника принимает температуру окружающей среды не мгновенно, а с некоторым запаздыванием. С целью уменьшения погрешностей измерений нагрев производится достаточно медленно.

### **Задание. Определение сопротивления проводников при 0°C и расчет температурных коэффициентов сопротивления**

1. Используя термостат и измерительный мост, провести измерение сопротивления образца исследуемого металлического проводника через каждые 5 °C, начиная от комнатной температуры вплоть до 80—90 °C. Результаты измерений записать в виде таблицы.

2. Прodelать такие же измерения для других образцов, указанных преподавателем.

3. По полученным данным построить графики зависимости  $r$  от  $t$ .

4. Из графика найти значения  $r_0$  и определить температурный коэффициент сопротивления исследованных металлических проводников.

5. Найти основные источники погрешности при определении  $\alpha$  и оценить точность, с которой получена его величина.

Л и т е р а т у р а: [11; 22, т. 2; 29].

## 39 ИЗУЧЕНИЕ ЗАВИСИМОСТИ СОПРОТИВЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОЛИТОВ ОТ ТЕМПЕРАТУРЫ

*Ц е л ь р а б о т ы: изучение температурной зависимости сопротивления электролитов и определение температурного коэффициента сопротивления.*

Сопротивление электролитов уменьшается с увеличением температуры. Это объясняется тем, что электропроводность электролитов обусловлена наличием в растворе ионов и их подвижностью. С увеличением температуры увеличивается количество ионов (степень диссоциации) и снижается вязкость раствора, за счет чего уменьшается сопротивление движению ионов (увеличивается подвижность).

Зависимость сопротивления электролитов от температуры нелинейная, однако в небольших интервалах температур ее можно с некоторым приближением считать линейной:

$$r_t = r_0(1 - \alpha t), \quad (1)$$

где  $r_t$  и  $r_0$  — сопротивления при температурах  $t$  и  $0^\circ\text{C}$ ;  $\alpha$  — характерная для данного электролита константа: *температурный коэффициент сопротивления*.

Согласно выражению (1), температурный коэффициент сопротивления равен отношению изменению сопротивления электролита при увеличении его температуры на  $1^\circ\text{C}$ :

$$\alpha = \frac{r_0 - r_t}{r_0 t}. \quad (2)$$

При измерении сопротивления электролитов необходимо применение переменного тока, так как под действием постоянного тока происходит поляризация электродов продуктами электролиза и измеренное сопротивление не соответствует истинному значению сопротивления объемного слоя электролита.

### ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

**ПРИБОРЫ и ПРИНАДЛЕЖНОСТИ:** термостат, мост переменного тока и его описание, сосуд для-исследуемой жидкости.

Электролитическая ячейка представляет собой сосуд с раствором—электролитом, в который впаяны электроды. Расстояние между ними жестко фиксировано и не изменяется во время эксплуатации. Электроды 1 соединены с выводами внешней цепи серебряными

проводами 2 (рис. 101). Для предотвращения насыщения исследуемого раствора углекислотой воздуха сосуд снабжен притертой пробкой. Исследуемый электролит помещается в термостат с водой (устройство и принцип действия термостата описаны в лабораторной работе 38). Сопротивление электролита определяется при помощи моста переменного тока.

**Задание. Снятие зависимости сопротивления электролита от температуры и определение температурного коэффициента сопротивления**

1. Используя термостат и измерительный мост, провести измерение сопротивления электролита через 2—3 °С, начиная от комнатной температуры вплоть до 40—50 °С. Результаты измерений записать в виде таблицы.

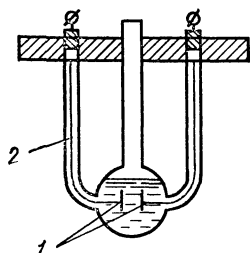


Рис. 101

2. Прodelать такие же измерения для других электролитов, указанных преподавателем.

3. По полученным данным построить графики зависимости  $r$  от  $t$ .

4. Пользуясь полученными графиками и формулой (2), определить температурные коэффициенты сопротивления электролитов.

5. Найти основные источники погрешности при определении  $\alpha$  и оценить точность, с которой получена его величина.

Л и т е р а т у р а : [11; 22, т. 2; 29].

## 40 ИЗУЧЕНИЕ РАБОТЫ ГАЗОНАПОЛНЕННОЙ ЛАМПЫ

**Цель работы:** снятие характеристик тиратрона и знакомство с работой тиратрона в генераторе пилообразных колебаний.

Работа газоразрядных (ионных) ламп основана на явлении электрического разряда в газах. Конструктивно ионные лампы представляют собой систему из двух электродов или более, размещенных в герметизированном баллоне. Баллон заполняется каким-либо инертным газом (неон, аргон и др.), водородом или парами ртути. Носителями зарядов в ионных приборах являются электроны и ионы газа.

В зависимости от вида разряда ионные лампы подразделяются на лампы с самостоятельным и несамостоятельным разрядом.

Лампа с самостоятельным разрядом имеет холодный катод. При подаче напряжения происходит холодная эмиссия электронов из катода. При неупругом столкновении электронов с молекулами происходит ионизация газа (образуются положительные и отрицательные ионы), а также рекомбинация возникших ионов. Процесс рекомбинации сопровождается характерным свечением. Положительные ионы при движении к катоду могут приобрести значительную энергию. Поэтому под действием интенсивной бомбардировки этими ионами (а также вследствие фотоэффекта, вызванного свечением газоразрядной плазмы) с катода вылетают новые порции электронов. Процесс постепенно нарастает до определенного значения. В баллоне лампы образуется газоразрядная плазма с большой концентрацией ионов и электронов.



Минимальное значение напряжения между катодом и анодом, при котором происходит образование в лампе газоразрядной плазмы, носит название *потенциала зажигания*  $U_3$ . Прекращение горения происходит при более низком напряжении, которое называется *потенциалом гашения*  $U_T$ .

В лампах с несамостоятельным разрядом катод накален. Выход электронов из катода осуществляется за счет явления термоэлектронной эмиссии. Под действием электрического поля эмиттированные электроны также разгоняются до потенциала ионизации. Газоразрядная плазма образуется в этих лампах при более низких напряжениях.

Для управления потенциалом зажигания лампы или моментом ее зажигания вводятся дополнительные электроды, называемые *сетками* (по аналогии с электронной лампой).

В газонаполненной лампе (тиратроне ТГ1-0,1/0,3), используемой в работе, имеется подогреваемый катод, анод и одна сетка. Сетка экранирует летящие с катода электроны, поэтому на нее подается отрицательный потенциал  $U_c$ . Чтобы

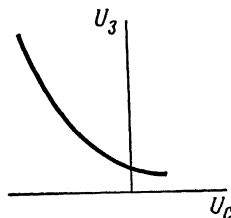


Рис. 102

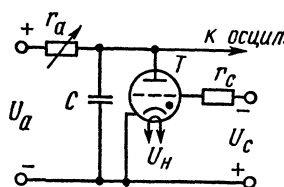


Рис. 103

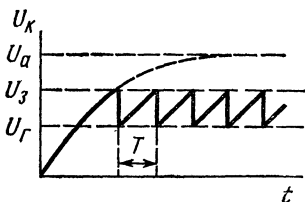


Рис. 104

электроны могли вырваться за пределы сетки и получить энергию, достаточную для ионизации газа, на анод подается анодное напряжение  $U_a$ . Изменяя потенциал сетки  $U_c$ , можно в широких пределах регулировать потенциал зажигания  $U_3$ . Зависимость потенциала зажигания  $U_3$  от потенциала сетки  $U_c$  называется *статической пусковой характеристикой* тиратрона. Типичная пусковая характеристика представлена на рис. 102.

После зажигания тиратрона сетка уже не оказывает заметного влияния на работу прибора. Положительные ионы образуют вокруг сетки ионную оболочку, которая полностью нейтрализует влияние сетки на электрическое поле внутри тиратрона.

Тиратрон может работать как генератор пилообразных колебаний. Принципиальная схема генератора пилообразных колебаний приведена на рис. 103. При включении в схему постоянного анодного напряжения  $U_a$  конденсатор  $C$  заряжается через сопротивление  $r_a$ . Когда напряжение на конденсаторе  $U_k$  станет равным напряжению зажигания  $U_3$  тиратрона, тиратрон зажжется и конденсатор практически мгновенно разрядится через него до напряжения гашения. При этом тиратрон погаснет, затем процесс повторится. График зависимости напряжения на конденсаторе от времени  $t$  будет иметь вид, представленный на рис. 104. Для уменьшения тока сетки при горении тиратрона в ее цепь включено сопротивление  $r_c$ .

Для вычисления периода  $T$  колебаний просуммируем падения напряжений в цепи анода (падения напряжения  $I r_a$  и  $U_k$  на сопротивлении  $r_a$  и на конденсаторе):

$$U_a = I r_a + U_k. \quad (1)$$

Учитывая, что  $I = dQ/dt$ , а  $Q = C U_k$ , где  $Q$  — количество электричества, а  $C$  — емкость конденсатора, получим

$$I = C \frac{dU_k}{dt}. \quad (2)$$

Из уравнения (2) с учетом (1) следует

$$dt = - r_a C \frac{d(U_a - U_k)}{U_a - U_k}. \quad (3)$$

Проинтегрировав (3) в пределах от  $U_r$  до  $U_3$ , получим период колебаний генератора

$$T = r_a C \ln \frac{(U_a - U_r)}{(U_a - U_3)}. \quad (4)$$

Следует отметить, что полученное выражение является приближенным, так как оно не учитывает ток тиратрона и время гашения.

Величина  $r_a C$  имеет размерность времени и называется *постоянной времени* или *временем релаксации*. Это и послужило основанием для того, чтобы назвать генераторы подобного типа *генераторами релаксационных колебаний*.

## ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

**ПРИБОРЫ и ПРИНАДЛЕЖНОСТИ:** электронный осциллограф, тиратрон ТГ1-0,1/0,3, источник анодного и сеточного напряжений, вольтметр на 300 и 20 В, сопротивления, конденсаторы, миллиамперметр на 10 мА, трансформатор 220/110 В. Инструкция по пользованию приборами прилагается.

### Задание 1. Снятие статических анодных характеристик тиратрона

1. Собрать электрическую схему, приведенную на рис. 105, а.
2. Включить накал и дать лампе прогреться 2—3 мин.

3. Установить на сетке напряжение 4 В и снять зависимость анодного тока от анодного напряжения.

4. Повторить п. 3 для сеточных напряжений 2; 6; 8; 10 и 12 В.

5. Результаты измерений представить в виде графиков зависимостей анодного тока от анодного напряжения (анодная характеристика) и анодного напряжения, при котором зажигается тиратрон, от величины сеточного напряжения (пусковая характеристика).

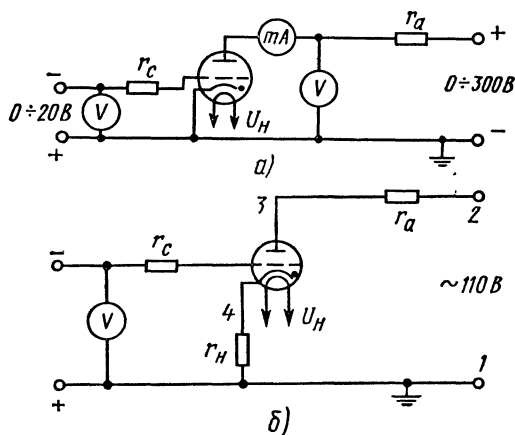


Рис. 105

### Задание 2. Исследование формы тока и напряжения тиратрона на осциллографе. Снятие анодных характеристик тиратрона при помощи электронно-лучевого осциллографа

1. Собрать электрическую схему, представленную на рис. 105, б.
2. Включить накал и катодный осциллограф и дать им прогреться 1—2 мин, затем включить анодное и сеточное напряжения.

3. Снять осциллограммы напряжения питания, анодного напряжения и анодного тока при напряжении на сетке 2; 4 и 6 В, подключив осциллограф последовательно к точкам (1; 2), (3; 1), (1; 4).

4. Снять анодные характеристики тиратрона для значений сеточного напряжения 2; 4; 6 и 8 В.

5. На основании анодных характеристик построить пусковые характеристики тиратрона.

**Задание 3. Исследование работы генератора релаксационных колебаний и изучение зависимости частоты генератора от значений величины сопротивления и емкости в цепи анода и от сеточного напряжения**

1. Собрать схему, представленную на рис. 103.

2. Включить накал и дать лампе прогреться в течение 2—3 мин.

3. Включить анодное и сеточное напряжения.

4. Изменяя напряжение на сетке, изучить изменение периода релаксационных колебаний.

5. Для значения анодного напряжения 240 В и сеточного напряжения 8 и 4 В определить частоту релаксационных колебаний при помощи меток времени. Полученные результаты сравнить с вычисленными по формуле (4).

6. Определить опытным путем период колебаний генератора при значениях: анодное напряжение 200 В, сеточное напряжение 5 В, значения сопротивления и емкости в цепи анода 100 кОм и 0,025 мкФ, 100 кОм и 0,05 мкФ, 200 кОм и 0,25 мкФ, 200 кОм и 0,025 мкФ.

Описание методики определения периода колебаний прилагается к работе.

Л и т е р а т у р а : [11; 19; 22, т. 2].

## **41 ИЗУЧЕНИЕ ЯВЛЕНИЯ ПЕЛЬТЬЕ**

**Ц е л ь р а б о т ы:** *ознакомление с явлением Пельтье и снятие зависимости величины перепада температур в спаях от тока.*

Явление Пельтье состоит в том, что при пропускании тока через спай двух разнородных металлов в зависимости от направления тока в нем выделяется или поглощается тепло, которое пропорционально полному заряду, прошедшему в электрической цепи:

$$Q_{\text{п}} = PQ = Pit, \quad (1)$$

где  $Q_{\text{п}}$  — тепло Пельтье,  $Q$  — заряд, прошедший через контакт,  $I$  — сила тока в контакте,  $t$  — время прохождения тока,  $P$  — коэффициент Пельтье, зависящий от электрофизических свойств контактирующих проводников.

Явление Пельтье объясняется тем, что между проводниками, находящимися в контакте, существует внутренняя контактная разность потенциалов, а также и

тем, что средняя кинетическая энергия электронов в разных металлах даже при равной температуре неодинакова. Между явлением Пельтье и выделением джоулева

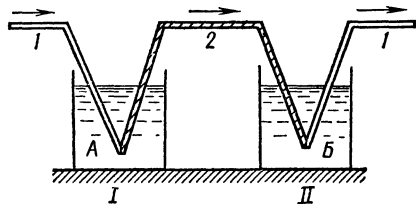


Рис. 106

тепла имеется существенное различие. Тепло Джоуля — Ленца пропорционально второй степени силы тока и не зависит от его направления; тепло Пельтье пропорционально первой степени силы тока и зависит от его направления. Кроме того, тепло Пельтье не зависит от сопротивления проводника, тогда как тепло Джоуля — Ленца зависит от него.

Для проведения calorиметрических измерений тепла Пельтье спай (рис. 106), состоящие из двух различ-

ных проводников 1 и 2 (в нашем случае медь и константан), помещаются в calorиметры и через проводники пропускается электрический ток. В зависимости от направления тока спай А может нагреваться, а спай В — охлаждаться, или наоборот.

Пусть в calorиметре I за время  $t$  выделяется тепло  $Q_I$ , равное сумме тепла Джоуля — Ленца и тепла Пельтье:

$$Q_I = Q_{Дж} + Q_{П} = (cm_I + P_I) (T'_2 - T'_1), \quad (2)$$

а в другом calorиметре II — тепло

$$Q_{II} = Q_{Дж} - Q_{П} = (cm_{II} + P_{II}) (T''_2 - T''_1), \quad (3)$$

где  $Q_{Дж}$  — тепло Джоуля — Ленца,  $Q_{П}$  — тепло Пельтье,  $m_I$  и  $m_{II}$  — массы calorиметрической жидкости,  $c$  — ее удельная теплоемкость,  $T'_1$  и  $T'_2$  — начальная и конечная температуры в данном calorиметре, а  $P_I$  и  $P_{II}$  — водяные эквиваленты calorиметров\*.

Если тепло Джоуля — Ленца, выделяемое в обоих calorиметрах одинаково и количества calorиметрических жидкостей равны ( $m_I = m_{II} = m$  и  $P_I = P_{II} = P$ ), то из уравнений (2) и (3) получим

$$Q_{П} = \frac{cm + P}{2} [(T'_2 - T'_1) - (T''_2 - T''_1)] = \frac{cm + P}{2} \Delta T, \quad (4)$$

т. е. тепло Пельтье пропорционально разности приращений температур в обоих calorиметрах.

Используя уравнения (1) и (4), можно написать

$$\Delta T = \frac{2\Pi t}{cm + P}. \quad (5)$$

Полагая при небольших изменениях температур величину  $2\Pi/(cm + P) = k$  постоянной, перепишем соотношение (5) в виде

$$\Delta T = kIt. \quad (6)$$

## ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

ПРИБОРЫ и ПРИНАДЛЕЖНОСТИ: мензурка, секундомер, градуировочный график термомпар.

Схема установки представлена на рис. 107.

Константовый провод 1 диаметром 1,5 мм спаян с обоих концов с медными проводами 2 и 3 того же сечения. Спаи помещены

\* Водяным эквивалентом calorиметра называют теплоемкость такой массы воды, которая численно равна суммарной теплоемкости всех частей calorиметра.

в дьюаровские сосуды *I* и *II*. Концы медных проводов 2 и 3 выведены к клеммам. На клеммы подается напряжение с потенциометра *r* сопротивлением 15 Ом, рассчитанного на ток 10 А. Потенциометр подключен к выпрямителю ВСА-10 а. Для измерения тока в цепи используется амперметр типа МА-11/5; для измерения температуры в дьюаровских сосудах используются медьконстантановые термопары, предварительно градуированные. Переключение термопар на измерительный прибор типа М195/1 производится переключателем *K*.

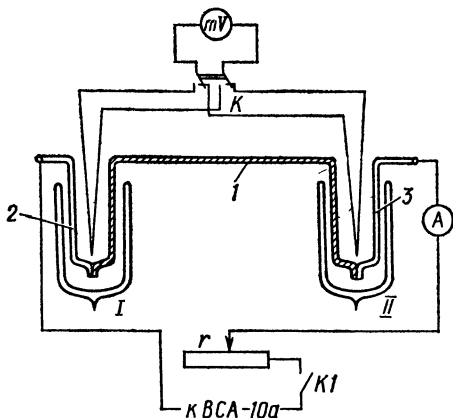


Рис. 107

### Задание. Проверка соотношения (6)

1. В дьюаровские сосуды налить с помощью мензурки одинаковые количества воды (примерно по 30 см<sup>3</sup>).

2. Собрать схему согласно рис. 107.

3. После сборки схемы и ее проверки лаборантом или преподавателем включить ключ *K1* и потенциометром установить ток 2 А.

4. Одновременно с включением ключа *K1* запустить секундомер и измерить начальные температуры  $T'_1$  и  $T'_2$  в сосудах. Для этого переключатель *K* поставить сначала в левое, а затем в правое положение и записать соответственные показания амперметра. Пользуясь градуировочным графиком термопар, определить температуру.

5. Спустя 10 мин от начала опыта зафиксировать новые показания термопар  $T'_2$  и  $T'_2$  и силу тока быстро увеличить до 2,5 А.

6. Затем, через каждые 10 мин проводя измерения температуры и увеличивая силу тока на 0,5 А, довести его значение до 5—6 А.

7. По полученным данным построить график  $\Delta T = f(I)$ .

Л и т е р а т у р а: [11; 22, т. 2].

## 42 ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЭЛЕКТРОДВИЖУЩЕЙ СИЛЫ ЭЛЕМЕНТА МЕТОДОМ КОМПЕНСАЦИИ

**Ц е л ь р а б о т ы:** ознакомление с методом компенсации напряжений и измерение э. д. с. элемента.

По закону Ома для замкнутой цепи,

$$U = \mathcal{E} - Ir, \quad (1)$$

т. е. падение напряжения на внешней цепи  $U$  равно электродвижущей силе  $\mathcal{E}$  минус падение напряжения  $Ir$  на внутреннем сопротивлении  $r$  батареи.

Отсюда следует, что при увеличении внешнего сопротивления, когда сила тока в цепи уменьшается, напряжение во внешней части цепи растет, приближаясь по своему значению к э. д. с. источника.

Для измерения э. д. с. источника тока необходимо применить метод, при котором ток в цепи этого источника совсем отсутствует, например *метод компенсации*.

Он основан на сравнении искомой э. д. с. с известным падением напряжения на участке цепи.

Рассмотрим цепь, изображенную на рис. 108. Э. д. с. исследуемого элемента  $\mathcal{E}_x$  должна быть меньше, чем падение напряжения на всем реохорде. В этом случае всегда можно найти на проволоочном реохорде (потенциометре)  $AB$  такую точку  $C$ , когда стрелка гальванометра будет стоять на нуле, т. е. в ветви  $AC$  будет отсутствовать ток.

По второму правилу Кирхгофа, для контура  $A\mathcal{E}_x r_1 CA$

$$I_2(r_x + r_1 + r_r) - I_1 r_{AC} = -\mathcal{E}_x, \quad (2)$$

где  $r_x$  — внутреннее сопротивление батареи,  $r_{AC}$  — сопротивление участка,  $r_r$  — сопротивление гальванометра.

При условии  $I_2 = 0$

$$I_1 r_{AC} = \mathcal{E}_x. \quad (3)$$

Это значит, что падение напряжения на участке  $AC$ , создаваемое батареей  $\mathcal{E}$ , компенсирует э. д. с. исследуемого элемента  $\mathcal{E}_x$ .

Заменяя исследуемый элемент эталонным  $\mathcal{E}_0$  и перемещая контакт  $C$ , можно найти такую точку  $C'$ , при которой выражение (3) будет иметь вид

$$I_1 r_{AC'} = \mathcal{E}_0. \quad (4)$$

Так как в ветви  $AC'$  ток отсутствует, то ток  $I_1$  на участке  $AB$  остается постоянным. Разделив выражение (3) на (4), получим

$$\mathcal{E}_x = \mathcal{E}_0 \frac{r_{AC}}{r_{AC'}}. \quad (5)$$

Для калиброванной проволоки сопротивление участков пропорционально их длинам:

$$r_{AC}/r_{AC'} = l_1/l_2, \quad (6)$$

где  $l_1$  и  $l_2$  — длины участков  $AC$  и  $AC'$ . Следовательно,

$$\mathcal{E}_x = \mathcal{E}_0 \frac{l_1}{l_2}. \quad (7)$$

## ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

**ПРИБОРЫ и ПРИНАДЛЕЖНОСТИ:** батарея аккумуляторов, рсостат, ограничительное сопротивление, ключи, двухполюсный переключатель, реохорд, гальванометр, нормальный элемент, исследуемый элемент.

Схема электрической цепи компенсационного метода дана на рис. 108. Проволока реохорда  $AB$  натянута на масштабную линейку, что позволяет непосредственно отсчитывать длины  $l_1$  и  $l_2$ . К движку

реохорда  $C$  последовательно подключены ключ  $KI$ , гальванометр  $G$ , сопротивление  $rI$ , которое предохраняет гальванометр и элемент  $\mathcal{E}_0$  от сильных токов.

Включение в цепь батареи  $\mathcal{E}$  осуществляется ключом  $K$ , а элементов  $\mathcal{E}_x$  и  $\mathcal{E}_0$  — переключателем  $\Pi$ . Начальный ток реохорда устанавливается реостатом  $r$ .

В качестве эталона э. д. с. используется ртутно-кадмиевый нормальный элемент Вестона (рис. 109). Он состоит из стеклянного сосуда, имеющего форму буквы Н. В нижней части впаены платиновые электроды. Положительным полюсом служит ртуть, а отрицательным — ртутная амальгама. Электролитом является насыщенный раствор сернокислого кадмия  $CdSO_4$ , а деполяризатором — сернокислая закись ртути  $Hg_2SO_4$ . Э. д. с. таких элементов мало изменяется со временем, так как поляризация их незначительна. При температуре  $20^\circ C$   $\mathcal{E}_0 = 1,01836$  В и мало изменяется с температурой. Нормальный элемент требует особенно осторожного обращения: его нельзя переворачивать, встряхивать, особенно следует остерегаться короткого замыкания, от него нельзя брать ток, превышающий  $10^{-4}$  А.

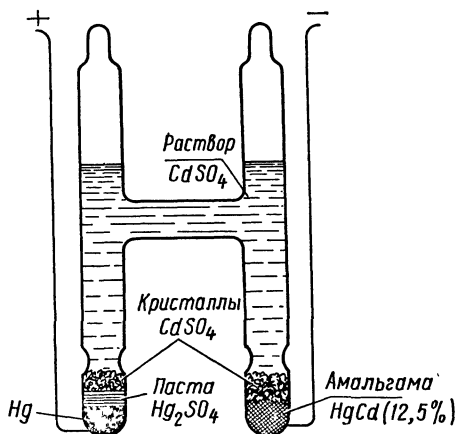


Рис. 109

### Задание. Определение э.д.с. элемента

1. Собрать схему согласно рис. 108.
2. Установить движок реохорда в центральное положение. Включить нормальный элемент и ключ  $K$ . Регулируя величину сопротивления  $r$  при включенном гальванометре в положении «грубо», добиться установки «0» гальванометра.
3. Переключить гальванометр в положение «точно» и, перемещая ползун реохорда, добиться отсутствия тока.
4. Измерить длину плеча реохорда  $l$  между точками  $A$  и  $C$ .
5. Повторить п. 2 — 4 для элемента с неизвестной э. д. с.
6. Вычислить э. д. с. исследуемого элемента по формуле (7). Измерения повторить не менее пяти раз.
7. Определить основные источники погрешности и оценить точность, с которой определена величина э. д. с.

Л и т е р а т у р а : [11; 14; 22, т. 2].

# ВИХРЕВЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ И МАГНИТНЫЕ ПОЛЯ

43. Изучение магнитного поля соленоида  
44. Исследование магнитного поля катушек

45. Определение индуктивности катушек  
46. Изучение вихревого электрического поля

## 43 ИЗУЧЕНИЕ МАГНИТНОГО ПОЛЯ СОЛЕНОИДА

*Цель работы: экспериментальное изучение распределения магнитного поля вдоль оси соленоида.*

Соленоидом называют катушку цилиндрической формы из проволоки, витки которой намотаны в одном направлении. Магнитное поле соленоида представляет собой результат сложения полей, создаваемых несколькими круговыми токами, расположенными рядом и имеющими общую ось. В центральной части достаточно длинного соленоида поле оказывается практически однородным, его индукцию можно рассчитать по формуле

$$B = \mu_0 \mu n_0 I, \quad (1)$$

где  $\mu_0$  — магнитная постоянная,  $\mu$  — относительная магнитная проницаемость,  $I$  — сила тока,  $n_0$  — число витков на единицу длины соленоида.

Однородность поля нарушается по краям. Для экспериментального изучения поля на оси соленоида используется датчик, работа которого основана на эффекте Холла (см. лабораторную работу 82).

При внесении в магнитное поле проводящей пластины, через которую проходит постоянный ток, за счет действия магнитного поля на движущиеся электрические заряды этой пластины (сила Лоренца) возникает поперечная разность потенциалов, или э. д. с. Холла

$$\mathcal{E}_X = R_X B j h, \quad (2)$$

где  $R_X$  — постоянная Холла,  $h$  — высота пластины,  $j$  — модуль вектора плотности тока,  $B$  — модуль вектора магнитной индукции поля.

Величина э. д. с. Холла определяется компенсационным методом (см. лабораторную работу 42). Постоянная Холла может быть найдена опытным путем.

Изменяя ток в соленоиде, определим зависимость э. д. с. Холла от величины индукции магнитного поля, т. е. произведем тарировку датчика Холла.

На основании полученной тарировки, перемещая датчик относительно центра соленоида, определим изменение вектора индукции  $\mathbf{B}$  вдоль оси соленоида.

## ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

**ПРИБОРЫ и ПРИНАДЛЕЖНОСТИ:** установка ФП-302 (описание и правила пользования), амперметр на 1 А, потенциометр постоянного тока, реостат на 800 Ом, потенциометр на 200 Ом, миллиамперметр на 20 мА.

Установка ФП-302 представляет собой соленоид, внутри которого перемещается шток с датчиком Холла. На штоке находится сантиметровая шкала, по которой можно определить смещение датчика относительно центра соленоида.

Размер  $h$  датчика Холла, а также  $n_0$  соленоида указаны на приборе.



## Задание 1. Тарировка датчика Холла

1. Собрать цепь согласно рис. 110, а, б.

2. Включить установку и для токов 0,2; 0,4; 0,6; 0,8; 1 А определить значения э. д. с. Холла в центре соленоида.

3. Повторить п. 2, изменяя ток в обратном направлении.

4. Вычислить значения индукции для значений тока 0,2; 0,4; 0,6; 0,8 и 1 А по формуле (1).

5. Построить график зависимости э. д. с. Холла от значения вектора индукции магнитного поля.

6. Используя выражения (1) и (2), определить постоянную Холла.

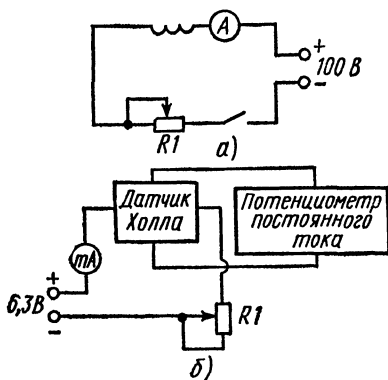


Рис. 110

## Задание 2. Построение графика зависимости величины индукции магнитного поля от расстояния относительно центра катушки

1. Установить ток в соленоиде 1 А.

2. Перемещая датчик Холла на расстояния 2; 4; 8; 10; 12; 14; 16; 18; 20 см относительно центра катушки, измерить э. д. с. Холла и определить значения индукции магнитного поля.

3. Используя результаты, полученные в п. 2, построить график зависимости величины индукции магнитного поля от расстояния относительно центра катушки.

Л и т е р а т у р а : [11; 14; 20; 22, т. 2].

# 44 ИССЛЕДОВАНИЕ МАГНИТНОГО ПОЛЯ КАТУШЕК

**Ц е л ь р а б о т ы:** исследование магнитного поля короткого соленоида и поля двух соленоидов.

В данной работе исследование магнитного поля соленоида (см. лабораторную работу 43) осуществляется специальными зондами. Первый зонд представляет собой маленькую катушку, включенную на вход лампового вольтметра, входное сопротивление которого на несколько порядков выше сопротивления самой катушки. Показания вольтметра будут соответствовать э. д. с.  $\mathcal{E}$  индукции, возникающей в катушке, величина которой определяется зависимостью

$$\mathcal{E} = -n \frac{d\Phi}{dt} = -nS \cos \alpha \frac{dB}{dt}, \quad (1)$$

где  $n$  — число витков,  $S$  — площадь поперечного сечения катушки,  $\Phi$  — магнитный поток,  $B$  — модуль вектора индукции магнитного поля,  $t$  — время,  $\alpha$  — угол между перпендикуляром к поперечному сечению катушки и вектором  $B$ .

В данной работе магнитное поле создается переменным током. Модуль вектора индукции магнитного поля поэтому будет меняться по закону

$$B = B_0 \cos \omega t,$$

где  $B_0$  — максимальное амплитудное значение модуля вектора индукции,  $\omega$  — частота переменного тока. Следовательно,

$$\mathcal{E} = B_0 S n \omega \cos \alpha \sin \omega t. \quad (2)$$

Как видно из выражения (2), величина э. д. с. зависит от величины  $B_0$  и ориентации катушки в пространстве ( $\cos \alpha$ ). Максимум будет в том случае, когда площадка, образуемая витком катушки, будет перпендикулярна линиям индукции. Поместив катушку 1 (рис. 111) в интересующую нас область поля и вращая ее,

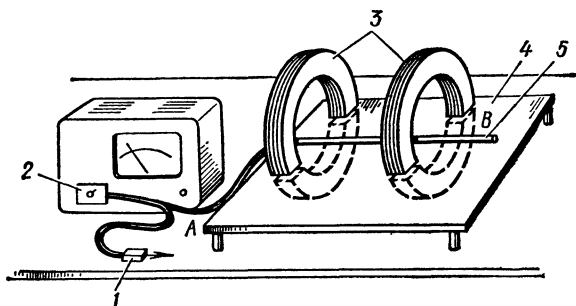


Рис. 111

можно добиться максимального отклонения стрелки лампового вольтметра. В этом случае ось катушки (ее положение на датчике обозначено стрелкой) будет расположена вдоль вектора  $B$  поля.

Второй зонд 5 носит название *пояса Роговского*. Это длинный эластичный соленоид. Один конец пояса Роговского закреплен неподвижно (точка А). Второй помещают в точку, в которой измеряется поле (точка В).

Показания лампового вольтметра будут равны интегральному значению  $\mathcal{E}_l$  по длине пояса Роговского:

$$\mathcal{E}_l = \int_A^B B_0 S n \omega \cos \alpha \sin \omega t dl = \int_A^B B dl, \quad (3)$$

где  $dl$  — элемент длины,  $B = B_0 S n \omega \cos \alpha \sin \omega t$ .

Выражение (3) показывает, что второй датчик позволяет определять величину  $\int_A^B B dl$  между началом и концом пояса Роговского. Эта величина называется *магнитным напряжением*.

## ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

**ПРИБОРЫ и ПРИНАДЛЕЖНОСТИ:** ламповый вольтметр, два коротких соленоида, планшет, пробная катушка, пояс Роговского, переключатель зондов, реостат, источник низковольтного напряжения.

Установка (рис. 111) представляет собой два коротких соленоида 3, расположенных на расстоянии радиуса друг относительно друга

и смонтированных на планшете 4. При включении одновременно двух катушек в воздушном пространстве между ними образуется почти однородное магнитное поле (такое расположение катушек получило название *катушек Гельмгольца*).

Измерения проводятся двумя зондами: зонд *I* — пробная катушка *I*, зонд *II* — пояс Роговского 5. Значения э. д. с. измеряются ламповым вольтметром с помощью переключателя 2.

### **Задание 1. Построение магнитного поля одной катушки**

1. Подключить к источнику низковольтного напряжения (6,3 В) через реостат одну катушку.

2. Установить лист бумаги на планшете.

3. Включить ламповый вольтметр и дать ему прогреться 2—3 мин.

4. Включить зонд *II* и, перемещая его вдоль края планшета (рис. 111), добиться максимального отклонения стрелки вольтметра.

5. Подобрать диапазон измерения напряжения и ток в катушке (регулировка тока в катушке осуществляется реостатом) так, чтобы стрелка вольтметра находилась на конечном делении шкалы.

6. Перемещать зонд по планшету так, чтобы показания вольтметра оставались неизменными, и отмечать на листе траектории движения конца зонда. Полученная кривая и будет линией равных напряжений магнитного поля.

7. Переместить зонд так, чтобы показания вольтметра уменьшились на  $1/20$  выбранного диапазона измерения напряжения, и повторить п. 6.

8. Задание, указанное в п. 7, необходимо повторять до тех пор, пока зонд не окажется за пределами сечения.

9. Для построения силовых линий включить зонд *I*. Для этого переключить в положение «2» тумблер вольтметра.

10. Разбить крайнюю линию равного напряжения на 10 равных отрезков, поместить зонд *I* в одну из 10 точек и, вращая его, добиться максимального отклонения стрелки лампового вольтметра. Положение конца стрелки отметить.

11. Повторять п. 10 до тех пор, пока не придете в начальную точку, а затем полученные точки обвести плавной кривой.

12. Повторить п. 9 для всех 10 точек.

13. Снять лист с планшета и подколоть его к отчету.

### **Задание 2. Построение магнитного поля катушек Гельмгольца**

1. Подключить к источнику низковольтного напряжения через реостат две катушки параллельно (см. схему, указанную на приборе).

2. Выполнить п. 2—13 предыдущего задания.

Л и т е р а т у р а: [11; 14; 20; 22, т. 2].

# 45 ОПРЕДЕЛЕНИЕ ИНДУКТИВНОСТИ КАТУШЕК

**Цель работы:** измерение индуктивностей катушек методом моста Максвелла.

Возникновение э. д. с. индукции в контуре вследствие изменения магнитного потока, создаваемого переменным током в самом контуре, называется *самоиндукцией*. Э. д. с. самоиндукции  $\mathcal{E}_{с.и}$  пропорциональна скорости изменения тока  $i$  в контуре:

$$\mathcal{E}_{с.и} = -L \frac{di}{dt},$$

где  $L$  — индуктивность.

Индуктивность определяется параметрами контура — его геометрией, а также магнитной проницаемостью окружающей контур среды. В СИ индуктивность выражается в генри (Гн).

Если катушку индуктивности включить в цепь переменного тока с э. д. с.  $\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 \sin \omega t$ , то, пренебрегая омическим сопротивлением катушки, на основании закона Ома можно записать

$$\mathcal{E} + \mathcal{E}_{с.и} = 0$$

или

$$\mathcal{E}_0 \sin \omega t - L \frac{di}{dt} = 0,$$

откуда

$$i = -\frac{\mathcal{E}_0}{\omega L} \cos \omega t.$$

Величина  $r_L = L\omega$  называется *реактивным индуктивным сопротивлением* и выражается в СИ в омах (Ом).

Используя мост Максвелла, можно по величине реактивного индуктивного сопротивления определить индуктивность катушки (описание работы моста см. в приложении в конце книги).

## ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

**ПРИБОРЫ и ПРИНАДЛЕЖНОСТИ:** два магазина сопротивлений, потенциометр, эталонная катушка индуктивности, двойной ключ, исследуемые катушки индуктивности, индикатор нуля, источник низковольтного напряжения переменного тока.

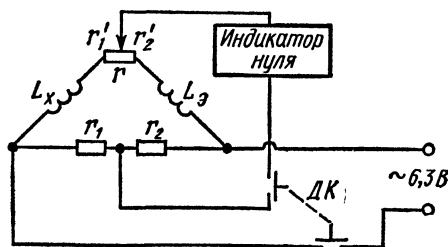


Рис. 112

Схема моста Максвелла представлена на рис. 112. Если мост сбалансирован, то индуктивность определяется из соотношения

$$L_x = L_3 (r_1/r_2). \quad (1)$$

Для соблюдения дополнительного условия балансировки фазовых углов необходимо, чтобы

$$\frac{L_x}{L_3} = \frac{r_x + r_1'}{r_3 + r_2'}, \quad (2)$$

где  $r_x$  и  $r_3$  — активные сопротивления неизвестной и эталонной катушек.

Описание и правила пользования индикатором нуля должны прилагаться к работе.

**Задание. Измерение индуктивности неизвестных катушек с помощью моста Масквелла**

1. Собрать схему согласно рис. 112.
2. Установить по своему усмотрению величину сопротивления  $r_2$ .
3. Движок потенциометра  $r$  установить приблизительно посередине его длины.
4. Установить минимальную чувствительность на индикаторе нуля.
5. Включить ключ  $ДК$  нажатием кнопки (в дальнейшем кнопку держать включенной только при проведении измерений).
6. Изменяя сопротивления  $r_1$ , добиться минимума показаний индикатора нуля, постепенно повышая его чувствительность.
7. Изменяя соотношение плеч потенциометра  $r$ , добиться минимума показаний индикатора нуля.
8. Поочередно изменяя сопротивление  $r_1$  и соотношение плеч потенциометра и постепенно повышая чувствительность до максимальной, добиться минимума показаний.
9. Рассчитать значение неизвестной индуктивности  $L_x$ .
10. Повторить измерения п. 2—8 для четырех других значений сопротивления  $r_2$ .
11. Вычислить среднее значение  $L_x$  по пяти измерениям и оценить погрешность метода.

Л и т е р а т у р а : [11; 14; 22, т. 2].

## 46 ИЗУЧЕНИЕ ВИХРЕВОГО ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ

**Цель работы:** изучение вихревого электрического поля, созданного переменным магнитным полем.

Анализируя явление электромагнитной индукции, Максвелл пришел к заключению, что причина появления э. д. с. индукции заключается в изменении магнитного поля.

В формулу э. д. с. индукции ( $\mathcal{E} = -d\Phi/dt$ ) не входят параметры вещества, в котором она возникает. Это означает, что сторонние силы, за счет которых возникает э. д. с. индукции, обусловлены только магнитным полем. При этом проводники играют второстепенную роль, так как поле существует как в проводнике, так и вне него, однако в проводнике под действием электрического поля носители заряда приходят в движение.

Это электрическое поле существенно отличается от электростатического: оно не потенциальное, а вихревое. Силовые линии электрического вихревого поля замкнуты, и по своему характеру оно подобно магнитному полю.

Например, как в магнитном поле, так и в вихревом электрическом поле поток вектора  $\mathbf{B}$  (вектор индукции магнитного поля), а также вектора  $\mathbf{E}$  (вектор напряженности электрического поля) через любую замкнутую поверхность равен нулю:

$$\oint_S \mathbf{B} d\mathbf{S} = 0, \quad \oint_S \mathbf{E} d\mathbf{S} = 0. \quad (1)$$

Выполнив данную работу, можно убедиться, что картина вихревого электрического поля, созданного переменным магнитным потоком тороида, аналогична магнитному полю кругового тока или короткого соленоида.

## ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

**ПРИБОРЫ и ПРИНАДЛЕЖНОСТИ:** установка ФП-306, вольтметр переменного тока, двойной зонд, одинарный зонд.

Установка ФП-306 представлена на рис. 113.

При включении тумблера 2 по катушке тороида 1 идет переменный электрический ток и в железном сердечнике тороида возникает переменное магнитное поле. Силовые линии этого поля перпендикулярны плоскости планшета. Изменяющееся магнитное поле в пространстве вокруг тороида индуцирует электрическое поле. Для простоты обнаружения электрического поля на планшет помещается лист фольги 3, который закрепляется зажимами 4. В листе под действием вихревого электрического поля заряды начинают двигаться по силовым линиям этого поля. Поле тока, возникающее в листе фольги, может быть исследовано с помощью зондов и обычного милливольтметра переменного тока.

Значения напряжений на планшете снимаются с помощью двух зондов — «одинарного» (рис. 114, а) и «двойного» (рис. 114, б).

Зонды имеют два острых электрических контакта. У двойного зонда они жестко связаны, а у одинарного один контакт вынесен. Напряжение с контактов через экранированный провод подается на вход милливольтметра.

**Задание.** Нахождение линий равных напряжений и линий тока для вихревого электрического поля

1. Заложить лист фольги через прорезь в тороиде и прикрепить его зажимами.

2. Включить установку и милливольтметр и дать им прогреться 1—2 мин.

3. Поместить в произвольную точку  $A$  неподвижный щуп одинарного зонда. Подвижным щупом по дуге радиусом, равным расстоянию от точки  $A$  до центра тороида, отметить накалыванием точки, отличающиеся друг от друга на величину  $\Delta U$  (величина  $\Delta U$  указывается преподавателем).

4. Последовательно устанавливая неподвижный щуп одинарного зонда в каждую полученную точку, вычертить линии нулевого напряжения. Полученные линии будут линиями равных напряжений.

5. Силовые линии могут быть получены как ортогональные к линиям равного напряжения или же построены с помощью двойного зонда. Для этого необходимо поместить одну иглу двойного зонда в точку  $A$ , затем, вращая зонд относительно точки  $A$ , добиться максимального отклонения стрелки милливольтметра. Полученную точку наколоть вторым щупом. Далее, оставляя второй щуп неподвижным, найти максимальное показание милливольтметра и наколоть найденную точку первым щупом. Полученные точки обвести.

6. Аналогичным образом построить еще пять силовых линий на равных расстояниях друг от друга.

Л и т е р а т у р а: [11; 14; 20; 21; 22, т. 2].

# ЧАСТЬ IV

## КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

- |                                                                                                                                                                                                        |                                                                                                                                         |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 47. Изучение собственных колебаний систем с одной степенью свободы<br>48. Изучение связанных колебаний<br>49. Изучение вынужденных колебаний<br>50. Изучение автоколебаний<br>51. Гармонический анализ | 52. Изучение колебаний в системах с распределенными параметрами<br>53. Изучение основных свойств волновых явлений<br>54. Эффект Доплера |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

### ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКАЯ АНАЛОГИЯ

#### Механическая система

Пружинный маятник

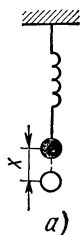


Рис. 115, а

Механические величины

Смещение относительно положения равновесия  $x$   
 Масса груза  $m$   
 Жесткость пружины  $k$   
 Коэффициент трения  $r$   
 Внешняя сила  $F$   
 Скорость\*  $v = \dot{x}$

#### Электрическая система

Колебательный контур

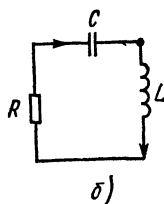


Рис. 115, б

Электрические величины

Электрический заряд конденсатора  $Q$   
 Индуктивность  $L$   
 Величина, обратная емкости,  $1/C$   
 Сопротивление  $R$   
 Внешняя э. д. с.  $\mathcal{E}$   
 Ток\*  $I = \dot{Q}$

#### Собственные незатухающие колебания

Рассмотрим дифференциальное уравнение гармонического осциллятора.

Второй закон Ньютона

$$m\ddot{x} = -kx,$$

$$\ddot{x} + \frac{k}{m} x = 0.$$

Второе правило Кирхгофа

$$L\dot{Q} + \frac{1}{C} Q = 0, \quad (\text{IV.1})$$

$$\ddot{Q} + \frac{1}{LC} Q = 0. \quad (\text{IV.2})$$

\* Точкой над переменной обозначается дифференцирование по времени.



Принято обозначать:

$$k/m = \omega_0^2, \quad | \quad 1/(LC) = \omega_0^2,$$

тогда уравнение колебаний принимает вид

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0. \quad | \quad \ddot{Q} + \omega_0^2 Q = 0. \quad (\text{IV.3})$$

Решение такого дифференциального уравнения (что легко проверить подстановкой):

$$\begin{array}{l|l} x = x_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0), & Q = Q_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0), \quad (\text{IV.4}) \\ x_0 - \text{амплитуда колебаний} & Q_0 - \text{амплитудное значение заряда.} \end{array}$$

Аргумент гармонической функции  $(\omega_0 t + \varphi_0)$  принято называть *фазой*, а его значение  $\varphi_0$  в начальный момент времени  $t = 0$  — *начальной фазой*.

В такой системе возникают незатухающие колебания, период которых называется *периодом собственных колебаний*:

$$\begin{array}{l|l} T_0 = 2\pi/\omega_0 = 2\pi \sqrt{m/k}. & T_0 = 2\pi/\omega_0 = \\ & = 2\pi \sqrt{LC} \quad (\text{IV.5}) \\ & (\text{формула Томсона}) \end{array}$$

### Собственные затухающие колебания

|                                                                                                                   |                                           |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------|
| Механическая система с трением, сила которого пропорциональна первой степени скорости: $F_{\text{тр}} = r\dot{x}$ | Электрический контур с сопротивлением $R$ |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------|

Дифференциальное уравнение затухающих колебаний

$$\begin{array}{l|l} m\ddot{x} = -r\dot{x} - kx, & L\ddot{Q} + R\dot{Q} + \frac{1}{C}Q = 0, \\ \ddot{x} + \frac{r}{m}\dot{x} + \frac{k}{m}x = 0 & \ddot{Q} + \frac{R}{L}\dot{Q} + \frac{1}{LC}Q = 0 \end{array}$$

можно переписать в виде

$$\ddot{x} + 2\delta\dot{x} + \omega_0 x = 0, \quad | \quad \ddot{Q} + 2\delta\dot{Q} + \omega_0 Q = 0, \quad (\text{IV.6})$$

где

$$\omega_0 \equiv \sqrt{k/m} \quad | \quad \omega_0 \equiv \sqrt{1/(LC)}$$

и показатель затухания

$$\delta \equiv r/(2m) \quad | \quad \delta \equiv R/(2L).$$

Все коэффициенты, входящие в это уравнение, с достаточной точностью можно считать постоянными. Решение уравнения (IV.6) приводит (см. «Математическое дополнение I») к следующим результатам:

1.  $\delta < \omega_0$ . Потери энергии в системе малы. Решение имеет вид

$$x = x_0 e^{-\delta t} \cos(\omega t + \varphi_0), \quad | \quad Q = Q_0 e^{-\delta t} \cos(\omega t + \varphi_0), \quad (\text{IV.7})$$

где  $e$  — основание натуральных логарифмов, а  $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$ . Постоянные величины  $x_0$ ,  $Q_0$  и  $\varphi_0$  определяются из начальных условий. Ввиду затухания такие колебания не являются строго периодическими. Под их периодом  $T = 2\pi/\omega$  понимается интервал времени между двумя последовательными максимальными отклонениями от положения равновесия в одну сторону (рис. 116, а).

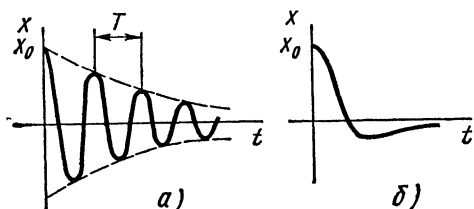


Рис. 116

Как видно из решения, амплитуда таких колебаний со временем убывает. *Логарифмический декремент затухания*  $\Theta$ , характеризующий затухание за один период, определяется как натуральный логарифм отношения амплитуд, отстоящих друг от друга на период. При медленном убывании амплитуды удобнее сравнивать амплитуды не через период, а через  $n$  периодов:

$$\Theta = \frac{1}{n} \ln \frac{A_0 e^{-\delta t}}{A_0 e^{-\delta(t+nT)}} = \delta T = \delta \frac{2\pi}{\omega}. \quad (\text{IV.8})$$

## 2. $\delta \geq \omega_0$ . Потери энергии в системе велики.

Большое трение в системе

| Большое сопротивление в контуре

В этом случае в уравнении (IV.6) первый член перестает играть существенную роль и решение описывает аperiodический режим движения — колебаний нет (рис. 116, б).

Сопротивление, при превышении которого в системе нет колебаний, называется *критическим*. Оно находится из условия  $\delta = \omega_0$ :

$$r_{\text{кр}} = 2\sqrt{mk}. \quad | \quad R_{\text{кр}} = 2\sqrt{L/C}. \quad (\text{IV.9})$$

## Вынужденные колебания. Резонанс

Вынужденные колебания возникают при воздействии периодического внешнего возмущения (внешняя сила или э. д. с.).

Дифференциальное уравнение вынужденных колебаний получается добавлением периодического члена в правую часть уравнения (IV.6):

$$\begin{aligned} \ddot{x} + 2\delta\dot{x} + \omega_0^2 x &= (F_0/m) \sin \Omega t \\ \ddot{Q} + 2\delta\dot{Q} + \omega_0^2 Q &= (\mathcal{E}_0/L) \sin \Omega t \end{aligned} \quad (\text{IV.10})$$

Решение этого дифференциального уравнения (см. «Математическое дополнение II») имеет вид

$$x = x \sin(\Omega t + \psi), \quad | \quad Q = Q_0 \sin(\Omega t + \psi), \quad (\text{IV.11})$$

где амплитуда

$$x_0 = \frac{F_0}{m \sqrt{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + 4\delta^2 \Omega^2}}, \quad | \quad Q_0 = \frac{\mathcal{E}_0}{L \sqrt{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + 4\delta^2 \Omega^2}},$$

а разность фаз между вынужденными колебаниями и вынуждающим воздействием определяется по формуле

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{2\delta\Omega}{\omega_0^2 - \Omega^2}. \quad (\text{IV.12})$$

Из (IV.11) видно, что вынужденные колебания являются также гармоническими с частотой, равной вынуждающей частоте  $\Omega$ .

Можно исследовать зависимость амплитуды вынужденных колебаний от вынуждающей частоты на максимум и убедиться, что  $Q_0(\Omega)$  максимальна при

$$\Omega_{\text{рез}} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\delta^2}. \quad (\text{IV.13})$$

Эта частота называется *резонансной*, а само явление возрастания амплитуды при приближении к резонансной частоте или кратной ей — *резонансом*. Фаза вынужденных колебаний при  $\Omega \ll \Omega_{\text{рез}}$  совпадает с фазой вынуждающего воздействия; в окрестности резонанса при  $\Omega \simeq \Omega_{\text{рез}}$  разность фаз близка к  $-\pi/2$ , а при  $\Omega \gg \Omega_{\text{рез}}$  разность фаз стремится к  $-\pi$ .

На рис. 117 представлены амплитудные кривые для трех различных случаев величин потерь в системе:  $\delta_1 = 0$  (1);  $\delta_2 > 0$  (2);  $\delta_3 > \delta_2$  (3).

В технике относительная острота резонансного пика определяется *добротностью*  $\tilde{Q}$  колебательной системы. Добротностью называют умноженное на  $\pi$  число полных колебаний  $N$ , в течение которых амплитуда уменьшается в  $e$  раз. Из условия  $A_0 e^{-\delta t} / A_0 e^{-\delta(t + NT)} = e$  находим  $N = 1/(\delta T)$ . Отсюда

$$\tilde{Q} = \frac{\pi}{\delta T} = \frac{\pi}{\Theta} = \frac{\omega}{2\delta}. \quad (\text{IV.14})$$

### Негармонические колебания

Под *колебаниями* в широком смысле слова понимаются процессы, в которых отдельные существенные черты хотя бы приблизительно повторяются со временем. Этот отличительный признак (повторяемость) определяет и те специфические характеристики, которые вводятся для описания колебательных процессов: промежуток времени, через который повторяется явление, наибольшие значения, которых достигает колеблющаяся величина, и моменты прохождения ее через нуль.

При гармонических колебаниях, рассмотренных выше, эти характеристики представляют период, амплитуду и фазу и дают исчерпывающее описание колебаний, так как форма колебаний (синусоида) заранее известна.

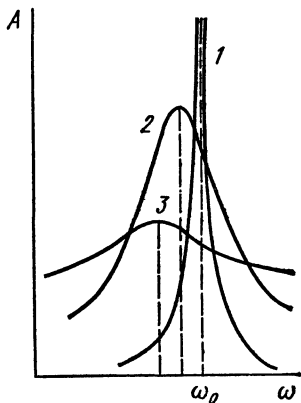


Рис. 117

В технике часто встречаются системы, содержащие элементы, чьи свойства зависят от внешнего воздействия (нелинейное сопротивление либо жесткость), или системы с периодически изменяющимися параметрами. Такие системы дают *негармонические колебания*.

К негармоническим колебаниям понятия периода, амплитуды и фазы, строго говоря, неприменимы, но поскольку они дают существенное, хотя и не исчерпывающее представление о колебательном процессе, то эти термины сохраняют.

При изучении негармонических колебаний возникает вопрос о виде функции, выражающей зависимость колеблющейся величины от времени. Колебательные системы могут быть *линейными* и *нелинейными*. В случае линейных колебательных систем, чьи свойства не изменяются под действием колебаний, можно детально описать весь колебательный процесс, представив зависимость колеблющейся величины от времени в виде суммы гармонических колебаний. Операция нахождения слагаемых этой суммы получила название *гармонического анализа* (см. лабораторную работу 51).

При рассмотрении колебаний нелинейных систем гармонический анализ не дает решения проблемы.

Подходящий математическому анализу случай нелинейных колебаний — частный случай автоколебаний — рассматривается в лабораторной работе 50.

В общем случае, поскольку не существует единых методов решения нелинейных дифференциальных уравнений, обычно исследуют лишь качественные черты поведения системы.

В настоящее время появились новые методы решения нелинейных дифференциальных уравнений с использованием цифровых и аналоговых вычислительных машин.

## Волны

*Волной* называют любое колебательное состояние, форма которого распространяется в пространстве (но с переносом среды это распространение не связано). Так, под порывом ветра по ковыльной степи пробегает волна, но стебли ковыля остаются на месте. Волна продвигается вперед постольку, поскольку каждый участок среды испытывает возмущение, но воздействие со стороны соседних участков спереди и сзади не одинаково.

В зависимости от того, как ориентировано распространяющееся в среде возмущение относительно направления распространения (вдоль или поперек), различают *продольные* и *поперечные волны*.

Волны способны переносить в среде импульс и энергию. Эту энергию называют *энергией излучения*. Волны представляют собой непрерывный взаимный переход кинетической и потенциальной энергий.

Как механические, так и электромагнитные волны способны отражаться и преломляться на границе двух сред, а также огибать

препятствия (*дифрагировать*) и накладываться друг на друга (*интерферировать*), вызывая ослабление или усиление колебаний.

Особой способностью — быть *поляризованными* (линейно или эллиптически) — обладают только поперечные волны.

В лабораторном практикуме основные свойства волн — отражение, дифракция, интерференция — изучаются на примере поверхностных волн на воде с использованием стробоскопического освещения, а также на трехсантиметровых электромагнитных волнах (здесь исследуется и поляризация).

Возникающие в определенных условиях стоячие волны использованы в работе по изучению колебаний систем с распределенными параметрами (колебания струны и волны в двухпроводной линии Лехера).

Л и т е р а т у р а: [2; 5; 16; 22; 30; 31].

## 47 ИЗУЧЕНИЕ СОБСТВЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ СИСТЕМ С ОДНОЙ СТЕПЕНЬЮ СВОБОДЫ

*Цель работы: ознакомление с характером собственных колебаний и выяснение основных характеристик механических и электродинамических колебательных систем, определяющих процесс собственных колебаний.*

В механике простейшими колебательными системами с одной степенью свободы являются маятники, например пружинный (см. рис. 115, а).

В электродинамике такой системой является электрический колебательный контур, состоящий из последовательно соединенных индуктивности  $L$ , емкости  $C$  и активного сопротивления  $R$  (см. рис. 115, б).

При изучении колебаний в контуре всегда рассматривается изменение только одной из величин (ток в контуре, падение напряжения на активном сопротивлении, заряд конденсатора или разность потенциалов между его обкладками), поскольку они простым образом выражаются друг через друга.

Аналогами друг другу в механике и в электродинамике могут считаться смещение груза относительно положения равновесия и изменение заряда на обкладках конденсатора.

При малых потерях энергии в колебательной системе движение представляет собой затухающие колебания. Решение уравнения движения (IV.6) в этом случае представлено графически на рис. 116, а. Здесь изображена зависимость от времени смещения центра массы пружинного маятника относительно положения равновесия. Аналитически эта зависимость описывается уравнением (IV.7), из которого видно, что основные характеристики собственных колебаний системы — собственная частота (или период) и показатель затухания — связаны с параметрами самой системы.

В случае больших потерь энергии ( $\delta \geq \omega_0$ )

$$r/(2m) \geq \sqrt{k/m} \quad | \quad R/2L \geq 1/\sqrt{LC}$$

и в системе осуществляется аperiодический режим движения (см. рис. 116, б). Аналитически это выражается в том, что собственная частота  $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$  становится мнимой.

### (1) Механическая колебательная система

ПРИБОРЫ и ПРИНАДЛЕЖНОСТИ: штатив со шкалой, набор пружин различной жесткости, набор грузов различной массы, сосуд с водой, секундомер.

## ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

Установка (рис. 118) состоит из штатива 1 со шкалой; к штативу на пружинах 2 подвешиваются грузы 3. Для усиления затухания колебаний грузы помещаются в прозрачный сосуд 4 с водой.

### Задание 1. Определение зависимости периода собственных колебаний пружинного маятника от жесткости пружины и массы груза

1. Используя набор грузов известного веса  $P$ , определить жесткость  $k$  используемых в работе пружин по удлинению  $\Delta x$  пружин под нагрузкой:  $k = P/\Delta x$ . Для каждой пружины измерения провести с различными нагрузками и оценить погрешность.

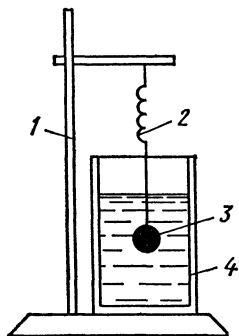


Рис. 118

2. Определить период колебаний маятника  $T$  для каждой пружины при различных значениях массы груза  $m$ . Используя секундомер, измерить время  $t$ , необходимое для  $n$  полных колебаний ( $n \geq 10$ ), и вычислить период  $T = t/n$ . Измерения повторить несколько раз и вычислить погрешность для каждой из пружин.

3. Используя результаты проведенных измерений, построить графики зависимости квадрата периода колебаний  $T^2$  от массы  $m$ .

4. Сравнить значения жесткости пружины  $k$ , полученные статическим методом в п. 1, и из углового коэффициента графика — зависимости квадрата периода от массы груза:  $T^2 = (4\pi^2/k) m$ .

### Задание 2. Определение логарифмического декремента затухания пружинного маятника

1. Поместив подвешенный к пружине груз в сосуд с водой, определить период колебаний по методу, изложенному в п. 2 задания 1.

2. Выводя маятник из положения равновесия и отмечая его начальное отклонение  $x_0$ , измерить время, в течение которого амплитуда его колебаний уменьшится в два раза:  $x(t) = x_0/2$ . Измерения повторить при разных значениях отклонений.

3. Вычислить логарифмический декремент затухания по формуле

$$\Theta = \frac{T}{t} \ln 2 = \frac{T}{t} \cdot 0,693$$

и оценить погрешность.

### (2) Электрический колебательный контур

ПРИБОРЫ и ПРИНАДЛЕЖНОСТИ: генератор импульсов, электронный осциллограф, катушка индуктивности, магазин емкостей, магазин сопротивлений.

## ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

В колебательном контуре (см. рис. 115, б) с помощью генератора импульсов возбуждаются колебания, для чего генератор вырабатывает короткие ( $\sim 10^{-5}$  с) импульсы с частотой 50 Гц. За время между импульсами в контуре происходят свободные затухающие колебания. Возникающее на концах катушки индуктивности напряжение подается на вертикальные пластины осциллографа, и на его экране наблюдается картина затухания колебаний.

**Перед выполнением заданий необходимо внимательно ознакомиться с инструкцией по эксплуатации генератора импульсов и осциллографа.**

### **Задание 1. Определение критического сопротивления колебательного контура при заданных величинах индуктивности и емкости**

1. Собрать электрическую схему измерительной установки (рис. 119). Установить заданную преподавателем величину емкости  $C$  и значение сопротивления  $R_m = 0$ .

2. Включить катодный осциллограф и генератор импульсов ГИ, дать им прогреться 2—3 мин.

3. Регулируя частоту развертки осциллографа, добиться получения на его экране устойчивой картины затухающих колебаний. Усиление по горизонтали следует подобрать так, чтобы на экране наблюдалась полная картина затухающих колебаний, подобная изображенной на рис. 116, а.

4. Убедиться в том, что длительность импульсов напряжения, подаваемых с генератора, значительно меньше, а промежуток между ними значительно больше периода наблюдаемых колебаний.

5. Постепенно увеличивая сопротивление  $R_m$ , добиться перехода от колебательной формы разряда к аperiodическому разряду.

6. Сравнить полученное значение критического сопротивления со значением, рассчитанным по формуле (IV.9).

7. Оценить точность, с которой измеряется  $R_{кр}$ . Сделать вывод о том, как согласуются теоретическое и опытное значения  $R_{кр}$ .

8. Зарисовать картину, наблюдаемую на экране осциллографа, при  $R_m = 0$  (сопротивление контура равно активному сопротивлению катушки индуктивности) и при полном сопротивлении контура, равном  $R_{кр}$ .

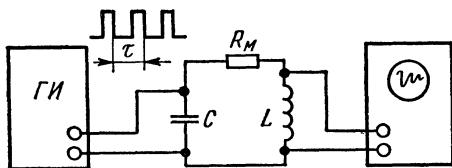


Рис. 119

### **Задание 2. Определение собственной частоты колебаний колебательного контура**

1. Прделав предварительно п. 1—3 предыдущего задания, определить при помощи меток времени или при помощи генератора импульсов период  $T$  собственных колебаний контура. В последнем

случае  $T$  находится по формуле  $T = \tau/n$ , где  $\tau$  — период следования импульсов, а  $n$  — число колебаний с периодом  $T$ , укладывающихся в интервале времени  $\tau$ .

2. Сравнить полученное значение  $T$  с его теоретическим значением, рассчитанным по формуле

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{1/(LC) - (R/2L)^2}}.$$

3. Определить погрешность измерения  $T$  данным методом и сделать вывод о том, как согласуются между собой результаты измерения и теоретическое значение периода  $T$ .

4. Опытным путем проверить предсказываемое теоретически влияние параметров контура  $R$ ,  $L$  и  $C$  на период собственных колебаний.

### **Задание 3. Определение логарифмического декремента затухания и добротности контура**

1. Выполнить п. 1, 2 и 4 первого задания, установив указанные преподавателем значения  $R_m$  и  $C$  контура.

2. Определить по шкале на экране осциллографа величину амплитуды затухающих колебаний через один или, если затухание невелико, через несколько периодов колебаний.

3. Зарисовать картины, наблюдаемые на экране осциллографа при двух различных значениях сопротивления  $R$  и неизменных  $L$  и  $C$ .

4. По полученным значениям амплитуд  $A_m$  и  $A_{m+n}$  ( $m$  и  $m+n$  — числа периодов колебаний) определить логарифмический декремент затухания  $\Theta$  и добротность контура  $Q$  из соотношений  $\Theta = \frac{1}{n} \ln \frac{A_m}{A_{m+n}}$ ;  $\tilde{Q} = \pi/\Theta$ .

5. Сравнить полученные значения  $\Theta$  и  $\tilde{Q}$  с их теоретическими значениями, рассчитанными по формулам

$$\Theta = \frac{\pi R}{\sqrt{(L/C) - (R^2/4)}}; \quad \tilde{Q} = \frac{\pi}{\Theta}.$$

6. Оценить погрешность, с которой в работе определяются значения  $\Theta$  и  $\tilde{Q}$ , и сделать выводы о том, как согласуются между собой результаты измерений и теоретические значения указанных величин.

7. Исследовать влияние параметров контура  $R$ ,  $L$  и  $C$  на величину логарифмического декремента и добротность контура.

### *Общее задание*

Провести аналогию между собственными колебаниями исследованных механических и электрических колебательных систем, сделав выводы о характере колебаний в этих системах и о том, какими параметрами системы определяются:



инерционность колебательной системы;  
 рассеяние энергии в системе;  
 реакция системы, возвращающая ее в положение равновесия.

Л и т е р а т у р а : [2; 5; 22, т. 1, 2].

## 48 ИЗУЧЕНИЕ СВЯЗАННЫХ КОЛЕБАНИЙ

**Ц е л ь р а б о т ы:** *изучение особенностей и основных характеристик колебаний систем с несколькими степенями свободы на примере двух связанных простых колебательных систем.*

В механике такую систему с двумя степенями свободы образуют два математических маятника массой  $m$  и длиной  $l$ , связанные невесомой пружиной с коэффициентом жесткости  $k$ . Пружина находится на расстоянии  $d$  от точек подвеса, расположенных на одной горизонтальной прямой (рис. 120). При движении маятников в одной вертикальной плоскости состояние такой системы полностью описывается двумя независимыми параметрами — углами  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  отклонения маятников от вертикали, т. е. система имеет две степени свободы.

Уравнения движения для каждого маятника можно получить из общего уравнения динамики вращательного движения вокруг неподвижной оси:

$$J\ddot{\varphi} = M. \quad (1)$$

Здесь  $J$  — момент инерции тела относительно оси вращения,  $\varphi$  — угол поворота и  $M$  — момент действующих на тело сил относительно этой же оси. Применительно к каждому маятнику уравнение (1) для малых колебаний имеет вид (рис. 120)

$$\begin{aligned} ml^2\ddot{\varphi}_1 + mgl\varphi_1 &= kd^2(\varphi_2 - \varphi_1), \\ ml^2\ddot{\varphi}_2 + mgl\varphi_2 &= kd^2(\varphi_1 - \varphi_2), \end{aligned} \quad (2)$$

поскольку момент инерции  $J$  точечной массы  $m$ , находящейся на расстоянии  $l$  от оси вращения, равен  $ml^2$ . Кроме того, при малых  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  удлинение пружины равно  $d(\varphi_1 - \varphi_2)$  и, следовательно, момент  $M$  упругой силы равен  $kd(\varphi_1 - \varphi_2)d$ , поскольку плечо этой силы равно  $d$ . Предполагается, что моменты сил трения, действующие на маятник, много меньше  $M$ , и затуханием можно пренебречь.

Система уравнений (2) путем почленного сложения и вычитания уравнений и последующего деления на  $ml^2$  может быть преобразована к виду

$$\ddot{\vartheta}_1 + \frac{g}{l}\vartheta_1 = 0; \quad \ddot{\vartheta}_2 + \left(\frac{g}{l} + 2\frac{kd^2}{ml^2}\right)\vartheta_2 = 0. \quad (3)$$

Здесь через  $\vartheta_1 = \varphi_1 + \varphi_2$  и  $\vartheta_2 = \varphi_1 - \varphi_2$  обозначены новые переменные.

Система уравнений (2) в результате этого преобразования распалась на два независимых уравнения (3), каждое из которых есть уравнение колебаний для гармонического осциллятора (IV.3) с собственными частотами соответственно

$$\omega_1^2 = \frac{g}{l} \quad \text{и} \quad \omega_2^2 = \frac{g}{l} + 2\frac{kd^2}{ml^2}. \quad (4)$$

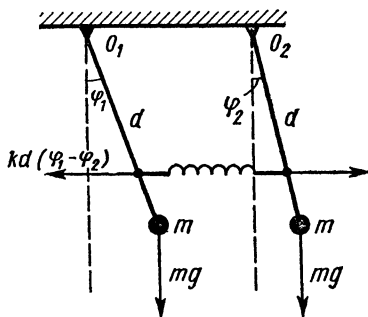


Рис. 120

Общие решения уравнений (3), согласно (IV.4), суть

$$\vartheta_1 = 2A \cos(\omega_1 t + \alpha_1),$$

$$\vartheta_2 = 2B \cos(\omega_2 t + \alpha_2).$$

Здесь ради удобства амплитуды обозначены  $2A$  и  $2B$ , а начальные фазы —  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$ .

Обратный переход к углам отклонения маятников  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  дает:

$$\varphi_1 = \frac{1}{2} (\vartheta_1 + \vartheta_2) = A \cos(\omega_1 t + \alpha_1) + B \cos(\omega_2 t + \alpha_2), \quad (5)$$

$$\varphi_2 = \frac{1}{2} (\vartheta_1 - \vartheta_2) = A \cos(\omega_1 t + \alpha_1) - B \cos(\omega_2 t + \alpha_2).$$

Таким образом, в общем случае колебания каждого маятника складываются из двух независимых колебаний с частотами  $\omega_1$  и  $\omega_2$ , которые определяются выражениями (4) и носят название *нормальных частот*.

Как видно из уравнений (5), возможны случаи, когда оба маятника одновременно колеблются лишь с одной из нормальных частот (т. е. при  $B = 0$  или  $A = 0$ ). Каждая из возможностей осуществляется в зависимости от способа возбуждения колебаний в системе, т. е. от начальных условий. Поскольку начальные отклонения и скорости маятников в общем случае имеют вид

$$\varphi_1|_{t=0} = A \cos \alpha_1 + B \cos \alpha_2;$$

$$\varphi_2|_{t=0} = A \cos \alpha_1 - B \cos \alpha_2; \quad (6)$$

$$\dot{\varphi}_1|_{t=0} = -A\omega_1 \sin \alpha_1 - B\omega_2 \sin \alpha_2;$$

$$\dot{\varphi}_2|_{t=0} = -A\omega_1 \sin \alpha_1 + B\omega_2 \sin \alpha_2,$$

то легко видеть, что случай  $B = 0$  означает, что в начальный момент оба маятника были отклонены на один и тот же угол  $\varphi_{10} = \varphi_{20} = A \cos \alpha_1$  и имели одинаковые скорости  $\dot{\varphi}_{10} = \dot{\varphi}_{20} = -A\omega_1 \sin \alpha_1$ . Этот случай соответствует так называемым

*синфазным колебаниям* — оба маятника колеблются с меньшей из нормальных частот  $\omega_1$ .

Случай  $A = 0$  означает, что в начальный момент маятники были отклонены на противоположные углы  $\varphi_{10} = -\varphi_{20} = B \cos \alpha_2$  и имели противоположные скорости  $\dot{\varphi}_{10} = -\dot{\varphi}_{20} = -B\omega_2 \sin \alpha_2$ . При таком способе возбуждения оба маятника осуществляют *антифазные колебания* с большей из нормальных частот  $\omega_2$ .

В общем случае произвольного способа возбуждения каждый из

маятников осуществляет сложное колебание, характер которого удобно наблюдать при слабой связи между маятниками:  $kd^2 \ll mgl$ . Тогда расстройка  $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$  мала по сравнению с нормальными частотами  $\omega_1$  и  $\omega_2$  и периодическое возрастание и убывание амплитуды колебаний каждого из маятников (это явление носит название *биения колебаний*), происходящее с частотой  $\Delta\omega$  (*частота биений*), легко наблюдается экспериментально.

Как видно из (4), нормальные частоты при наличии связи являются различными ( $\omega_1 \neq \omega_2$ ), поэтому при возбуждении такой системы внешним периодическим воздействием характерное для резонанса возрастание амплитуды колебаний системы наблюдается при двух частотах — так называемый «двугорбый резонанс».

В электрической цепи аналогом двух связанных маятников является электрическая цепь, состоящая из двух одинаковых колебательных контуров  $LC$ , связанных общей емкостью  $C_{12}$  (рис. 121).

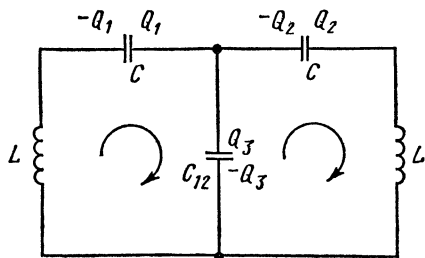


Рис. 121

Прежде всего заметим, что в силу сохранения заряда заряд на верхней обкладке конденсатора  $C_{12}$  связан с указанными на рис. 121 зарядами на обкладках конденсаторов  $C$  соотношением

$$Q_3 = Q_2 - Q_1. \quad (7)$$

Рассматривая обход каждого контура по часовой стрелке, как это указано на рис. 121, и учитывая, что полное падение напряжения при таком обходе равно нулю, получаем следующие уравнения для зарядов  $Q_1$  и  $Q_2$ :

$$\frac{Q_1}{C} - \frac{Q_3}{C_{12}} + LI_1 = 0; \quad \frac{Q_2}{C} + \frac{Q_3}{C_{12}} + LI_2 = 0. \quad (8)$$

Подставляя в (8) выражение для  $Q_3$  из (7) и учитывая, что  $I_1 = \dot{Q}_1$  и  $I_2 = \dot{Q}_2$ , приходим к системе двух уравнений для  $Q_1$  и  $Q_2$ :

$$\begin{aligned} L\ddot{Q}_1 + \frac{Q_1 - Q_2}{C_{12}} + \frac{Q_1}{C} &= 0, \\ L\ddot{Q}_2 + \frac{Q_2 - Q_1}{C_{12}} + \frac{Q_2}{C} &= 0. \end{aligned} \quad (9)$$

Дифференцируя по времени, легко получить систему уравнений точно такого же вида для токов  $I_1$  и  $I_2$  вместо зарядов  $Q_1$  и  $Q_2$ .

При выводе этих уравнений мы пренебрегли потерями в цепи, связанными с наличием активного сопротивления катушек. Форма полученных уравнений совпадает с формой уравнений (2), которые описывают малые колебания двух связанных маятников. Отсюда следует, что *и общий вид решения рассматриваемой системы и все основные его особенности могут быть найдены непосредственно из решений, полученных нами для двух связанных маятников*. Для этого достаточно произвести следующую формальную замену в уравнениях (2) — (5):

$$ml^2 \rightarrow L; \quad kd^2 \rightarrow \frac{1}{C_{12}}; \quad mgl \rightarrow \frac{1}{C}. \quad (10)$$

В частности, в рассматриваемой цепи должны существовать два типа нормальных колебаний, частоты которых  $\omega_1$  и  $\omega_2$ , как это следует из (10) и (4), равны:

$$\omega_1 = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}; \quad \omega_2 = \sqrt{\frac{1}{LC} + \frac{2}{LC_{12}}}. \quad (11)$$

Первый тип нормальных колебаний происходит с частотой  $\omega_1$  совпадающей с собственной частотой  $\omega_0$  каждого отдельно взятого  $LC$ -контура. Легко видеть, что этому типу соответствуют колебания, при которых заряд на емкости  $C_{12}$  все время остается равным нулю и ток через нее не течет. Иными словами, колебания происходят так, как если бы отсутствовал участок цепи, содержащий емкость  $C_{12}$ . Нормальным колебаниям с частотой  $\omega_2$  соответствуют такие колебания, когда токи в обоих связанных контурах все время равны по величине, но в одном из контуров направление тока соответствует обходу контура по часовой стрелке, а в другом — в обратном направлении. Таким образом, для этого типа нормальных колебаний токи в контурах находятся в противофазе, тогда как для нормальных колебаний с частотой  $\omega_1$  фазы этих токов совпадают.

Так же как в связанных маятниках, типичная картина колебаний в связанных контурах имеет вид биений, которые выражены тем отчетливее, чем слабее связь. Как легко видеть из выражений (11) для частот нормальных колебаний, при слабой связи ( $C_{12} \gg C$ ) биения происходят с частотой

$$\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1 \simeq \frac{C}{C_{12}} \omega_0. \quad (12)$$

Таким образом, период биений равен

$$T \simeq \frac{2\pi}{\omega_0} \frac{C_{12}}{C} = \frac{C_{12}}{C} T_0, \quad (13)$$

где  $T_0$  — период собственных колебаний в свободном  $LC$ -контуре.

## ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

ПРИБОРЫ и ПРИНАДЛЕЖНОСТИ: секундомер, сменные шарики, металлическая рейка, линейка, весы с разновесами.

Установка состоит из двух пар 1—2 и 3—4 одинаковых маятников, связанных между собой съемными пружинами 5 и укрепленных на общем штативе 6 (рис. 122). Пары маятников отличаются длиной подвеса. На подвесах крепятся сменные массивные шарики 7. Для удобства наблюдения синфазных нормальных колебаний предусмотрена возможность соединения маятников каждой пары легкой металлической рейкой 8.

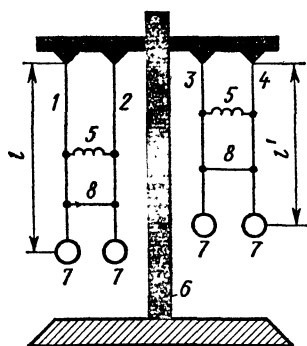


Рис. 122

### Задание 1. Определение частот нормальных колебаний

1. Соединив маятники металлической рейкой, определить с помощью секундомера период и частоту синфазных нормальных колебаний связанных маятников. Измерения следует проводить при малых ( $5-6^\circ$ ) начальных отклонениях маятников. Период следует определять по времени 20—30 полных колебаний. Сравнить полученное значение периода нормальных колебаний с периодом колебаний свободного маятника, входящего в данную пару связанных маятников. Измерения провести для обеих пар связанных маятников.

2. Провести аналогичные измерения для противофазных нормальных колебаний различных пар связанных маятников.

### Задание 2. Наблюдение биений и определение их частоты

1. Придерживая перед пуском один и отклонив другой маятник, добиться возникновения биений колебаний связанных маятников. Определить частоту биений по методу задания 1.

2. Изменяя высоту  $d$  крепления пружины на подвесе маятников, проверить качественно зависимость частоты биений от  $d$ .

3. Определить частоту биений для двух пар маятников различной длины  $l$  при одинаковых  $d$  и массах шариков  $m$ . Провести аналогичные измерения для определенной пары связанных маятников при фиксированных  $d$  и  $l$  для шариков различной массы  $m$  и сделать выводы о зависимости частоты биений от  $l$  и  $m$ .

### Задание 3. Наблюдение «двугорбого резонанса»

1. Изменяя частоту внешнего воздействия на связанные маятники, обнаружить два резонансных увеличения амплитуды.

2. С помощью секундомера измерить периоды и вычислить резонансные частоты.

3. Сравнить полученные в опыте частоты с предсказываемыми теорией (см. формулу (3)).

## (2) Электрическая часть

### ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

**ПРИБОРЫ и ПРИНАДЛЕЖНОСТИ:** генератор прямоугольных импульсов, катодный осциллограф, две катушки индуктивности (по 25 мГн), две емкости (25 и 1000 пФ), магазин емкостей, сопротивление 250 Ом, набор соединительных проводов.

Функциональная схема экспериментальной установки приведена на рис. 123. Колебания возбуждаются с помощью генератора прямоугольных импульсов напряжения. Частота импульсов равна 50 Гц, а их длительность  $\tau$  следует выбрать достаточно малой ( $\tau < T_0$ ). В промежутках между импульсами в цепи происходят свободные затухающие колебания. Напряжение, которое снимается с сопротивления  $R$ , пропорционально току через это сопротивление и является сложной функцией времени, так как соответствует сложению колебаний разных частот. Это напряжение подается на вход  $Y$  осциллографа. В условиях балансировки контуров, которая достигается путем регулирования величины емкости  $C'$ , на экране осциллографа должна наблюдаться хорошо выраженная картина биений.

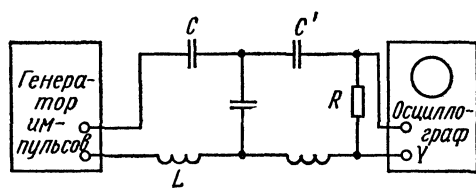


Рис. 123

### **Задание. Изучение влияния параметров электрических колебательных систем на биение колебаний**

Перед выполнением работы следует ознакомиться с инструкцией по эксплуатации генератора прямоугольных импульсов.

1. Собрать электрическую схему измерительной установки, изображенной на рис. 123.

2. Включить осциллограф и генератор импульсов, дать им прогреться 2—3 мин.

3. Регулируя частоту развертки осциллографа и проводя балансировку контуров, путем плавного изменения емкости конденсатора добиться получения на экране осциллографа устойчивой четкой картины колебаний. Усиление по горизонтали следует выбрать таким, чтобы на экране наблюдалась картина, соответствующая 2—3 периодам биений.

4. С помощью меток времени (см. описание работы осциллографа) определить период модулируемых колебаний и период биений  $T$ .

5. Прodelать аналогичные измерения для 5—6 значений емкости в пределах от 250 пФ до 0,002 мкФ. Результаты представить в виде графика в осях координат ( $C_{12}$ ,  $T$ ). Сделать вывод о зависимости периода биений от величины  $C_{12}$ .

6. Отключить емкость связи  $C_{12}$  и, получив на экране осциллографа устойчивую картину затухающих колебаний, методом меток времени определить период этих колебаний. Сравнить его с периодом модулированных колебаний, которые наблюдались при наличии в цепи емкости  $C_{12}$ .

7. Сравнить полученные результаты для зависимости периода биений от величины  $C_{12}$  и периода  $T_0$  собственных колебаний LC-контура с соответствующей теоретической зависимостью (см. формулу (13)).

### Общее задание

Провести аналогию между связанными колебаниями механических и электрических колебательных систем. Сделать выводы о влиянии параметров систем на биения колебаний.

Л и т е р а т у р а : [11; 22, т. 1, 2; 25; 31].

## 49 ИЗУЧЕНИЕ ВЫНУЖДЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ

*Ц е л ь р а б о т ы: изучение явлений, наблюдаемых при внешнем возбуждении колебаний с частотами, близкими к резонансной, исследование зависимости амплитуды и фазы этих колебаний от частоты вынуждающего воздействия.*

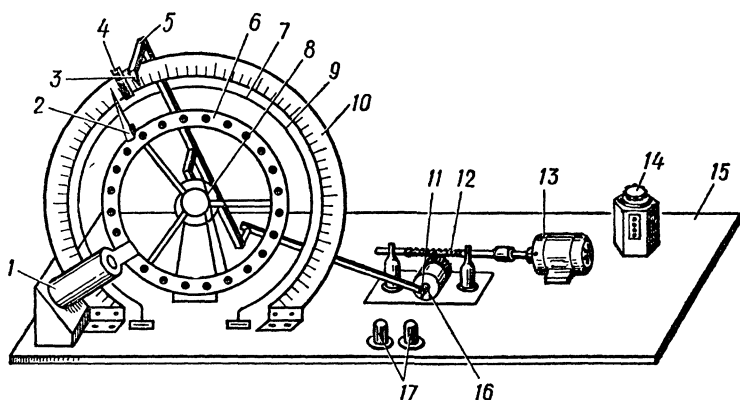


Рис. 124

В м е х а н и к е для изучения вынужденных колебаний может быть использован крутильный маятник (рис. 124).

Если к крутильному маятнику приложен момент внешних сил, гармонически зависящий от времени, то уравнение движения (IV.10) имеет вид

$$\ddot{\alpha} + 2\delta\dot{\alpha} + \omega_0^2\alpha = (M_0/J) \sin \Omega t, \quad (1)$$

где  $\alpha$  — угол отклонения маятника от положения равновесия;  $\omega_0^2 = k/J$ ,  $k$  — постоянная момента упругой силы;  $J$  — момент инерции маятника;  $\delta = b/(2J)$ ,  $b$  — постоянная момента сил трения;  $M_0$  — амплитуда момента внешних сил.

Уравнение (1) имеет своим решением гармоническое колебание с частотой, равной частоте вынуждающего воздействия, но сдвинутое по фазе на угол  $\psi$ :

$$\alpha = A \sin (\Omega t + \psi), \quad (2)$$

где амплитуда

$$A = \frac{M_0}{J \sqrt{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + 4\delta^2\Omega^2}},$$

а фазовый сдвиг  $\psi$  определяется из (IV.12).

В электродинамике для изучения вынужденных колебаний удобнее всего использовать колебательный контур с последовательно включенным в него источником гармонически изменяющейся э. д. с.  $\mathcal{E}(t)$ , частоту которой можно варьировать (рис. 125).

Уравнение для определения поведения заряда на обкладках конденсатора имеет вид (IV.10) и его решение — вид (IV.11), а фазовый сдвиг между вынужденными колебаниями и вынуждающим воздействием определяется также по формуле (IV.12).

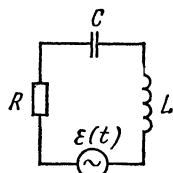


Рис. 125

### (1) Механическая часть

ПРИБОРЫ и ПРИНАДЛЕЖНОСТИ: установка с крутильным маятником, секундомер.

### ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

Диск крутильного маятника 6 (рис. 124) приводится в движение под действием прикрепленной к нему спиральной пружины 8, конец которой скреплен с рычагом 5. Момент внешних сил прикладывается к диску через рычаг 11. Эксцентрик через понижающий редуктор 12 приводится во вращение электродвигателем 13. Амплитуда момента внешних сил задается путем перемещения эксцентрика в пазу 16 и может быть определена путем отсчета по шкале 10 амплитуды колебаний указателя 3, жестко связанного с рычагом 5.

Частота приложенного момента внешних сил регулируется автотрансформатором 14.

Затухание маятника может быть увеличено с помощью электромагнита 1, между полюсами которого колеблется металлический диск маятника, в результате чего в нем возникают токи Фуко. Величину этих токов можно считать пропорциональной линейной скорости движения диска между полюсами, поэтому включение электромагнита приводит к увеличению эффективного значения момента сил трения в уравнении (1).

На основании 15 смонтирована панель для неоновых сигнальных ламп 17, которые вместе с двумя передвижными контактами 4 и 9, помещенными на шкале 10, служат для определения сдвига фазы  $\psi$ .

При соприкосновении контакта 4 с указателем 3 рычага 5 цепь неоновой лампы замыкается и она дает вспышку. Положение кон-

такта 4 подбирается таким, чтобы вспышка фиксировала момент максимального отклонения рычага 5 из положения равновесия (при этом вспышка лампы должна быть однократной).

На проволочном кольце 7 помещен второй подвижный контакт 9, который при соприкосновении с указателем маятника замыкает цепь второй неоновой лампы. Подобрав положение этого контакта так, чтобы обе лампы вспыхивали одновременно, можно по шкале 10 определить угол  $\gamma$ , а через него фазовый сдвиг  $\psi$ .

### **Задание 1. Определение частоты собственных колебаний маятника и логарифмического декремента затухания**

1. Отклонив маятник из положения равновесия, определить с помощью секундомера период  $T$  и частоту его собственных колебаний  $\omega = 2\pi/T$ . Пользуясь формулой  $\Theta = \ln(A_n/A_{n+1})$ , где  $A_n$  и  $A_{n+1}$  — последовательные (через период) амплитудные значения отклонения маятника, определить логарифмический декремент затухания маятника.

2. Меняя ток в цепи электромагнита, провести указанные измерения для трех значений коэффициента затухания.

### **Задание 2. Определение зависимости амплитуды от частоты**

1. Установив заданное значение тока в цепи электромагнита, включить цепь электродвигателя и провести измерение амплитуды вынужденных колебаний диска маятника как функции частоты  $\Omega$  внешнего воздействия для 7—8 пар значений указанных величин.

Частота  $\Omega$  изменяется с помощью автотрансформатора и определяется из периода колебаний указателя 3. После каждого изменения частоты внешнего воздействия перед проведением измерения амплитуды  $A$  необходимо выждать некоторое время, необходимое для установления режима вынужденных колебаний. Для каждой пары значений  $\Omega$  и  $A(\Omega)$  провести несколько измерений и взять их средние значения.

2. Указанные измерения провести при другом значении коэффициента затухания. Построить графики зависимости  $A = f(\Omega)$ .

### **Задание 3. Определение фазочастотной характеристики**

1. Установив подвижный контакт 4 на шкале 10 так, чтобы вспышка неоновой лампы происходила в момент максимального отклонения рычага 5, и передвигая затем контакт 9 по кольцу 7, добиться одновременности вспышек обеих ламп.

2. Определить сдвиг фазы  $\psi$  вынужденных колебаний относительно фазы момента приложенного возмущения по формуле  $\psi = \pi\gamma/(2\alpha_0)$ , где  $\alpha_0$  — угловая амплитуда колебаний диска маятника (при этой же частоте  $\Omega$ ),  $\gamma$  — отсчитанный по шкале 10 угол между



подвижным контактом 4 и максимальным значением отклонения указателя 2 маятника.

Измерение  $\psi$  провести при 7—8 значениях  $\Omega$ , повторяя их несколько раз для каждого значения.

3. Повторить указанные измерения при другом значении коэффициента затухания. Построить графики  $\psi = f(\Omega)$ .

## (2) Электрическая часть

ПРИБОРЫ и ПРИНАДЛЕЖНОСТИ: звуковой генератор, катодный осциллограф, индуктивность, магазин емкостей, магазин сопротивлений, набор соединительных проводов.

### ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

Схема экспериментальной установки изображена на рис. 126. Для возбуждения колебаний в электрический контур, образованный катушкой индуктивности ( $L = 1$  Гн,  $R_L = 127$  Ом), емкостью  $C$  (магазин емкостей) и резистором  $R_1$  (магазин сопротивлений), со звукового генератора  $ЗГ$  подается переменное напряжение.

Последовательно с элементами контура включен небольшой омический резистор ( $R_2 = 10$  Ом), напряжение с которого подается на вход  $Y$  осциллографа С1-1. Это напряжение пропорционально току в контуре и находится с ним в одной фазе. На вход  $X$  осциллографа подается входное напряжение с клемм генератора 1—2. Для удобства измерений амплитуды тока в контуре (точнее, величины, пропорциональной ей), служит ключ  $K$ , при размыкании которого выключается горизонтальная развертка.

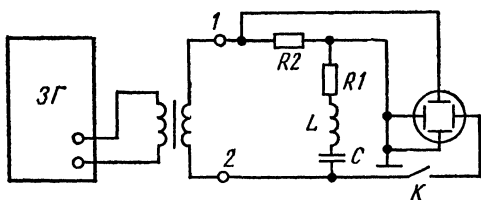


Рис. 126

Перед выполнением заданий необходимо ознакомиться с инструкцией по эксплуатации генератора звуковой частоты и катодного осциллографа.

### **Задание 1. Изучение зависимости амплитуды колебаний от частоты и определение добротности и полосы пропускания контура**

1. Собрать схему измерительной установки (рис. 126), установив значения емкости  $C = 0,1 \div 0,01$  мкФ и сопротивления  $R_1 = 0$ .

2. Определить по заданным значениям  $L$  и  $C$  угловую резонансную частоту контура:  $\Omega_{\text{рез}} \simeq \omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ . Линейная частота  $\nu_{\text{рез}} = \omega_0/(2\pi)$ .

3. Включив соответствующий найденному значению  $\nu_{\text{рез}}$  диапазон частот звукового генератора и регулируя его выходное напря-

жение, а также величину усиления по вертикали (ось  $Y$ ), добиться получения устойчивой картины синусоидальных колебаний на экране осциллографа.

4. Разомкнуть ключ  $K$  и, выключив генератор развертки осциллографа, измерить с помощью вертикальной шкалы на экране осциллографа величину наблюдаемого сигнала при различных значениях частоты  $\nu$  входного напряжения. Отсчет частоты по шкале звукового генератора следует делать с интервалом 5 Гц вблизи резонансного значения и с интервалом 10 Гц вдали от него. Измерения следует проводить при постоянном значении амплитуды выходного напряжения и усиления по вертикали.

5. Провести аналогичные измерения при других значениях сопротивления  $R_1$  (100 и 200 Ом), повторяя их несколько раз для каждого значения.

6. По результатам измерений построить резонансные кривые  $I_0 = f(\nu)$  для различных значений  $R_1$ . При вычислении  $I_0$  следует брать среднее значение амплитуды сигнала на частоте  $\nu$ , полученное в серии измерений с фиксированным значением  $R_1$ .

Пользуясь полученными графиками, определить в каждом случае резонансную частоту  $\nu_{\text{рез}}$ , ширину резонансной кривой  $\Delta\nu$ , соответствующую значению  $I_0 = 0,7I_{\text{макс}}$ , добротность контура  $\tilde{Q} = \nu_{\text{рез}}/\Delta\nu$ .

Сравнить полученные значения  $\nu_{\text{рез}}$  и  $\tilde{Q}$  с их теоретическими значениями (см. формулы (IV.13) и (IV.14)) и сделать вывод о зависимости  $\tilde{Q}$  и  $\Delta\nu$  от величины  $R_1$ .

## Задание 2. Построение фазочастотной характеристики

1. Замкнув ключ  $K$ , подать на вход  $X$  осциллографа напряжение с колебательного контура (см. схему на рис. 126). Это напряжение пропорционально напряжению на входе и находится в фазе с ним.

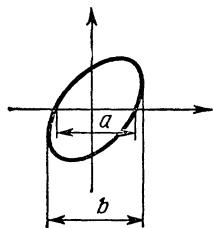


Рис. 127

2. Регулируя усиление осциллографа по осям  $X$  и  $Y$ , получить одинаковую величину сигнала по этим осям. Поскольку частота напряжения, приложенного к горизонтально и вертикально отклоняющим пластинам осциллографа, одинакова, то возникающие на экране фигуры Лиссажу имеют вид эллипса (рис. 127).

3. Изменяя частоту генератора, с помощью фигур Лиссажу определить сдвиг фаз между током в контуре и напряжением на входе контура по формуле

$$\varphi = \arcsin(a/b),$$

где  $a$  и  $b$  — отрезки, указанные на рис. 127. При проведении измерений следует иметь в виду, что, согласно выражению (IV.12),  $\lg \varphi$  меняет знак при  $\Omega = \omega_0$ , а  $\varphi = \psi + \pi/2$  ( $\psi$  — фазовый сдвиг между зарядом на конденсаторе и напряжением).

4. Провести указанные измерения для трех значений  $R_1$  (0, 100 и 200 Ом), повторяя их несколько раз для каждого значения  $\Omega$ .

5. Пользуясь полученными данными, построить графики зависимости  $\varphi(\Omega)$  при заданных значениях  $R_1$ , откладывая по оси ординат среднее значение  $\varphi$ , полученное для каждого значения  $\Omega$ .

6. Сравнить полученное значение резонансной частоты  $\Omega_{\text{рез}}$  с ее значением, найденным в первой части работы. Сравнить найденные кривые  $\varphi(\Omega)$  с теоретическими. Оценить погрешность, с которой определяется резонансная частота данным методом.

### *Общее задание*

Провести аналогию между вынужденными колебаниями механических и электрических колебательных систем. Сделать вывод о характере колебаний в этих системах, о влиянии параметров систем на явление резонанса.

Л и т е р а т у р а: [11; 22, т. 1, 2].

## **50 ИЗУЧЕНИЕ АВТОКОЛЕБАНИЙ**

**Ц е л ь р а б о т ы:** *изучение условий возникновения негармонических затухающих колебаний на примерах простейших автоколебательных систем и ознакомление с некоторыми способами осуществления этих колебаний.*

Негармонические колебания осуществляются в природе в системах, содержащих нелинейные элементы, которые преобразуют энергию источника в энергию колебаний. Стационарные, незатухающие колебания, поддерживаемые в таких системах за счет энергии, поступающей из неколебательного источника, получили название автоколебаний. По форме периодические автоколебания могут быть и не близки к синусоидальным. В таком случае они могут рассматриваться как осуществление в системе одновременно целого спектра гармонических колебаний (подробнее об этом в работе «Гармонический анализ»).

Самой характерной чертой автоколебаний является то, что они происходят с амплитудой и частотой, определяемыми только свойствами самой системы, а не внешними или начальными условиями, как это имеет место в случае собственных или вынужденных колебаний. Это связано с тем, что поступление энергии источника в систему зависит от состояния системы и регулируется самой системой. Амплитуда автоколебаний определяется тем условием, что количество энергии, рассеивающееся в системе (*потери*) за один период, как раз равно количеству энергии, поступающей за это же время из источника. Поэтому автоколебательная система всегда приходит к одному и тому же стационарному процессу с вполне определенной амплитудой.

Во многих случаях автоколебательную систему можно разделить на: 1) собственно колебательную систему, 2) источник энергии и 3) механизм, регулирующий поступление энергии из источника в колебательное устройство.

Регулятор поступления энергии в систему всегда является нелинейным, поэтому поведение автоколебательной системы описывается нелинейными дифференциальными уравнениями.

Практическая ценность автоколебательных систем состоит в том, что они являются источниками незатухающих колебаний (например, в радиопередатчиках).

В механике примером системы, осуществляющей автоколебания, может служить маятник Фроуда, представляющий собой обычный физический маятник, жестко скрепленный с муфтой, свободно насаженной на равномерно вращающийся вал (рис. 128). Здесь автоколебания возникают в силу отличия механического трения при относительном движении трущихся поверхностей и при их относительном покое. Малость затухания в данном случае обеспечивается малым коэффициентом трения вала о муфту, а трением маятника о воздух можно вообще пренебречь.

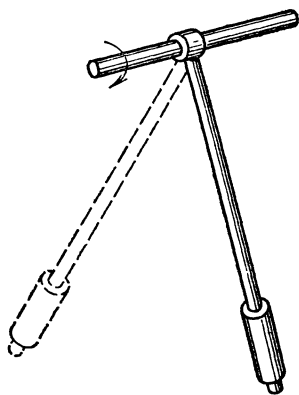


Рис. 128

Нелинейным элементом, необходимым для осуществления автоколебаний, в данном случае являются поверхности, осуществляющие сухое механическое трение с его падающей зависимостью коэффициента трения от скорости (известно, что трение покоя больше трения скольжения при малых скоростях).

Если обозначить угловую скорость вала  $\Omega$ , угол отклонения маятника от вертикали  $\alpha$ , момент инерции маятника  $J$ , массу маятника  $m$  и его приведенную длину  $l$ , то уравнение движения физического маятника запишется в виде

$$J\ddot{\alpha} + mgl \sin \alpha = M,$$

где  $M$  — момент сил трения.

Для малых углов ( $\sin \alpha \simeq \alpha$ ) уравнение имеет вид

$$J\ddot{\alpha} + mgl\alpha = M. \quad (1)$$

Момент сил трения является функцией скорости взаимного движения трущихся поверхностей, т. е. функцией угловой скорости вращения муфты маятника относительно вала:

$$M = f(\dot{\alpha} - \Omega).$$

В случае малого отличия скоростей вала и муфты эту функцию в окрестности  $\dot{\alpha} = \Omega$  можно записать (учитывая направление сил трения, т. е. против скорости) в виде

$$M = -f(0) \frac{(\dot{\alpha} - \Omega)}{|\dot{\alpha} - \Omega|} - |f'(0)| (\dot{\alpha} - \Omega). \quad (2)$$

Для случая сухого (внешнего) трения уравнение (1) с учетом (2) принимает вид

$$\ddot{\alpha} + \frac{f'(0)}{J} \dot{\alpha} + \omega_0^2 \alpha = -\frac{f(0)}{J} \frac{(\dot{\alpha} - \Omega)}{|\dot{\alpha} - \Omega|} + \frac{f'(0) \Omega}{J}. \quad (3)$$

Из-за падающей характеристики (рис. 129) зависимости сил сухого трения от скорости ( $f'(0) < 0$ ) левая часть уравнения (3) показывает возрастание амплитуды колебаний со временем, т. е. отрицательный знак коэффициента при скорости в уравнении (3) означает подачу энергии в колебательную систему из внешнего источника. Так было бы, если бы правая часть уравнения была равна нулю. Но в правой части уравнения (3) стоит не равный нулю момент сил трения, состоящий из двух слагаемых, постоянных по величине, но по знаку постоянно только второе слагаемое, а знак первого слагаемого определяется соотношением величин и знаков скоростей вала и муфты маятника.

Одновременное поступление в систему энергии из внешнего источника и ее рассеяние вследствие трения создают возможность осуществления в системе стационарных (незатухающих) колебаний в случае уравновешенности поступления и потерь энергии.

Рассмотрим условие реализации этой возможности.

На последнее слагаемое в правой части уравнения (3) можно не обращать внимания — постоянный момент сил имеет отношение только к положению равновесия, около которого возможны колебания, но не к самим колебаниям. Стационарный колебательный режим осуществляется, если среднее за период поступление энергии в колебательную систему равно энергии потерь, т. е. импульс момента сил сбалансирован:

$$\int_0^T M dt = \int_0^T \left[ -f(0) \frac{(\dot{\alpha} - \Omega)}{|\dot{\alpha} - \Omega|} - f'(\dot{\alpha}) \dot{\alpha} \right] dt = 0. \quad (4)$$

Если подынтегральное выражение в течение всего периода больше нуля, то равенство (4) невозможно и, следовательно, невозможны автоколебания при  $|\dot{\alpha}| < \Omega$ . Физически это означает, что при больших угловых скоростях вала мы не попадаем на падающий участок характеристики сил трения, где  $f'(\dot{\alpha} - \Omega) < 0$

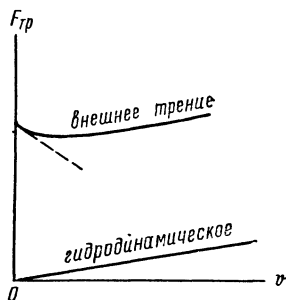


Рис. 129

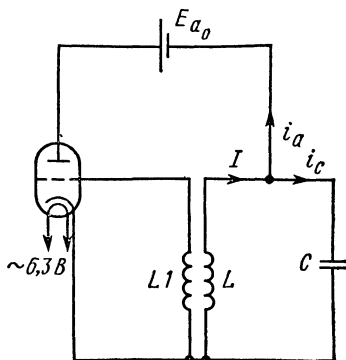


Рис. 130

(рис. 129). В этом случае колебания затухают и положение равновесия маятника легко определить из уравнения (3), положив  $\dot{\alpha} = 0$  и  $\ddot{\alpha} = 0$ :

$$\alpha_0 = \frac{f(0) + f'(0) \Omega}{J \omega_0^2}.$$

Следовательно, необходимым условием осуществления автоколебаний маятника Фроуда является малая угловая скорость вращения вала, т. е.

$$\Omega < |\dot{\alpha}|.$$

Проведенный анализ упрощенного уравнения (3) хотя и дает возможность понять, каким образом возникают в системе автоколебания, однако уравнение (3) в силу сделанных упрощений (линеаризация исходного нелинейного уравнения) никоим образом не описывает режим автоколебаний, а лишь показывает его возможность.

В электродинамике автоколебательные системы используются для создания незатухающих электрических колебаний.

Исследуемый в данной работе ламповый генератор электрических колебаний, схема которого показана на рис. 130, может рассматриваться как электрический аналог маятника Фроуда.

Рассмотрим процесс возникновения автоколебаний в данной системе, представляющей собой трехэлектродную лампу, в анодную цепь которой включен колебательный контур. В сеточной цепи имеется катушка  $L1$ , индуктивно связанная с катушкой  $L$  колебательного контура. Коэффициент взаимной индукции, характеризующий эту связь, равен  $M$ . Уравнение для тока  $I$ , проходящего через катушку индуктивности контура, легко найти, если учесть, что суммарное падение

напряжения при полном обходе по контуру (оно, очевидно, равно нулю) может быть записано в виде

$$L\dot{I} + RI + \frac{1}{C} Q_C = 0, \quad (5)$$

а ток  $I$  равен сумме анодного тока  $I_a$  и тока  $I_C$  через емкость  $C$ :

$$I = I_a + I_C. \quad (6)$$

Дифференцируя (5) по времени и подставляя в него вместо  $\dot{Q}_C$  значение  $I_C = I - I_a$ , полученное из (6), приходим к уравнению для тока  $I$ :

$$L\ddot{I} + RI + \frac{1}{C} I = \frac{1}{C} I_a. \quad (7)$$

Как это и должно быть, при  $I_a = 0$ , когда величина тока в контуре никак не связана с параметрами остальной цепи, уравнение (7) совпадает с уравнением для свободных затухающих колебаний в электрическом контуре.

Предположим теперь, что ток в анодной цепи лампы отличен от нуля. Как известно (см., например, [22, т. 2]), анодный ток является сложной функцией анодного напряжения  $U_a$  и напряжения  $U_1$  на сетке лампы:

$$I_a = f(U_1 + \mu U_a), \quad (8)$$

где проницаемость лампы  $\mu$  — малая безразмерная величина.

Анодное напряжение складывается из э. д. с. батареи  $\mathcal{E}_a$  и э. д. с. самоиндукции ( $-LI$ ), возникающей при изменении тока в катушке колебательного контура:

$$U_a = \mathcal{E}_a - LI.$$

Напряжение на сетке возникает благодаря э. д. с. взаимной индукции  $U_1 = -M\dot{I}$ , которая наводится в катушке  $LI$  пронизывающим ее переменным магнитным полем, создаваемым изменяющимся по величине током  $I$  в контуре. Таким образом, уравнение (7) можно записать в следующем виде:

$$L\ddot{I} + RI + \frac{1}{C} I = \frac{1}{C} f[-M\dot{I} + \mu(\mathcal{E}_a - LI)]. \quad (9)$$

Дальнейший анализ можно провести вполне аналогично тому, как это делалось выше для маятника Фруда. Разлагая функцию  $f$  в ряд Тейлора в окрестности  $\dot{I} = 0$  и ограничиваясь первыми двумя членами ряда, получаем из (9) линейризованное уравнение, описывающее колебания тока  $I$  в контуре:

$$L\ddot{I} + \left[R + \frac{S}{C} (M + \mu L)\right] \dot{I} + \frac{1}{C} I = \frac{1}{C} f(\mu \mathcal{E}_a) + \frac{S}{C} \mu \mathcal{E}_a. \quad (10)$$

Здесь через  $S = I'_a = f'(\mu \mathcal{E}_a)$  обозначена производная по напряжению при  $\dot{I} = 0$ . Эта величина называется *крутизной анодной характеристики* лампы и всегда неотрицательна:  $S \geq 0$ .

Уравнение (10) является линейным дифференциальным уравнением с постоянными коэффициентами. Оно достаточно правильно описывает колебания тока в контуре, пока амплитуда их мала по величине. Очевидно, что условие установившихся колебаний тока в контуре, аналогичное условию автоколебаний маятника Фруда, имеет вид

$$\int_0^T \left[ R + \frac{S}{C} (M + \mu L) \right] dt = 0. \quad (11)$$

Это условие означает, что потери энергии в контуре за период полностью компенсируются поступлением энергии из внешнего питающего источника (в данном случае — анодной батареи).

Постоянные члены в правой части уравнения (10) можно не учитывать — они не влияют на колебательный процесс в контуре, а определяют лишь «нулевой» уровень тока в контуре, от которого ведется отсчет.

Из входящих в равенство (11) величин только  $M$  может быть отрицательна. Поэтому сохранение колебаний в данной системе возможно лишь при отрицательных и достаточно больших по величине значениях коэффициента взаимной индукции  $M$ . Иначе говоря, автоколебания возникают при достаточно сильной отрицательной обратной связи  $M$  между катушками в анодной и сеточной цепи ( $M < 0$ ).

Можно дать простое качественное описание процесса возникновения автоколебаний в данной схеме.

Случайное возникновение колебаний в контуре приводит к тому, что в катушке  $L1$  индуцируется э. д. с., которая тем больше, чем больше амплитуда тока в контуре. Эта э. д. с. подается на управляющую сетку лампы, вызывая увеличение амплитуды анодного тока, что в свою очередь вызывает дальнейшее увеличение тока в колебательном контуре до тех пор, пока потери не сравняются с подводом энергии.

Когда говорится об отрицательной или положительной обратной связи, то имеется в виду влияние связи на тенденцию колебаний к возрастанию или затуханию. Так, отрицательная обратная связь стремится блокировать любую тенденцию, т. е. не дает развиваться как затуханию, так и возрастанию колебаний в системе, и соответственно положительная обратная связь поддерживает начавшееся в системе усиление или затухание колебаний — колебательная система либо «идет в разнос», либо очень быстро прекращает колебания.

## (1) Механическая часть

### ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

ПРИБОРЫ и ПРИНАДЛЕЖНОСТИ: экспериментальная установка, секундомер.

Схема экспериментальной установки дана на рис. 131.

Маятник представляет собой стальной стержень 2, свободно насаженный с помощью разъемного подшипника скольжения 3 на вал 4. На стержне маятника могут передвигаться и закрепляться в произвольном положении три груза 1, масса каждого груза 400 г. Вал 4 приводится во вращение электромотором 5 через понижающий редуктор 6. Угловая скорость вращения вала регулируется путем изменения напряжения, подаваемого на электродвигатель.

Для отсчета амплитуды колебаний маятника установка снабжена секторной шкалой 7 с градусными делениями. Нуль шкалы соответствует равновесному положению маятника на неподвижном валу. Определение числа оборотов вала осуществляется с помощью круговой шкалы 8.

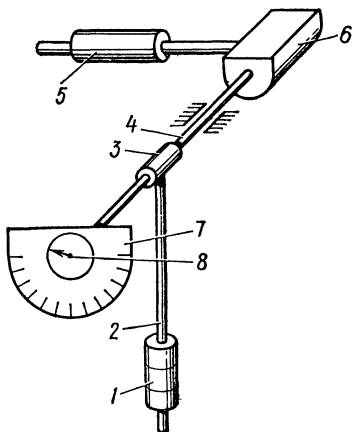


Рис. 131

Данная установка позволяет изучить характер колебаний маятника Фроуда как при сухом трении, так и при трении при наличии жидкой смазки между маятником и валом.

### Задание 1. Наблюдение колебаний маятника при сухом трении

1. Разобрать разъемный подшипник и протереть смоченной в спирте ватой трущиеся поверхности вала и муфты с целью удалить следы смазки. Собрать установку.

2. При неподвижном вале убедиться в быстром затухании маятника под действием сил сухого трения. Измерить период колебаний  $T$  и найти частоту  $\omega = 2\pi/T$  маятника.

3. Задать частоту вращения вала  $\Omega$  заведомо меньшую, чем собственная частота маятника  $\omega$ , и убедиться, что колебания не затухают за время явно большее, чем время затухания, обнаруженное при выполнении п. 2 настоящего задания. Убедиться в устойчивости режима автоколебаний.

4. Медленно и с интервалами увеличивая частоту вращения вала  $\Omega$ , обнаружить момент прекращения автоколебаний. Измерить  $\Omega$  и убедиться, что  $\Omega > \omega$ .

### Задание 2. Наблюдение колебаний маятника при гидродинамическом трении

1. Разобрать муфту маятника и нанести смазку на трущиеся поверхности.

2. Измерить период колебаний  $T$ , частоту маятника  $\omega = 2\pi/T$  и время затухания  $t_z$  при неподвижном вале.

3. Убедиться в отсутствии автоколебаний (прекращение колебаний) при любой угловой скорости вращения вала  $\Omega$  ( $\Omega < \omega$  и  $\Omega > \omega$ ).

#### (2) Электрическая часть

#### ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

ПРИБОРЫ и ПРИНАДЛЕЖНОСТИ: электронный осциллограф, генератор импульсов, магазин емкостей, вариометр, лампа-триод, потенциометр, вольтметр.

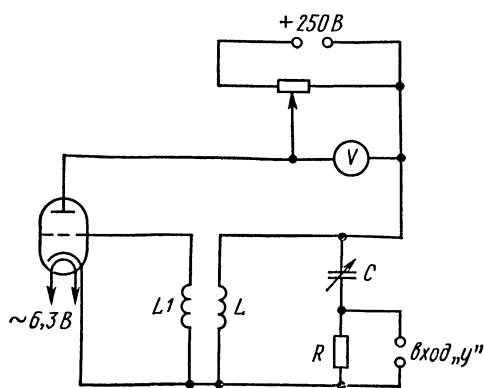


Рис. 132

Электрическая схема экспериментальной установки изображена на рис. 132. Здесь  $L$  и  $L1$  — катушки индуктивностей вариометра. Отличие этой схемы генератора от рассмотренной нами принципиальной схемы незначительно: вместо постоянной емкости в контуре используется магазин емкостей, а анодное напряжение может регулироваться с помощью потенциометра. Величина напряжения, сни-



маемого с сопротивления  $R$ , пропорциональна мгновенному значению тока в колебательном контуре. Оно подается на вход осциллографа, на экране которого и наблюдается картина возникающих в контуре колебаний.

### **Задание. Исследование незатухающих колебаний**

1. Собрать схему установки (рис. 133), подключить питание и накал лампы, включить осциллограф и дать ему прогреться 2—3 мин.

2. Установить анодное напряжение примерно 150 В и, изменяя ориентацию катушки  $L1$  относительно катушки  $L$ , добиться возникновения колебаний в контуре. Зарисовать картину колебаний, наблюдаемых на экране осциллографа.

3. Изучить, каким образом изменение ориентации катушки  $L1$  меняет картину наблюдаемых колебаний. Меняется ли амплитуда колебаний и их период?

4. Изучить, каким образом зависит форма наблюдаемых колебаний от анодного напряжения. Определить, при каком значении анодного напряжения наблюдается «срыв» колебаний. Зависит ли значение напряжения «срыва» от взаимной ориентации катушек, т. е. от величины обратной связи?

### **Общее задание**

Провести аналогию между автоколебаниями исследованных механической и электрической колебательных систем, выделив сходные элементы систем, и указать необходимые из них для осуществления автоколебаний.

Отметить влияние величины и знака существенных параметров систем на осуществление автоколебаний.

**Л и т е р а т у р а:** [2; 5; 22, т. 1, 2].

## **51 ГАРМОНИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ**

**Ц е л ь р а б о т ы:** *ознакомление с основами гармонического анализа колебаний.*

Всякая периодическая функция может быть представлена в виде ряда \*:

$$f(t) = c_0 + \sum_{n=1}^{\infty} c_n \sin(n\omega t + \varphi_n), \quad (1)$$

где  $n = 1, 2, \dots$ , а  $c_n$  и  $\varphi_n$  — соответственно амплитуда и фаза  $n$ -й гармоники. Здесь  $\omega = 2\pi/T$ , где  $T$  — период.

---

\* Обоснование возможности такого представления см. в приложении в конце книги («Математическое дополнение»).

На практике это означает, что всякое периодическое возмущение можно рассматривать как сумму взаимосвязанных гармонических возмущений, имеющих определенную амплитуду и частоту, т. е. определенный набор (*спектр гармоник*).

В настоящей работе подвергаются гармоническому анализу прямоугольные импульсы и колебания, получаемые на выходе однополупериодного и двухполупериодного выпрямителя.

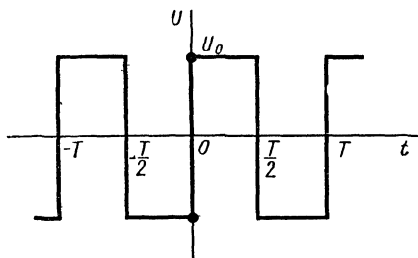


Рис. 133

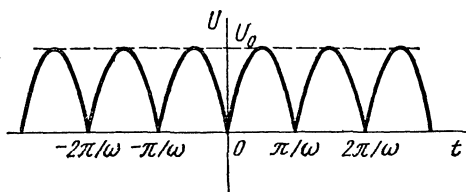


Рис. 134

Разложение в ряд Фурье прямоугольных импульсов типа (рис. 133)

$$f(t) = f(t+T) = \begin{cases} -U_0 & \text{при } -\frac{T}{2} < t < 0, \\ +U_0 & \text{при } 0 < t < \frac{T}{2} \end{cases}$$

с учетом нечетности функции дает следующее выражение:

$$f(t) = \frac{4U_0}{\pi} \sum_{l=0}^{\infty} \frac{\sin [(2l+1)\omega t]}{2l+1} = \frac{4U_0}{\pi} \sin \omega t + \frac{4U_0}{3\pi} \sin 3\omega t + \frac{4U_0}{5\pi} \sin 5\omega t + \dots \quad (2)$$

Разложение в ряд импульса на выходе двухполупериодного выпрямителя (рис. 134)

$$f(t) = U_0 |\sin \omega t| = f(t+T/2)$$

с учетом четности функции дает

$$f(t) = \frac{2U_0}{\pi} - \frac{4U_0}{\pi} \sum_{l=1}^{\infty} \frac{\cos 2l\omega t}{4l^2-1} = \frac{2U_0}{\pi} - \frac{4U_0}{3\pi} \cos 2\omega t - \frac{4U_0}{15\pi} \cos 4\omega t + \dots \quad (3)$$

Из приведенных разложений видно, как амплитуда гармоник убывает с возрастанием их номера.

Задачей гармонического анализа является нахождение первых  $n$  (обычно  $n = 10$  оказывается достаточным для анализа даже сложных сигналов) гармоник — их амплитуд и фаз.

Экспериментально гармонический анализ производится посредством подачи исследуемого сигнала в линейную, гармоническую колебательную систему с регулировкой собственной частоты колебаний. Такая система приходит в состояние колебаний в том случае, когда ее плавно изменяемая частота совпадает с частотой какой-либо из присутствующих в спектре сигнала гармоник и колебания совпадают с тем большей амплитудой, чем больше амплитуда гармоник.

При осуществлении такой схемы анализа сигнала имеется чисто техническая трудность — необходимо поддерживать неизменной добротность анализирующего контура по мере изменения его собственной частоты; в противном случае нельзя определить амплитуды гармоник непосредственно по амплитуде колебаний в анализирующем контуре. Поэтому стандартные анализаторы снабжены сложными приспособлениями, обеспечивающими постоянство добротности анализирующей системы.

В данной работе предлагается производить гармонический анализ, используя в качестве анализатора контур с постоянной частотой (и соответственно постоянной добротностью), воспользовавшись возможностью в лаборатории (на практике такой возможности обычно нет) изменять частоту исследуемого сигнала, не изменяя его формы. Действительно, для гармонического анализа существенными являются амплитуды гармоник и отношение частот гармоник к основной частоте, а не их абсолютная величина. А отношение частот можно зафиксировать, как изменяя частоту анализирующего контура, так и меняя частоту исследуемого сигнала. Для анализа безразлично, удвоим ли мы частоту анализирующего контура или уменьшим вдвое частоту исследуемого сигнала. По первому пути идут при создании промышленных анализаторов с преодолением всех связанных с обеспечением постоянства добротности трудностей, а на втором пути необходимо обеспечить только постоянство амплитуды и формы исследуемого сигнала, что несравненно легче.

## ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

**ПРИБОРЫ и ПРИНАДЛЕЖНОСТИ:** звуковой генератор, электронный осциллограф, преобразователь сигналов, высокодобротный контур, вольтметр.

Электрическая схема эксперимента представлена на рис. 135.

Синусоидальные колебания с выхода звукового генератора *ЗГ* подаются на *X* — пластины электронного осциллографа и одновременно на вход преобразователя колебаний *ГПИ*, в блоке которого эти колебания либо преобразуются в прямоугольные, либо подвергаются одно- или двухполупериодному выпрямлению. С преобразователя подлежащий гармоническому анализу сигнал подается на анализирующий контур, параметры которого (и добротность) в ходе измерений остаются неизменными. Снимаемое с этого анализатора-контура напряжение подается на *Y*-пластины осциллографа.

При совпадении какой-либо из частот гармоник сигнала с частотой анализирующего контура наблюдается резкое (в силу высокой добротности) увеличение колебаний в контуре и, следовательно,

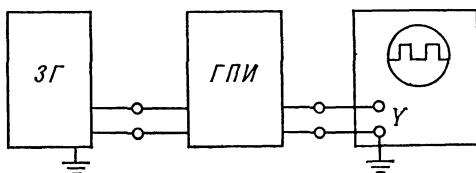


Рис. 135

на экране осциллографа. Отношение амплитуд гармоник будет в точности соответствовать отношению величин отклонений луча осциллографа, а номер гармоники легко определить по шкале звукового генератора, зная основную частоту, или по фигурам Лиссажу на экране.

В процессе работы изменяется частота исследуемого сигнала (уменьшается начиная с частоты контура).

### **Задание 1. Исследование формы сигналов на выходе преобразователя колебаний**

1. Включить осциллограф и звуковой генератор (рис. 135) и дать им прогреться 1—2 мин.

2. Поставить ручку развертки осциллографа в положение «непрерывная», а ручку синхронизации — в положение «внешняя».

Сигнал с выхода преобразователя колебаний подать на вход «У» осциллографа. Измерить отношение высоты к ширине.

3. Проверить, будет ли изменяться форма сигнала при изменении частоты звукового генератора.

4. Повторить п. 2, 3 настоящего задания для второго и третьего выходов преобразователя колебаний.

### **Задание 2. Исследование амплитуд гармоник сигналов, получаемых на выходе преобразователя колебаний**

1. Собрать электрическую цепь согласно рис. 136.

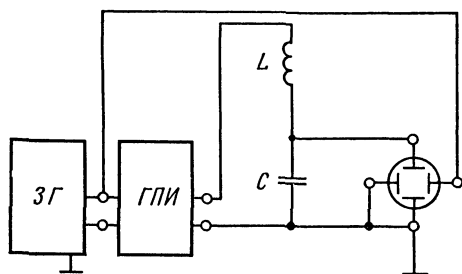


Рис. 136

2. При включении приборов наблюдать на экране осциллографа фигуры Лиссажу.

3. Определить номер гармоники и амплитуду сигнала по картинке на экране.

4. Исследовать все гармоники, наблюдаемые на экране осциллографа, отрегулировав усиление так, чтобы наибольшая гармо-

ника давала отклонение луча по оси У во весь экран.

5. Найти отношения амплитуд гармоник к амплитуде максимальной гармоники и сравнить их с величиной, получаемой из выражения (2).

6. Повторить п. 2, 4 настоящего задания для сигналов, получаемых с выходов 2 и 3 преобразователя колебаний.

Л и т е р а т у р а : [2; 5; 16].

## **52 ИЗУЧЕНИЕ КОЛЕБАНИЙ В СИСТЕМАХ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ**

*Ц е л ь р а б о т ы : изучение тех случаев колебаний, когда не вся система колеблется как единое целое, а когда отдельные ее части совершают различные колебания.*

Такие колебания осуществляются в системах, инерционная и возвратно-упругая характеристики которых рассредоточены в пространстве. Примером могут служить колебания, совершаемые упругим стержнем или натянутой струной. Так как различные части стержня или струны колеблются по-разному, то колебания тел сопровождаются их деформациями. Эти деформации и являются причиной возникновения сил, вызывающих ускорения отдельных частей колеблющегося тела.

Для лучшего уяснения характера колебаний сплошных тел рассмотрим модель, изображенную на рис. 137. Для этого представим тело состоящим из отдельных масс  $m_i$  и пружин  $k_i$ , причем число отдельных масс и пружин пусть становится все большим и большим.

В случае трех масс мы получим три связанные системы, которые, как известно, обладают тремя различными нормальными частотами\*. Каждое из нормальных колебаний в отдельности можно возбудить, задав соответствующие начальные отклонения всех трех масс. На рис. 137 изображены эти три типа начальных отклонений, соответствующих трем различным нормальным колебаниям связанной системы.

Для четырех масс мы получим четыре нормальных колебания, соответствующих четырем типам начальных смещений, и т. д. При беспредельном увеличении числа масс будет беспредельно возрастать и число нормальных колебаний системы. Увеличивая бесконечно число масс, мы в конце концов подойдем как угодно близко к системе с распределенными параметрами, т. е. к колебанию сплошного тела. Большое число малых масс, связанных между собой пружинами, должно обладать такими же свойствами, как и сплошное тело. Таким образом, *стержень или струна обладают множеством нормальных частот*.

Так же как частоты нормальных колебаний системы, состоящей из отдельных масс, зависят от числа и величин этих масс и упругости пружин, нормальные частоты сплошной системы зависят от размеров, плотности и упругих свойств сплошной системы. При поперечных колебаниях струны зависимость возникающей силы от величины отклоняющей силы определяется кроме ее размеров и плотности материала натяжением струны.

Так же как в системе, состоящей из отдельных масс, выбором соответствующих начальных условий в струне можно возбудить то или иное из свойственных ей нормальных колебаний. В общем случае в струне сразу возбуждаются в той или иной степени все нормальные колебания, которыми обладает эта система. Всякое колебание струны (или стержня), возникающее в результате начального толчка, представляет собой суперпозицию тех или иных нормальных колебаний.

Первое нормальное колебание, соответствующее наиболее низкой частоте и двум *узловым точкам* (т. е. точкам струны, которые остаются в покое при данном колебании), называется *основным тоном* собственных колебаний струны. Все остальные нормальные колебания, соответствующие более высоким частотам и большему числу узловых точек, называются *обертонами* собственных колебаний струны.

Амплитуды каждого из нормальных колебаний струны распределяются вдоль струны по закону синуса. Узловые точки — это точки, в которых этот синус обращается в нуль. Для основного ( $n = 1$  на рис. 138) тона на всей длине струны укладывается только один полупериод синуса (одна «полуволна»). Для обертонов распределение амплитуд таково, что на длине струны укладываются две (при  $n = 2$ ), три (при  $n = 3$ ) и т. д., вообще целое число полувольт.

Если на сплошную колебательную систему действует переменная внешняя сила, то она вызывает вынужденные колебания в системе. При этом может наблюдаться явление *резонанса*. Резонанс в сплошных системах будет наблюдаться, когда частота гармонического внешнего воздействия совпадает с частотой одного из нормальных колебаний струны. Тогда возникнут сильные вынужденные колеба-

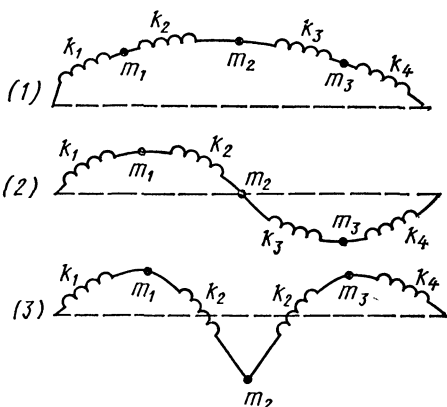


Рис. 137

\* См. лабораторную работу 48.

ния сплошной системы, характер которых будет примерно такой же, как и у нормального колебания, совпадающего с частотой внешнего воздействия. Узловые точки (соответствующие этому нормальному колебанию, остаются в покое при вынужденных колебаниях.

Если в струне установилась стоячая волна, то на всей длине струны  $l$  укладывается целое число стоячих волн. При этом струна делится неподвижными точками — узлами — на несколько равных отрезков, длина которых равна половине длины бегущей волны, т. е. можно написать

$$l = n (\lambda/2), \quad (1)$$

где  $n = 1, 2, 3, \dots$  — целое число, указывающее количество полуволи, уложившихся на всей длине струны  $l$ .

Так как длина волны  $\lambda$  связана со скоростью распространения волны  $v$  и частотой  $\nu$  соотношением  $v = \lambda\nu$ , то, учитывая (1), имеем

$$\nu = \frac{n}{2l} v. \quad (2)$$

Формула (2) определяет спектр собственных (нормальных) колебаний струны. В общем, наиболее сложном, случае в струне возникают сложные колебания, являющиеся суперпозицией собственных.

Однако в струне можно возбудить колебания, соответствующие только одной из собственных частот. Распределение амплитуд отдельных точек струны при собственных колебаниях (условие резонанса) для различных значений  $n$  имеет вид, изображенный на рис. 138.

Известно, что скорость распространения колебаний вдоль струны является функцией натяжения струны  $F$  и линейной плотности материала струны  $\rho$ , т. е.

$$v = f(F, \rho). \quad (3)$$

Зависимость (3) можно раскрыть, используя метод размерностей. Согласно этому методу, размерность функции равна произведению размерностей аргументов в некоторых степенях:

$$\dim v = \dim (F^\alpha) \dim (\rho^\beta),$$

где  $\alpha$  и  $\beta$  — неизвестные показатели степени, которые требуется определить,  $M, T$  и  $L$  — размерности массы, времени и длины. Коэффициенты  $\alpha$  и  $\beta$  находят из требования равенства размерностей левой и правой частей уравнения (4):

$$\dim F = MLT^{-2}, \quad \dim \rho = ML^{-1}.$$

Здесь  $\alpha$  и  $\beta$  — неизвестные показатели степени, которые требуется определить,  $M, T$  и  $L$  — размерности массы, времени и длины. Коэффициенты  $\alpha$  и  $\beta$  находят из требования равенства размерностей левой и правой частей уравнения (4):

$$LT^{-1} = (MLT^{-2})^\alpha (ML^{-1})^\beta.$$

Приравняв показатели степеней для отдельных величин ( $M, L, T$ ) левой и правой частей уравнения, получим:

$$1 = \alpha - \beta; \quad 0 = \alpha + \beta; \quad -1 = -2\alpha.$$

Отсюда  $\alpha = 1/2, \beta = -1/2$ ; по (4),  $v = \sqrt{F/\rho}$ , и тогда (2) запишется так:

$$\nu = \frac{n}{2l} \sqrt{\frac{F}{\rho}}. \quad (5)$$

Как видно, примененный нами для вывода формулы (5) метод размерностей оказался весьма полезным. Однако, чтобы не создалось ложного представления о возможностях этого метода, следует подчеркнуть, что метод размерностей сам по себе никогда не может привести к установлению какого-либо нового физического

закона. Другими словами, метод размерностей позволяет наиболее просто получить лишь те соотношения, которые являются математическими следствиями уже известных законов.

В электродинамике важным случаем колебательной системы с распределенными параметрами является *линия Лехера* — система из двух параллельных проводов, вдоль которых распространяются электромагнитные волны. Практическая значимость линии Лехера связана с ее незначительным излучением в окружающее пространство (иногда ее выполняют в виде двух коаксиальных цилиндров).

В простом колебательном контуре емкость практически сосредоточена в одном месте (в конденсаторе), а индуктивность — в другом (в катушке).

Рассмотрим теперь два простых контура, связанных между собой при помощи общей емкости. Простой электрический контур характеризуется единственно собственной частотой  $\omega$ . В двух связанных между собою электрических контурах (рис. 139, а) возможны два различных собственных электрических колебания с двумя частотами  $\omega_{01}$  и  $\omega_{02}$ . В случае трех соединенных колебательных контуров (рис. 139, б) возможны три различных колебания с частотами  $\omega_{01}$ ,  $\omega_{02}$ ,  $\omega_{03}$ .

При неограниченном увеличении числа звеньев и соответственном уменьшении индуктивности и емкости в пределе мы получим двухпроводную линию, в которой индуктивность и емкость непрерывно распределены по всей длине.

Рассмотрим распространение электромагнитной волны в такой двухпроводной системе. Пусть в какой-нибудь точке линии  $M$  (рис. 140) источник переменного тока создает электрическое поле  $E$ . Согласно теории Максвелла, изменяющееся электрическое поле вызывает появление магнитного поля. Величина и направление этого магнитного поля таковы, как будто бы в пространстве протекает ток с плотностью

$$j_{\text{см}} = \epsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t}. \quad (6)$$

Этот ток носит название *тока смещения*.

Для нарастающего электрического поля направление тока смещения совпадает с направлением  $E$ . Применяя правило буравчика, находим направление магнитного поля  $B$ .

Согласно второму основному положению теории Максвелла, изменяющееся магнитное поле вызывает появление вихревого электрического поля. Поэтому

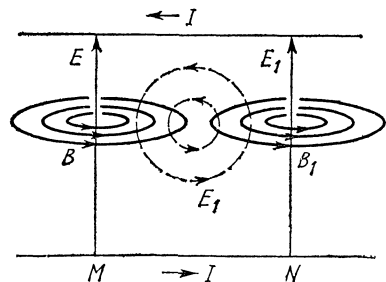


Рис. 140

в последующий момент времени возникает замкнутое электрическое поле  $E_1$ , которое на рис. 140 представлено пунктирной линией. Оно будет направлено так же, как и индукционный ток, который возник бы в замкнутом проводнике под действием возрастающего поля  $B$ . Из рис. 140 видно, что поле  $E_1$  в точке  $M$  направлено противоположно полю  $E$ , и, следовательно, стремится его уменьшить, а поле  $B_1$  уменьшает поле  $B$ . В результате первоначальное поле  $E$  и вызванное им поле  $B$  исчезнут и в соседней точке  $N$  появятся поля  $E_1$  и  $B_1$ . Затем исчезнут в точке  $N$  поля  $E_1$  и  $B_1$  и появятся в соседней точке поля  $E_2$  и  $B_2$  и т. д.

Направления векторов  $E$  и  $B$  перпендикулярны друг другу и, в свою очередь, перпендикулярны скорости распространения  $v$ . Эти три вектора связаны правилом буравчика.

Если частота переменного тока мала, то токами смещения можно пренебречь по сравнению с токами проводимости. Если же поля изменяются быстро, то основ-

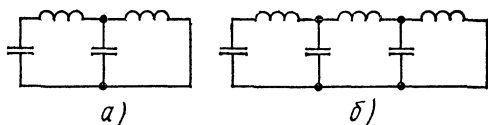


Рис. 139

ную роль играют токи смещения и электрические явления определяются электромагнитными волнами. Это и есть интересующий нас случай.

Положим, что электромагнитное поле распространяется вдоль линии. Уравнение электромагнитной волны имеет вид

$$\begin{aligned} E &= E_0 \sin \omega (t - x/v), \\ B &= B_0 \sin \omega (t - x/v), \end{aligned} \quad (7)$$

где  $E$  и  $B$  — мгновенные значения силовых характеристик электрического и магнитного полей, а  $E_0$  и  $B_0$  — их амплитудные значения;  $v$  — скорость распространения поля,  $x$  — координата точки.

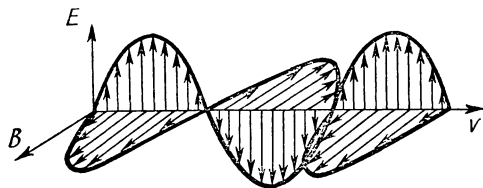


Рис. 141

Мгновенное распределение электрического и магнитного полей в электромагнитной волне представлено на рис. 141.

Расстояние между двумя точками, колебания в которых отличаются по фазе на  $2\pi$ , есть *длина электромагнитной волны*

$\lambda$ . Обычно записывают одно уравнение — для электрического вектора. Пользуясь соотношением  $\omega = 2\pi/T$ , можно переписать уравнение (7):

$$E = E_0 \sin \left( \omega t - \frac{2\pi x}{vT} \right) = E_0 \sin \left( \omega t - \frac{2\pi x}{\lambda} \right) = E_0 \sin (\omega t - kx).$$

Здесь  $k = 2\pi/\lambda$  — *волновое число*,  $T$  — период.

Если электромагнитная волна распространяется в ограниченной двухпроводной линии, то в результате сложения бегущей и отраженной волн могут возникнуть стоячие электромагнитные волны.

Для бегущей и отраженной волн колебания электрического вектора напряженности имеют вид соответственно

$$\begin{aligned} E' &= E_0 \sin (\omega t - kx), \\ E'' &= E_0 \sin (\omega t + kx - \varphi), \end{aligned} \quad (8)$$

где  $\varphi$  — фазовый сдвиг между бегущей и отраженной волнами (он постоянен во времени, если на длине линии укладывается целое число полувольт).

Складываясь, обе волны дают результирующее поле:

$$E = E' + E'' = E_0 [\sin (\omega t - kx) + \sin (\omega t + kx - \varphi)] = 2E_0 \cos \left( kx - \frac{\varphi}{2} \right) \sin \left( \omega t - \frac{\varphi}{2} \right). \quad (9)$$

При постоянстве во времени  $\varphi$  в линии образуется стоячая электромагнитная волна, амплитуда колебаний которой

$$E_c = 2E_0 \cos \left( kx - \frac{\varphi}{2} \right) \quad (10)$$

зависит от координаты  $x$ , т. е. различна в разных точках линии.

Точки, в которых  $E_c$  максимальна, называются *пучностями* электрического поля. Их координаты определяются условиями

$$kx - \frac{\varphi}{2} = n\pi \quad (n=0, 1, 2, \dots).$$

В точках, называемых *узлами* электрического поля, амплитуда  $E_c$  обращается в нуль. Координаты узлов можно найти из условия

$$kx - \frac{\varphi}{2} = (2n+1) \frac{\pi}{2} \quad (n=0, 1, 2, \dots).$$

Колебания электрического поля в стоячей волне изображены на рис. 142.



В распространяющейся волне колебания электрического и магнитного векторов  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{B}$  находятся в фазе (см. рис. 141). В стоячей электромагнитной волне это уже не имеет места и между колебаниями  $\mathbf{E}$  или  $\mathbf{B}$  существует разность фаз, а пучности электрического поля не совпадают с пучностями магнитного поля. Появление разности фаз можно объяснить следующим образом. Положим, что волна движется слева направо. Направления векторов  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{B}$  относительно направления вектора скорости определяются правилом буравчика. При отражении волны, т. е. при изменении направления скорости, один из векторов  $\mathbf{E}$  или  $\mathbf{B}$  должен изменить скачкообразно фазу на  $\pi$  (рис. 143).

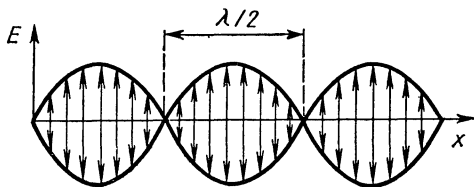


Рис. 142

Допустим, что линия на конце разомкнута. В этом случае переменные токи, возникающие в проводниках, вызывают на конце линии наибольшие колебания зарядов. Следовательно, здесь будет пучность электрического поля и напряжения.

Это значит, что в отраженной волне вектор  $\mathbf{E}$  не изменяет фазы (рис. 144). Так как проводники граничат с диэлектриком, то амплитуда тока на конце равна нулю. Здесь будет узел тока, а значит, узел магнитного поля. В этом случае магнитное поле в отраженной волне направлено противоположно полю падающей волны, т. е. оно изменяет фазу на  $\pi$ . Если линия замкнута на конце проводящим мостиком, то на конце линии будут максимальный ток и максимальное магнитное поле, т. е. пучность тока и магнитного поля. Электрическое поле в отраженной волне изменяет фазу на  $\pi$ . Здесь образуется узел электрического поля и напряжения противоположно тому, как было в случае разомкнутой на конце линии.

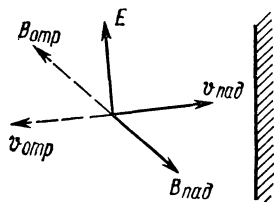


Рис. 143

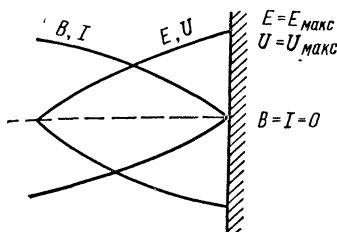


Рис. 144

Таким образом, в стоячей электромагнитной волне узлы электрического поля (напряжения) совпадают с пучностями магнитного поля (тока), и наоборот.

Для того чтобы в двухпроводной линии могли возникнуть резонансные колебания, между длиной линии и длиной волны должно быть определенное соотношение.

Если линия длиной  $l$  на обоих концах одновременно разомкнута или замкнута, то возникают стоячие волны, для которых выполняется условие

$$l = n(\lambda/2) \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \quad (11)$$

Так как длина волны  $\lambda$ , частота колебаний  $\nu$  и скорость электромагнитной волны  $v$  связаны между собой соотношением

$$v = \lambda\nu, \quad (12)$$

то выражение (11) можно переписать в следующем виде:

$$\nu_n = nv/2l.$$

Если один конец линии замкнут, то получим

$$l = (2n - 1) \frac{\lambda}{2} \quad (13)$$

или

$$\nu_n = \frac{v}{2l} (2n-1) \frac{\lambda}{2}. \quad (14)$$

Таким образом, чтобы возбудить в линии одно из собственных колебаний, генератор, питающий линию, должен иметь частоту, совпадающую с одной из собственных частот линии  $\nu_n$ .

Экспериментально получив стоячие электромагнитные волны, можно определить длину волны. Измеряя расстояние между двумя соседними узлами или пучностями, мы определяем половину длины электромагнитной волны  $\lambda/2$ . С другой стороны,  $\lambda = v/\nu$ . Поэтому, зная частоту генератора  $\nu$ , можно найти скорость распространения волны (см. формулу (12)).

Из теории электромагнитного поля Максвелла следует, что скорость электромагнитной волны зависит от среды и равна (в СИ)

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\epsilon \mu}} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon \mu}} = \frac{c}{n} = \lambda \nu. \quad (15)$$

Здесь  $\epsilon_0$  и  $\mu_0$  — электрическая и магнитная постоянные,  $\epsilon$  и  $\mu$  — диэлектрическая и магнитная проницаемости,  $n$  — показатель преломления среды.

В вакууме (воздухе)  $\epsilon = 1$ ,  $\mu = 1$  и скорость электромагнитных волн

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = \lambda_0 \nu = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}. \quad (16)$$

По скорости электромагнитной волны можно определить диэлектрическую проницаемость среды, например для воды  $\mu = 1$ .

Разделив уравнение (16) на (15), получим:

$$\begin{aligned} \frac{\lambda_0}{\lambda} &= n = \sqrt{\epsilon \mu}; \\ \epsilon_{\text{воды}} &= \left( \frac{\lambda_0}{\lambda} \right)^2. \end{aligned} \quad (17)$$

## (1) Механическая часть

### ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

**ПРИБОРЫ и ПРИНАДЛЕЖНОСТИ:** измерительная установка, звуковой генератор, набор разновесов.

В работе исследуются колебания натянутой струны (гибкой однородной нити). Схема экспериментальной установки дана на рис. 145.

Внешнее периодическое воздействие на струну осуществляется в ее верхней точке, где конец струны прикреплен к ферромагнитной пластинке 1 (якорь) электромагнитного вибратора 2. Вибратор представляет собой электромагнит, имеющий две обмотки возбуждения 3 и обмотку подмагничивания 4, в магнитную цепь которого входит якорь 1. Обмотка подмагничивания питается постоянным током, обмотки возбуждения — синусоидальным током звукового генератора 5.

Нижний конец струны прикреплен к рычагу 6 совместно с чашкой весов 7.

Если нагрузить чашку весов гирьками разновесов, на обмотку подмагничивания подать постоянное напряжение, а обмотки возбуждения подключить к звуковому генератору, то якорь электромагнитного вибратора начнет совершать вынужденные колебания с частотой звукового генератора и по струне начнут распространяться поперечные волны, которые, отражаясь от нижнего конца струны, образуют обратные — встречные волны.

Известно, что при наложении двух встречных волн может возникать стоячая волна. Подбирая частоту звукового генератора, можно наблюдать образование стоячей волны в струне.

### **Задание. Изучение собственных колебаний струны**

1. Включить подсвет струны, питание катушки подмагничивания и звуковой генератор (тумблер «сеть»).

2. Нагрузить струну и, подбирая частоту генератора и напряжение выхода, добиться образования на струне устойчивых стоячих волн.

3. Фиксируя частоту звукового генератора и меняя силу натяжения струны, получить стоячие волны, соответствующие различным  $n$ .

4. Повторить измерения при других частотах генератора и проверить соответствие величины натяжения  $F$  (вес грузов) формуле (5).

5. Установить постоянное натяжение струны  $F$  и получить стоячие волны, соответствующие  $n = 1, 2, 3, \dots$ , подбирая необходимую частоту генератора. Повторить измерения не менее пяти раз.

6. Провести измерения п. 5 с другими значениями натяжения  $F$  (не менее пяти раз).

7. Результаты измерения записать в таблицу и представить в виде графика, откладывая по оси абсцисс значения лимба генератора, а по оси ординат — соответствующие им значения собственных частот, рассчитанных по формуле (5).

Точки на графике, соответствующие различным  $F$ , следует обозначать по-разному.

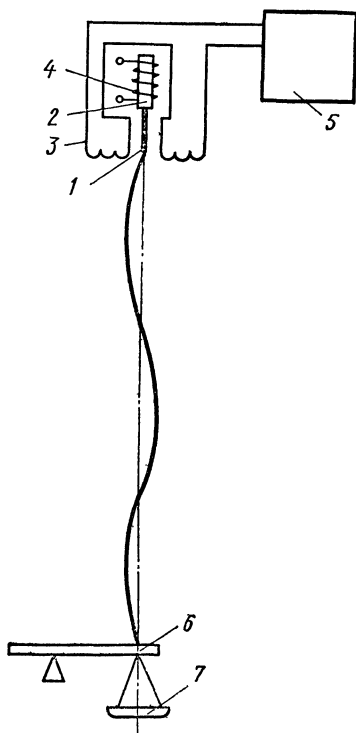


Рис. 145

## ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

**ПРИБОРЫ и ПРИНАДЛЕЖНОСТИ:** линия Лехера, генератор дециметровых волн.

Стоячие электромагнитные волны в линии можно получить различными способами. Один из способов их возбуждения состоит в том, что устанавливается индуктивная связь между линией и генератором. Настройка линии в резонанс с частотой генератора производится изменением ее длины. Для этого линия закорачивается металлическим мостиком, который может перемещаться вдоль нее.

### **Задание 1. Измерение длины электромагнитной волны в воздухе и определение частоты генератора**

1. Включить генератор 1 (рис. 146), подождать 2—3 мин, пока он разогреется.

2. Приблизить генератор на 5—6 см к началу линии.

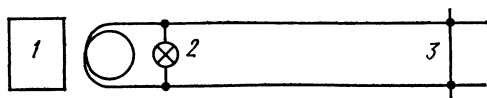


Рис. 146

3. Вращением рукоятки перемещать вдоль линии мостик замыкания 3 и определить расстояние между двумя последовательными положениями, при которых накал лампочки 2 максимален. Это есть рас-

стояние между соседними узлами тока (магнитного поля), оно соответствует  $\lambda/2$ .

4. Прodelать не менее 10 измерений и определить длину электромагнитной волны.

5. Подсчитать погрешность измерений.

6. По формуле (12) вычислить частоту генератора.

### **Задание 2. Измерение длины электромагнитной волны в воде и определение диэлектрической проницаемости воды**

1. Налить воды в кювету с двухпроводной линией.

2. Для кюветы повторить п. 1—5 задания 1.

3. По формуле (17) вычислить диэлектрическую проницаемость воды  $\epsilon_{\text{воды}}$ .

4. Объяснить, почему показатель преломления для воды, найденный из этих измерений ( $n = \sqrt{\epsilon}$ ), отличается от результата оптических измерений ( $n = 1,33$ ).

### *Общее задание*

Провести аналогию между колебаниями систем с распределенными параметрами в механике и в электродинамике, сделав вывод

о характере колебаний и отметив соответствие механических и электрических параметров.

Л и т е р а т у р а: [11; 16; 22, т. 1, 2; 31].

## 53 ИЗУЧЕНИЕ ОСНОВНЫХ СВОЙСТВ ВОЛНОВЫХ ЯВЛЕНИЙ

*Ц е л ь р а б о т ы: изучение основных явлений, наблюдаемых при распространении волн различной физической природы — интерференции, дифракции, дисперсии и поляризации — на примере волн на поверхности воды в волновой ванне и электромагнитных волн в воздухе.*

В то время как в механике возникновение волн (распространение колебательного движения) можно наглядно объяснить путем введения неких вызывающих их сил — механических напряжений в среде или сил поверхностного натяжения у жидкостей, — возникновение электромагнитных волн современная физика отказалась рассматривать как чередование напряжений и разрежений некоторой гипотетической среды — «эфира», — пронизывающей все тела. В рамках классической теории поля электромагнитные волны следует представлять как реальные процессы распространения в пространстве взаимосвязанных, преобразующихся друг в друга с определенной частотой электрического и магнитного вихревых полей.

В силу того что действие электромагнитных волн на вещество (в том числе и на обнаруживающее эту волну устройство) связано в основном с электрическим вектором поля  $E$ , то обычно записывают только уравнение электрического поля волны, опуская выражение для магнитного поля.

В м е х а н и к е удобны для изучения волны малой длины ( $\lambda$  порядка десятых долей сантиметра и менее), которые возникают в результате действия сил поверхностного натяжения и называются *капиллярными*.

Гидродинамическая теория поверхностных волн приводит к следующей формуле для фазовой скорости их распространения:

$$v = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi} + \frac{2\pi\sigma}{\lambda\rho}}. \quad (1)$$

Здесь  $g$  — ускорение свободного падения,  $\sigma$  — коэффициент поверхностного натяжения,  $\rho$  — плотность жидкости,  $\lambda$  — длина волны,  $v$  — фазовая скорость волны (т. е. скорость распространения в пространстве волновой поверхности с заданным значением фазы).

В формуле (1) первый член под корнем соответствует гравитационному вкладу в фазовую скорость, а второй член отражает вклад сил поверхностного натяжения. Указанные слагаемые равны при  $\lambda = 2\pi \sqrt{\sigma/(\rho g)} = \lambda_0$ , что дает для воды  $\lambda_0 = 1,7$  см. Видно, что при  $\lambda \gg \lambda_0$  волны являются гравитационными, а при  $\lambda \ll \lambda_0$  можно пренебречь влиянием силы тяжести и волны являются капиллярными.

Из выражения (1) следует, что в любом из отмеченных случаев фазовая скорость распространения поверхностных волн зависит от их длины. Такая зависимость  $v$  от  $\lambda$  носит название *дисперсии* волн. График зависимости фазовой скорости поверхностных волн от их длины для воды приведен на рис. 147.

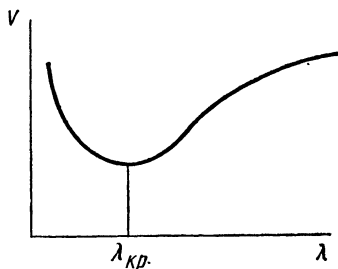


Рис. 147

Отметим, что формула (1), а следовательно, и все сделанные выводы из нее справедливы лишь для волн на «глубокой» воде, когда глубина жидкости  $h$  превышает  $\lambda$ . Именно этот случай и исследуется в настоящей работе. Кроме того, во всех рассматриваемых ниже случаях предполагается, что амплитуда волны мала и колебания частиц жидкости в направлении, перпендикулярном ее поверхности (ось  $y$ ), с хорошей точностью описываются синусоидой, т. е. функцией вида  $y = A_0 \sin 2\pi [(t/T) - (x/\lambda)]$ , где  $T$  — период колебаний.

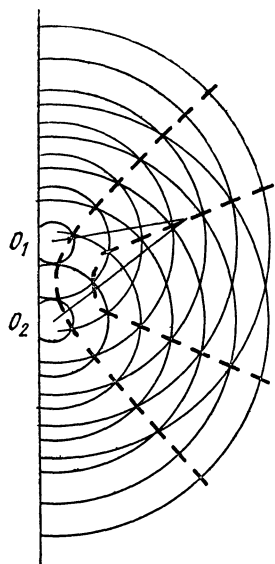


Рис. 148

Большую роль в протекании волновых процессов различной физической природы играют явления *интерференции* и *дифракции*.

Рассмотрим интерференцию волн на поверхности воды. Пусть  $O_1$  и  $O_2$  — два источника волн одинаковой частоты  $\nu$  и амплитуды  $A_0$  (рис. 148). В силу соотношения

$$v = \lambda \nu = \lambda/T \quad (2)$$

между фазовой скоростью, длиной волны и ее частотой и с учетом (1) длины волн, порождаемых этими двумя источниками, также равны между собой:  $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$ . Поэтому для волн малой амплитуды согласно принципу суперпозиции получаем для колебаний в точке  $M$ , находящейся от источников  $O_1$  и  $O_2$  на расстояниях соответственно  $x_1$  и  $x_2$ ,

$$y = y_1 + y_2 = A_0 \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x_1}{\lambda} \right) + A_0 \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x_2}{\lambda} \right). \quad (3)$$

Предполагается, что разность фаз колебаний источников не меняется со временем, т. е. источники являются *когерентными* (согласованными). Преобразуя выражение (3), получаем для полного смещения  $y$  в точке  $M$ :

$$y = B \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x_1 + x_2}{2\lambda} \right), \quad (4)$$

$$B = 2A_0 \cos 2\pi \left( \frac{x_1 - x_2}{2\lambda} \right). \quad (5)$$

Таким образом, колебания в точке  $M$  также являются гармоническими, а их амплитуда зависит от разности хода ( $x_1 - x_2$ ) волн, распространяющихся от источников  $O_1$  и  $O_2$ . В точках, для которых разность хода равна четному числу полу-волн:

$$x_1 - x_2 = 2n (\lambda/2) \quad (n - \text{целое}), \quad (6)$$

амплитуда колебаний максимальна ( $B = 2A_0$ ). В точках, для которых разность хода равна нечетному числу полу-волн:

$$x_1 - x_2 = (2n + 1) (\lambda/2), \quad (7)$$

амплитуда результирующих колебаний  $B = 0$ .

На поверхности воды в волновой ванне указанные точки образуют два семейства гипербол, причем между каждой парой гипербол, соответствующих точкам с максимальной амплитудой колебаний, находится гипербола из другого семейства, во всех точках которой колебания отсутствуют (рис. 148). Очевидно, что по известной длине волны можно определить, как расположены на поверхности оба семейства гипербол, и обратно: по полученной экспериментально интерференционной картине можно определить длину волны. Отметим, что соотношения (4) — (7) справедливы, если можно пренебречь влиянием отражения поверхностных волн от краев волновой ванны.

Явления дифракции, т. е. отклонения от прямолинейности распространения волны, рассматриваются в данной работе в двух случаях.

1) Дифракция на одной щели, размер которой  $a$  сравним с длиной волны  $\lambda$ , т. е.  $a \simeq \lambda$ . В этом случае при прохождении через щель волны за ней распространяются так, будто щель сама является источником колебаний (рис. 149).

2) Дифракция на решетке, т. е. на большом числе щелей одинаковой ширины  $a$ , расположенных на равных расстояниях  $b$  друг от друга (рис. 150). Если, как и в первом случае,  $a \simeq \lambda$ , то при анализе прохождения волны через такую дифракционную решетку каждую щель можно рассматривать как отдельный источник когерентных колебаний, а волну за решеткой — как результат интерференции волн от всех этих источников. При этом оказывается, что в отдельных направлениях, определяемых некоторым углом  $\varphi$ , происходит усиление колебаний, а в направлениях между ними — ослабление колебаний (как результат сложения смещений противоположного знака).

Расстояние  $d = a + b$  называется шагом или *постоянной дифракционной решетки*. Если известны  $d$  и  $\lambda$ , то направление максимума колебаний можно определить из уравнения

$$d \sin \varphi = \pm n\lambda, \quad (8)$$

где  $n$  — любое целое число,  $\lambda$  — длина волны,  $d$  — постоянная решетки.

В электродинамике изучать волновые явления весьма удобно, используя трехсантиметровые волны.

К электромагнитным волнам простейшего вида относятся так называемые *плоские волны*, в которых векторы электрического  $E$  и магнитного  $B$  полей взаимно перпендикулярны друг другу и зависят только от одной координаты.

Волна, в которой все направления вектора  $E$  всегда параллельны, называется *линейно поляризованной* или *поляризованной в плоскости*. Примером плоской поляризованной волны является электромагнитная волна, в которой отличная от нуля компонента вектора  $E$  имеет вид

$$E_y = E_0 \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) = E_0 \sin (\omega t - kx). \quad (9)$$

Здесь  $T$  и  $\lambda$  — соответственно период и длина волны,  $\omega = 2\pi/T$  — частота,  $k = 2\pi/\lambda$  — волновое число,  $E_0$  — амплитуда. Начальная фаза колебаний выбрана равной нулю.

Хотя волны вида (9) являются лишь весьма частным примером возможных электромагнитных волн, они имеют большое значение ввиду того, что любая электромагнитная волна в пустоте и в так называемых линейных средах может быть представлена как наложение (суперпозиция) распространяющихся независимо друг от друга волн вида (9).

Как известно, фазовая скорость электромагнитных волн в однородной среде с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$  и магнитной проницаемостью  $\mu$  есть

$$v = \omega/k = c/\sqrt{\epsilon\mu}, \quad (10)$$

где постоянная  $c = 3 \cdot 10^8$  м/с — скорость электромагнитных волн в пустоте.

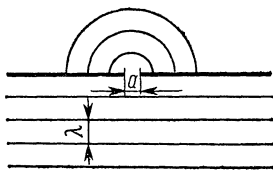


Рис. 149

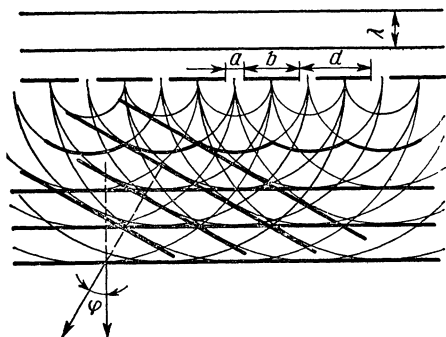


Рис. 150

Таким образом, в среде, в которой  $\epsilon$  и  $\mu$  постоянны и не зависят от частоты, скорость электромагнитных волн не зависит от их длины, иначе говоря, в этом случае отсутствует дисперсия волн.

Для электромагнитных волн в пустоте и в линейных средах остается справедливым принцип суперпозиции: *напряженность  $E$  двух волн или более в каждой точке  $r(x, y, z)$  пространства в момент времени  $t$  есть векторная сумма напряженностей отдельных волн:*

$$E(r, t) = E_1(r, t) + E_2(r, t).$$

Отсюда следует, что для электромагнитных волн наблюдаются явления интерференции и дифракции.

## (1) Механическая часть

### ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

**ПРИБОРЫ и ПРИНАДЛЕЖНОСТИ:** измерительная установка, звуковой генератор, строботаксиметр СТ-МЭИ.

Волновая ванна изображена на рис. 151. Сама ванна 5 сделана из прозрачного материала и заполняется слоем жидкости (воды) глубиной 2—3 см. Для получения волн служит маленькое погружен-

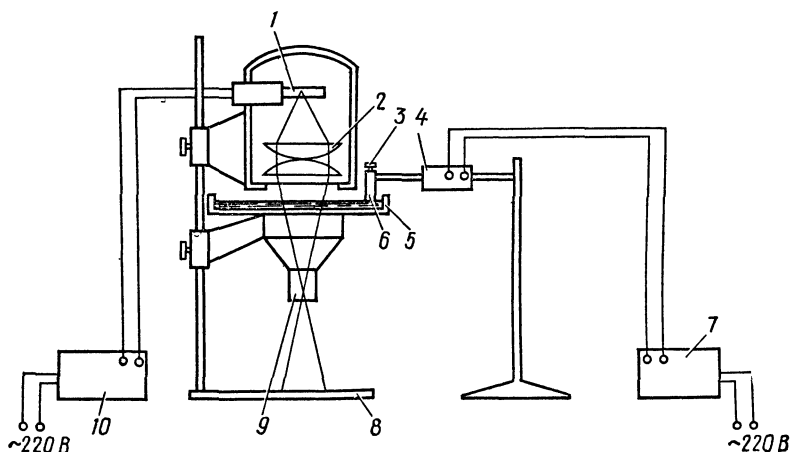


Рис. 151

ное в воду тело (наконечник вибратора 6), колеблющееся вверх и вниз по закону, близкому к синусоидальному. Центральная часть ванны (куда из-за потерь энергии не доходят волны, отраженные от стен ванны) проецируется с помощью диапроектора на экран 8.

Диапроектор состоит из стробоскопического источника света 1, конденсора 2 и объектива 9. Стробоскопическое освещение позволяет фиксировать какую-либо определенную фазу колебания, т. е. как бы «остановить» для наблюдателя бегущую волну. Частоты вспышек лампы строботаксиметра регулируются с помощью регулятора 10 в широких пределах.



В качестве источника колебаний используется электромагнитный вибратор 4, частота колебаний которого может изменяться с помощью звукового генератора 7.

Наконечники вибратора 6 сменные и крепятся на вибраторе специальным винтом 3. В наборе имеются точечные и линейные наконечники, а также двойной наконечник для получения двух когерентных источников.

На ванне могут быть установлены дифракционные решетки с различными постоянными, а также щель регулируемой ширины.

### **Задание 1. Определение длины волны**

1. Установив на вибратор точечный наконечник и задав частоту колебаний звукового генератора, подобрать частоту вспышек лампы стробоскопа так, чтобы на экране наблюдалась остановившаяся картина волн.

2. Измерить с помощью линейки расстояние  $l$  между гребнями (или впадинами) волны, отстоящими друг от друга на экране на  $n$  длин волн ( $n = 8 \div 12$ ), и определить длину волны по формуле  $\lambda = l / (nk')$  (здесь  $k'$  — увеличение диапроектора,  $k' = 2$ ).

Провести измерения для нескольких других частот колебаний (по указанию преподавателя), повторив их для каждой частоты 3—4 раза.

3. Прodelать указанные измерения с плоским наконечником вибратора.

### **Задание 2. Определение фазовой скорости поверхностных волн**

1. Определив длину поверхностных волн для нескольких значений частоты колебаний источника, по формуле (2) подсчитать фазовую скорость распространения волн.

2. Подсчитать ту же скорость для тех же длин волн, исходя из теоретической формулы (1). Значения плотности жидкости и коэффициента поверхностного натяжения задаются преподавателем или берутся из таблиц.

3. Сравнить расчетные и экспериментальные данные по зависимости скорости распространения волн от длины волны, построив на одних и тех же осях теоретический и экспериментальный графики зависимости  $v$  от  $\lambda$ .

4. Из полученного экспериментального графика определить зависимость  $dv/d\lambda$  от длины волны  $\lambda$  (дисперсия волн).

### **Задание 3. Изучение интерференции волн от двух когерентных источников**

1. Установив на вибратор двойной наконечник, получить на экране устойчивую интерференционную картину для какой-либо из частот колебаний вибратора, которые были изучены в задании 1.

2. Зарисовать эту картину в тетрадь и, выбрав на экране произвольные точки с усиленными или ослабленными колебаниями, проверить, соответствуют ли расстояния между ними формулам (6) и (7).

#### **Задание 4. Изучение дифракции волн от щели**

1. Установить линейные наконечники на вибраторе и наблюдать прохождение волн через щель при различных значениях ее ширины.

Зарисовать волновое поле за отверстием в случае, когда ширина щели  $a \gg \lambda$  и когда  $a \leq \lambda$ .

2. Медленно меняя размеры щели, найти то критическое значение  $a_{кр}$ , при котором становится заметным захождение волн в область геометрической тени. Сравнить полученное значение с длиной волны  $\lambda$ .

3. Изменяя частоту колебаний вибратора, повторить измерения для других значений длины волны.

#### **Задание 5. Изучение дифракции на решетке**

1. Установив на вибратор линейный наконечник, а на пути волн — дифракционную решетку с заданной преподавателем постоянной  $d$ , получить картину волнового поля за решеткой и зарисовать его.

2. Для заданного преподавателем направления, в котором наблюдается максимум амплитуды колебаний, определить угол  $\varphi$  и сравнить его с теоретическим значением, рассчитанным по формуле (8).

3. Во всех выполненных заданиях оценить погрешности, с которыми определены измеряемые физические величины.

### **(2) Электромагнитная часть**

**ПРИБОРЫ и ПРИНАДЛЕЖНОСТИ:** генератор электромагнитных волн с рупорной антенной, детектор, осциллограф, металлические экраны (сплошной и с двумя щелями), металлическая решетка, оптическая скамья и вращающаяся стойка.

#### **ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ**

Лабораторная установка (рис. 152) состоит из клистронного генератора электромагнитных волн 1, генерирующего волны частотой  $\nu = 10^{10}$  Гц ( $\lambda = 3$  см). Возбуждаемые генератором электромагнитные волны проходят через волновод 2. На выходе волновода имеется рупорная антенна 3, что обеспечивает достаточно высокую направленность излучения генерируемых электромагнитных волн.

Приемником электромагнитных волн служит детектор (зонд) 4. Электрическое поле волны наводит в детекторе электрический ток. Разность потенциалов, возникающая при прохождении этого тока

через омическое сопротивление, подается на вход катодного осциллографа 5. Высокочастотные колебания генератора модулированы низкой частотой (600 Гц), и в приемнике усиливается только низкочастотная составляющая сигнала.

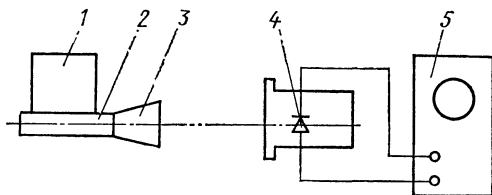


Рис. 152

Генератор с волноводом и антенной установлен на оптической скамье. Приемник 4 установлен на другой оптической скамье, жестко

укрепленной на стойке, которая может поворачиваться вокруг вертикальной оси. Стойка снабжена градусной шкалой, с помощью которой можно измерять угол поворота подвижной оптической скамьи от исходного положения.

### **Задание 1. Определение диаграммы направленности излучателя**

1. Включить генератор и осциллограф и дать им прогреться.
2. Поворачивая стойку с детектором вокруг вертикальной оси, измерить амплитуду  $A$  принимаемого сигнала через каждые  $3^\circ$  в пределах угла поворота  $\varphi$  от  $-15^\circ$  до  $+15^\circ$  относительно начального положения.
3. По полученным данным построить диаграмму направленности излучателя в полярных координатах ( $\varphi$ ,  $A$ ).

### **Задание 2. Изучение отражения электромагнитной волны от поверхности металла и наблюдение стоячей электромагнитной волны**

1. Поместив на оптической скамье между излучателем и детектором металлическую пластинку (экран), убедиться в том, что амплитуда принимаемого сигнала резко уменьшается.
2. Поворачивая пластину относительно вертикальной оси, сравнить значения амплитуды наблюдаемого на экране осциллографа сигнала для различных ориентаций.
3. Указать причины того, что металлическая пластина не полностью экранирует электромагнитные волны.
4. Снять металлическую пластину и укрепить ее в рейтере на оптической скамье позади приемника.
5. Медленно перемещая детектор 4 вдоль оптической скамьи, определить его положения, соответствующие максимальным и минимальным значениям принимаемого сигнала. На основе полученных результатов оценить длину наблюдаемых электромагнитных волн из соотношения  $\lambda = 2\Delta L$ , где  $\Delta L$  — расстояние между положениями детектора на оптической скамье, в которых наблюдаются последовательные максимумы (или минимумы) сигнала.

### Задание 3. Изучение дифракции на двух щелях

1. Закрепить на оптической скамье между излучателем и детектором пластину с двумя щелями (щели ориентированы вертикально).

2. Поворачивая стойку, на которой закреплен детектор, определить по шкале значения углов поворота стойки, соответствующих последовательно наблюдаемым максимумам и минимумам принятого сигнала.

3. Сравнить полученные результаты с теоретическими значениями углов, для которых должны наблюдаться максимумы интенсивности детектируемого сигнала  $d \sin \varphi = n\lambda$ , где  $d$  — расстояние между серединами щелей,  $n = 0, 1, 2, \dots$

### Задание 4. Определение плоскости поляризации электромагнитной волны

1. Снять пластину со щелями и вместо нее закрепить в рейтере металлическую решетку так, чтобы ее плоскость была ориентирована перпендикулярно оптической скамье.

2. Сравнить амплитуды детектируемого сигнала при горизонтальной и вертикальной ориентации стержней решетки и определить плоскость поляризации наблюдаемой электромагнитной волны.

#### Общее задание

Провести аналогию и отметить различие между механическими и электромагнитными волнами.

Л и т е р а т у р а: [22, т. 1, 2; 28].

## 54 ЭФФЕКТ ДОПЛЕРА

*Ц е л ь р а б о т ы: ознакомление с явлением Доплера для электромагнитных волн и измерение зависимости величины доплеровского смещения частоты от скорости движения источника волн.*

Э ф ф е к т Д о п л е р а состоит в том, что воспринимаемая приемником волн частота колебаний изменяется при движении приемника или источника колебаний относительно друг друга. Наблюдаемое при этом изменение частоты носит название *доплеровского смещения*. Так, если частота колебаний источника  $\nu_0$ , а приемник показывает частоту  $\nu$ , то доплеровское смещение  $\Delta\nu = \nu_0 - \nu$ . Смещение в сторону низких частот (больших длин волн) называется «красным», в сторону высоких частот — «фиолетовым».

Эффект Доплера наблюдается для волн любой физической природы — механических (акустических, гравитационных и др.), электромагнитных (как радиоволн, так и световых, рентгеновских и  $\gamma$ -лучей).

Отличие эффекта Доплера для механических волн от эффекта для волн электромагнитных в том, что здесь для доплеровского смещения кроме зависимости от скорости относительного движения источника и приемника надо еще учитывать зависимость от скорости движения источника и приемника относительно среды, в которой распространяются механические волны.

Для электромагнитных волн наблюдаются *продольный* и *поперечный эффекты Доплера*. В случае продольного эффекта относительная скорость  $v$  движения источника и приемника волн направлена вдоль прямой, проходящей через источник и приемник.

Специальная теория относительности дает формулу зависимости воспринимаемой частоты  $\nu$  от частоты источника  $\nu_0$  и относительной скорости источника и приемника:

$$\nu = \nu_0 \sqrt{\frac{1 \pm v/c}{1 \mp v/c}}, \quad (1)$$

где  $c$  — скорость электромагнитных волн; верхние знаки берутся в случае взаимного сближения источника и приемника, нижние — в случае их удаления.

Поскольку скорость  $c$  много больше скорости  $v$ , то с точностью до  $(v/c)^2$  формулу (1) можно записать в виде

$$\nu = \nu_0 \left( 1 \pm \frac{v}{c} \right). \quad (2)$$

Отсюда доплеровское смещение первого порядка

$$\Delta \nu = \nu - \nu_0 = \mp \nu_0 (v/c). \quad (3)$$

Поперечный эффект Доплера наблюдается в том случае, когда относительная скорость движения источника и приемника направлена перпендикулярно прямой, проходящей через источник и приемник. Этот эффект второго порядка малости и в данной работе не изучается.

## ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

**ПРИБОРЫ и ПРИНАДЛЕЖНОСТИ:** генератор электромагнитных волн, приемник электромагнитных волн (преобразователь принятых сигналов), радиомишень, осциллограф.

Схематически установка показана на рис. 153. Здесь 1 — клистронный генератор трехсантиметровых электромагнитных волн,

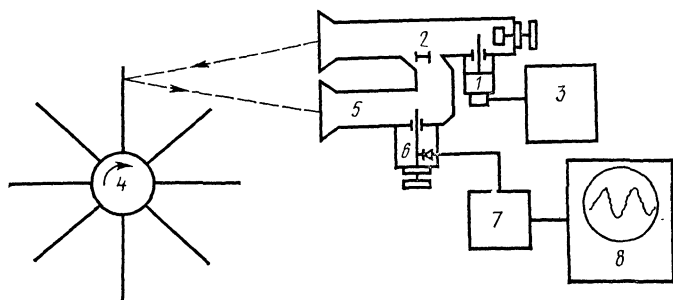


Рис. 153

2 — волновод и передающая рупорная антенна, 3 — блок питания клистронного генератора, 4 — радиомишень (колесо с металлическими лопатками на оси электродвигателя), 5 — приемная рупорная антенна.

В данной установке при вращении колеса мишени движется не источник волн, а отражающие их поверхности металлических лопаток. Передающая и приемная рупорные антенны ориентированы так,

чтобы в процессе вращения колеса сигнал, отраженный от одной лопатки и попадающий в приемник, сменялся сигналом от другой лопатки, пришедшей на место первой, имитируя сигнал, отраженный от постоянно приближающейся (или удаляющейся при обратном вращении) поверхности. Таким образом, движущимся источником излучения служит зеркальное изображение в движущейся лопатке неподвижного источника сигналов.

В камере 6 осуществляется сложение ответвленной части излучаемых волн с принятыми отраженными волнами, в результате чего возникают биения электромагнитных колебаний. Эти колебания детектируются и усиливаются в блоке 7, в результате чего на вход осциллографа 8 подается сигнал, выражающий зависимость электрического напряжения в смешанной волне от времени. Это периодическая кривая, частота следования максимумов которой равна частоте биений, т. е. частоте доплеровского смещения.

### **Задание. Измерение зависимости величины доплеровского смещения от скорости движения источника**

1. Согласно инструкции включить блок питания клистронного генератора и блок преобразователя принятых сигналов.
2. Включить осциллограф, установив низкую частоту развертки.
3. Включить питание электромотора и, изменяя напряжение питания, установить число оборотов колеса радиомишени по указанию преподавателя.
4. Зная частоту развертки, измерить величину доплеровского смещения по числу максимумов на экране осциллографа.
5. Повторить измерения при другой частоте вращения колеса радиомишени (не менее пяти раз).
6. Построить график зависимости величины доплеровского смещения  $\Delta\nu$  от скорости поступательного движения источника (для нашего случая отражения скорость движения источника равна удвоенной скорости движения отражающей лопатки):  $\nu = 2\nu_1 = 2(2\pi rn/60)$ , где  $r$  — расстояние отражающей лопатки от оси вращения,  $n$  — число оборотов в минуту.
7. Сравнить полученные результаты с предсказываемыми теорией (см. формулу (3)).

**Л и т е р а т у р а:** [22, т. 1; 31].

# ЧАСТЬ V

## ОПТИКА

### Геометрическая оптика

55. Определение кардинальных точек оп-  
тических систем  
56. Изучение аберраций линз

57. Моделирование оптических систем  
58. Фотометрирование источников света

## 55 ОПРЕДЕЛЕНИЕ КАРДИНАЛЬНЫХ ТОЧЕК ОПТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

**Цель работы:** ознакомление с основными положениями геометрической оптики, определение кардинальных точек тонких линз и сложного объектива.

Любую центрированную оптическую систему, в том числе линзу, можно задать так называемыми кардинальными точками — *главными фокусами*  $F$  и  $F'$ , *главными точками*  $H$  и  $H'$  и *узловыми точками*, которые в простейших случаях совпадают с главными (рис. 154). В этом случае можно не рассматривать хода луча внутри системы, что значительно упрощает все расчеты и построение изображения предмета.

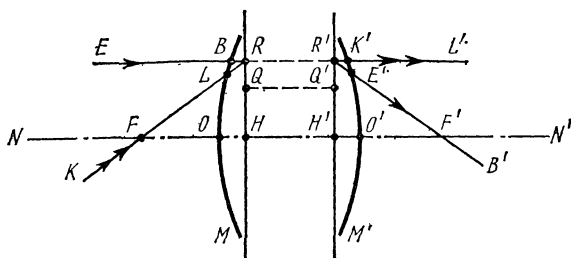


Рис. 154

Такое представление является приближенным и возможно лишь для *идеальной* системы, т. е. для системы, в которой сохраняется гомоцентричность проходящих пучков лучей и изображение геометрически подобно предмету. Теория идеальной оптической системы была разработана Е. Ф. Гауссом в 1841 г. и усовершенствована трудами многих ученых. С помощью этой теории можно полностью описать свойства оптической системы, произвести ее предварительный расчет и получить основные характеристики: увеличение, фокусные расстояния, положение кардинальных точек, габариты и другие данные.

На рис. 154  $BM$  и  $K'M'$  — крайние поверхности, ограничивающие оптическую систему,  $NN'$  — ее *главная оптическая ось*, относительно которой центрируется система. Если пропустить через систему пучок лучей, параллельных главной оптической оси (луч  $EB$  — один из них), то, согласно свойству идеальной

оптической системы, после преломления (луч  $E'B'$ ) они пересекутся во втором (заднем) главном фокусе  $F'$ . Следовательно, луч  $E'B'$  будет *соответствующим*, или *сопряженным*, по отношению к  $EB$  лучом, выходящим из системы. Лучи, параллельные оси, можно рассматривать, как выходящие из бесконечно удаленной точки на оптической оси слева. Пройдя через систему, эти лучи собираются в точке  $F'$ , следовательно, точка  $F'$  является изображением бесконечно удаленной точки или сопряженной ей точкой.

Первый (передний) главный фокус  $F$  характеризуется тем, что пучок лучей, входящих в систему из точки  $F$ , выйдет из системы в виде пучка параллельно главной оптической оси. Следовательно, если луч  $KL$  проходит через точку  $F$  (рис. 154), то сопряженный ему луч  $K'L'$  выходит из системы параллельно главной оптической оси. Очевидно, первый главный фокус  $F$  сопряжен точке, лежащей в бесконечности на оптической оси справа. Плоскости, проведенные перпендикулярно оптической оси через точки  $F$  и  $F'$ , называются *фокальными плоскостями* системы. Главные точки  $H$  и  $H'$  определяются как сопряженные точки, т. е. точки, являющиеся изображением одна другой.

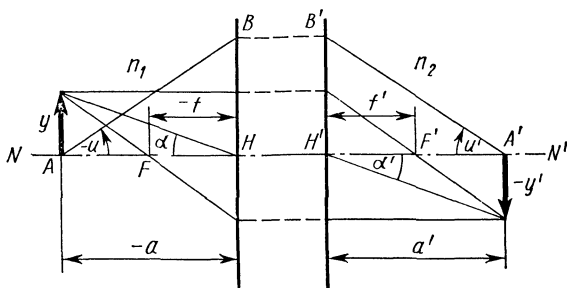


Рис. 155

*Линейным поперечным увеличением*  $\beta$  оптической системы называется отношение величины изображения  $y'$  (рис. 155) к величине предмета  $y$  в плоскостях, перпендикулярных оптической оси:

$$\beta = y'/y. \quad (1)$$

В *главных плоскостях* (плоскостях, проходящих через главные точки  $H$  и  $H'$  перпендикулярно оптической оси) всегда  $\beta = +1$ . Для точек  $A$  и  $A'$  системы, изображенной на рис. 155,  $\beta < 0$ .

Положение главных плоскостей получим из построения, данного на рис. 154, где луч  $KL$  выбран таким образом, что сопряженный ему луч  $K'L'$  выходит на той же высоте, на какой идет луч  $EB$ .

Продолжим  $KL$  и  $E'B'$  до пересечения с продолжениями  $K'L'$  и  $EB$  и отметим точки пересечения  $R$  и  $R'$ . Легко видеть, что  $R$  и  $R'$  — сопряженные точки. Действительно,  $R$  есть точка пересечения лучей  $EBR$  и  $KLR$ , которым сопряжены соответственно лучи  $R'E'B'$  и  $R'K'L'$ , пересекающиеся в точке  $R'$ .

Из построения ясно, что  $HR = H'R'$ , а следовательно, линейное поперечное увеличение  $\beta = H'R'/HR = 1$ .

Аналогичными рассуждениями можно показать, что и любая точка  $Q$  линии  $HR$  сопряжена с точкой  $Q'$  линии  $H'R'$ , для которых также  $\beta = H'Q'/HQ = 1$ . Следовательно, и точки  $H$  и  $H'$  сопряжены между собой и являются главными точками оптической системы.

Так как система симметрична относительно оси, то для главных плоскостей выполняется условие  $\beta = +1$ , т. е. главные плоскости взаимно изображаются прямо в натуральную величину.

Слева от первой главной плоскости находится *пространство предметов*, справа от второй главной плоскости находится *пространство изображений*. Главные точки  $H$  и  $H'$  являются началом отсчета отрезков в первом и втором пространстве; главная оптическая ось является началом отсчета углов. Правило зна-



ков соответствует правилу знаков в декартовой системе координат (при этом расстояние  $HN'$  исключается из рассмотрения). На рис. 155 первое фокусное расстояние  $f$ , отрезок  $a$  и угол  $u$  отрицательны, а второе фокусное расстояние  $f'$ , отрезок  $a'$  и угол  $u'$  положительны. Очевидно, если луч  $AB$  дойдет до первой главной плоскости на высоте  $NB$ , то сопряженный ему луч выйдет из второй главной плоскости на высоте  $N'B' = NB$ .

Фокусные расстояния центрированной оптической системы удовлетворяют условию

$$f/f' = -n_1/n_2, \quad (2)$$

где  $n_1$  и  $n_2$  — показатели преломления сред, находящихся соответственно слева и справа от системы.

Оптическая система также может характеризоваться *угловым увеличением*  $\gamma$ :

$$\gamma = \tan u' / \tan u. \quad (3)$$

Сопряженные точки, для которых  $\gamma = +1$ , являются также *кардинальными точками* и называются *узловыми* (или *узлами*).

Если  $n_1 = n_2$ , то  $f = -f'$ , а узловые точки совпадают с главными.

Если известно расположение кардинальных точек системы, то изображение предмета может быть найдено путем простых построений, как показано на рис. 155. Из этих построений легко установить соотношение

$$\frac{f}{a} + \frac{f'}{a'} = 1.$$

При  $f = -f'$  получим

$$\frac{1}{a'} - \frac{1}{a} = \frac{1}{f}. \quad (4)$$

При работе с линзами началом отсчета отрезков являются вершины сферических поверхностей  $O_1$  и  $O_2$  (рис. 156). Для положительной собирающей линзы (рис. 156, а) радиус  $r_1$  положителен, а радиус  $r_2$  отрицателен. Для отрицательной рассеивающей линзы (рис. 156, б)  $r_1$  отрицателен, а  $r_2$  положителен.

Простейшими оптическими системами являются *тонкие линзы*, т. е. линзы, толщиной которых можно пренебречь в сравнении с радиусами ограничивающих поверхностей и фокусными расстояниями  $f$  и  $f'$ . Вершины  $O_1$  и  $O_2$ , а также главные точки  $H$  и  $H'$  можно считать совпадающими между собой и расположенными в так называемом *оптическом центре* тонкой линзы.

Фокусное расстояние  $f'$  тонкой линзы связано с радиусами  $r_1$  и  $r_2$  соотношением

$$\frac{1}{f'} = (n-1) \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right), \quad (5)$$

где  $1/f' = \Phi$  — *оптическая сила* линзы,  $n$  — показатель преломления материала линзы,  $r_1$  и  $r_2$  — радиусы кривизны первой и второй сферических поверхностей.

В лабораторной работе определяют фокусные расстояния тонких линз, а также фокусное расстояние и положения главных точек сложного объектива,

## ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

**ПРИБОРЫ и ПРИНАДЛЕЖНОСТИ:** осветитель со шкалой на матовом стекле в виде сетки, положительная и отрицательная тонкие линзы в оправках, сложный объектив, экран в виде матового стекла в оправе, зрительная труба, установлен-

ная на бесконечность, оптическая скамья длиной не менее 1 м со шкалой с ценой деления 1 мм или меньше.

Все перечисленные приборы и принадлежности должны быть установлены в рейтерах, снабженных указателями для отсчета их положения на оптической скамье.

Ввиду простоты операций при измерениях рекомендуется продумать и выполнить их самостоятельно согласно общим указаниям, даваемым в заданиях.

### **Задание 1. Определение фокусного расстояния тонкой положительной линзы**

#### **Первый способ**

Фокусное расстояние  $f'$  линзы можно определить, используя формулу (4), если получить четкое изображение предмета на экране и измерить расстояния  $a$  и  $a'$ .

Для этого следует придвинуть экран к сетке осветителя и нанести на нем метку, соответствующую центру сетки. Далее, отодвинув экран на край оптической скамьи, поместить между осветителем и экраном положительную линзу и получить на экране четкое изображение сетки, центр которого совместить с меткой на экране. Измерив по шкале оптической скамьи расстояния  $a$  и  $a'$ , по формуле (4) рассчитать фокусное расстояние линзы  $f'$ .

#### **Второй способ**

Используя формулы (1) и (4), можно определить фокусное расстояние линзы по величине предмета  $y$ , его изображения  $y'$  и расстояния  $a'$ .

Измерения проводить так же, как и при первом способе, при этом необходимо измерить  $y$  — вертикальный отрезок на сетке осветителя, его изображение  $y'$  на экране и расстояние  $a'$ .

Исключив из формулы (4) значение  $a'$ , вычислить фокусное расстояние линзы  $f'$ .

### **Задание 2. Определение фокусного расстояния тонкой отрицательной линзы**

Отрицательная линза (рис. 156, б) имеет мнимые фокусы  $F'$  и  $F$ . Тем не менее можно определить их положение, а также вычис-

лить  $f'$ , если использовать действительное изображение предмета, полученное с помощью положительной линзы, в качестве предмета для отрицательной линзы. При этом необходимо выбрать линзы так, чтобы фокусное расстояние

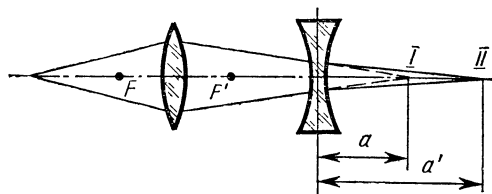


Рис. 157

положительной линзы было не больше фокусного расстояния отрицательной линзы.

Если, получив действительное изображение сетки осветителя при помощи положительной линзы в положении *I*, как показано на рис. 157, поместить отрицательную линзу между положительной линзой и изображением, то изображение переместится в положение *II*. Тогда, измерив расстояния *a* и *a'*, можно по формуле (4) вычислить искомое *f'*.

**Примечание.** При измерениях необходимо соблюдать центровку линз — центр изображений должен совпадать с меткой на экране.

### Задание 3. Определение фокусного расстояния и положения главных точек сложного объектива

#### Определение фокусного расстояния

Фокусное расстояние сложного объектива определяется по способу Аббе.

Пусть предмет, линейный размер которого равен *y* (рис. 158), находится на расстоянии — *z*<sub>1</sub> от первого главного фокуса положительной оптической системы. Изображение предмета пусть имеет размер — *y*<sub>1</sub>'. Линейное увеличение

$$\beta_1 = -y_1'/y = -f/z_1 = f'/z_1. \quad (6)$$

Если теперь передвинуть предмет в положение, определяемое отрезком — *z*<sub>2</sub>, то линейное увеличение

$$\beta_2 = -y_2'/y = -f/z_2 = f'/z_2. \quad (7)$$

Из (6) и (7) нетрудно получить

$$f' = \frac{\Delta z}{1/\beta_2 - 1/\beta_1}, \quad (8)$$

где  $\Delta z = |z_2 - z_1|$  — перемещение предмета.

1. Передвинув матовый экран на край оптической скамьи и перемещая объектив, получить на экране сначала увеличенное изображение *y*<sub>1</sub>' сетки осветителя, соответствующее расстоянию — *z*<sub>1</sub>, а затем уменьшенное *y*<sub>2</sub>', соответствующее расстоянию — *z*<sub>2</sub>. Величина  $\Delta z$  будет равна перемещению объектива из первого положения во второе.

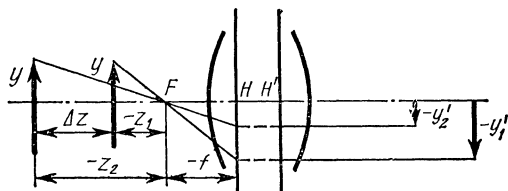


Рис. 158

2. По формуле (8) рассчитать фокусное расстояние *f'*.

#### Определение положения главных точек

Для нахождения главных точек системы недостаточно знать фокусное расстояние, нужно определить еще положение главных фокусов.

Действительно, согласно рис. 154, фокусное расстояние есть расстояние от главной точки до главного фокуса, положение которого неизвестно. Найдя положения точек  $F$  и  $F'$ , отложив от них соответственные величины  $f$  и  $f'$ , можно найти положения главных точек  $H$  и  $H'$ .

Для нахождения точек  $F$  и  $F'$  применяют зрительную трубу, настроенную на бесконечность. Если согласно рис. 159 сетка осветителя 1 находится в первом

главном фокусе объектива 2, то ее изображение должно быть резко видно в поле зрения трубы 3.

1. Поместив исследуемый объектив между сеткой и зрительной трубой и перемещая его до тех пор, пока в поле зрения трубы не

появится отчетливое изображение сетки, измерить расстояние —  $s_F$  от передней преломляющей поверхности объектива до первого главного фокуса  $F$ .

2. Перевернув объектив на  $180^\circ$ , получить расстояние  $s_{F'}$  (на рисунке не показано) от задней преломляющей поверхности объектива до второго главного фокуса  $F'$ .

3. Отложив от первого и второго главных фокусов отрезки —  $s_F$  и  $s_{F'}$ , а также  $f$  и  $f'$ , найти положения главных фокусов и главных точек объектива относительно его крайних преломляющих поверхностей.

В заключение следует вычертить в масштабе наружные поверхности объектива, положение его главных плоскостей и главных фокусов.

Л и т е р а т у р а: [22, т. 3].

## 56 ИЗУЧЕНИЕ АБЕРРАЦИЙ ЛИНЗ

**Ц е л ь р а б о т ы:** *ознакомление с явлением искажения изображения в линзах (абберациями) и определение сферической абберации, астигматизма и хроматической абберации положительной линзы.*

В оптике существует понятие об идеальной оптической системе. Такая система должна удовлетворять следующим трем условиям Максвелла:

- 1) гомоцентрический пучок после прохождения оптической системы остается гомоцентрическим;
- 2) изображение плоского предмета в идеальной оптической системе остается по форме подобным предмету;
- 3) изображение плоскости, перпендикулярной оптической оси, является плоскостью, перпендикулярной оптической оси.

Все реальные линзы и оптические системы дают изображения, имеющие отклонения от закона подобия: точка, прямая, плоскости изображаются в виде пятна, кривой, неплоской поверхности. Кроме того, стекла обладают *дисперсией*

(показатели преломления линз для лучей различной длины волны различны), вследствие чего изображения разного цвета не совпадают между собой по величине и положению, создавая окрашенность изображения. Все эти отступления реального изображения от идеального называются *абберациями*. Абберации оптических систем разделяются на *монохроматические* и *хроматические*.

Монохроматические абберации — это искажения изображений, возникающие для лучей строго определенной длины волны.

Хроматические абберации — появление окрашенности изображений, возникающее из-за того, что лучи разных длин волн могут проходить оптическую систему разными путями.

Монохроматическими абберациями являются сферическая абберация (продольная и поперечная), кома, астигматизм, кривизна поля, дисторсия.

К хроматическим абберациям относятся продольная хроматическая абберация и хроматическая разность увеличений.

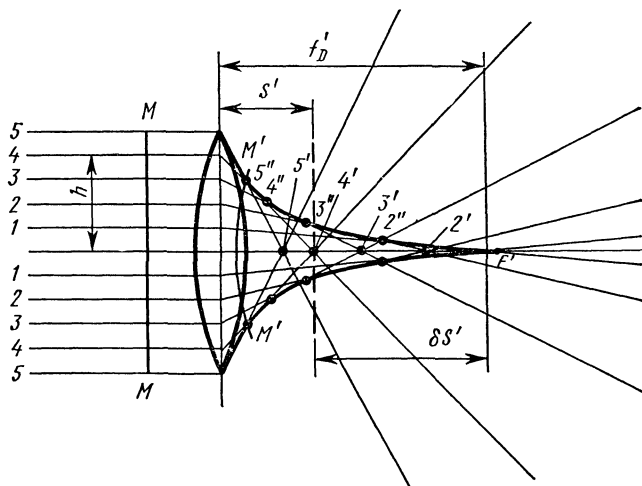


Рис. 160

Пучок, лучи которого расходятся из одного общего центра — светящейся точки, — называется *гомоцентрическим расходящимся*. Ему соответствует сферическая волновая поверхность. Если же лучи направлены к одному общему центру, то пучок называется *гомоцентрическим сходящимся*.

Сферической абберацией называется нарушение гомоцентричности пучков, прошедших через оптическую систему без нарушения симметрии этих пучков.

Пусть пучок лучей, параллельных оптической оси, падает на собирательную линзу (рис. 160). Согласно законам идеальной оптической системы, такой пучок должен после преломления в линзе сойтись в ее втором главном фокусе  $F'$ , являющемся изображением бесконечно удаленной точки на оси слева.

В реальных оптических системах, состоящих из линз, ограниченных сферическими поверхностями, этим законам следуют только *параксиальные лучи*, близкие к оптической оси и образующие с ней малые углы.

На рис. 160 такими лучами будут только лучи 1—1. Лучи 2—2, 3—3, 4—4 и 5—5 сходятся после преломления в тонкой линзе соответственно в точках 2', 3', 4' и 5'. Это показывает, что плоская волновая поверхность  $MM$  после преломления в линзе превращается в симметричную поверхность  $M'M'$ , имеющую постепенно изменяющуюся вдоль оптической оси двоякую кривизну. Центрами кривизны элементов этой поверхности будут точки 2'', 3'', 4'', 5''\*, а также точки

\* 2'', 3'', 4'', 5'' — точки пересечения лучей 2—1, 3—2, 4—3, 5—4 соответственно. Эти точки являются центрами кривизны соответствующих участков поверхности  $M'M'$ .

на оптической оси  $2', 3', 4', 5'$  и  $F'$  для параксиальных лучей  $1-1$ . Множество этих точек образует поверхность, называемую *каустической*. В данном случае получаются две каустические поверхности — эволюта поверхности  $M'M'$  (точки  $2'', 3'', 4''$  и  $5''$ ) и прямая линия (точки  $2', 3', 4', 5'$  и  $F'$ ).

В отсутствие сферической aberrации каустическая поверхность превращается в точку  $F'$ . Следовательно, *главный фокус  $F'$  для широких пучков лучей не имеет определенного положения на оптической оси вследствие сферической aberrации*. Мера продольной сферической aberrации  $\delta s'$  — это разность отрезков от центра линзы до изображения, даваемых широкими и параксиальными пучками. В данном случае

$$\delta s' = s' - f'_D, \quad (1)$$

где  $f'_D$  — фокусное расстояние линзы для волны длиной  $\lambda_D$  (желтой линии натрия),  $s'$  — расстояние от центра линзы до точки, в которой определяется сферическая aberrация.

В данной работе рассматриваются тонкие линзы.

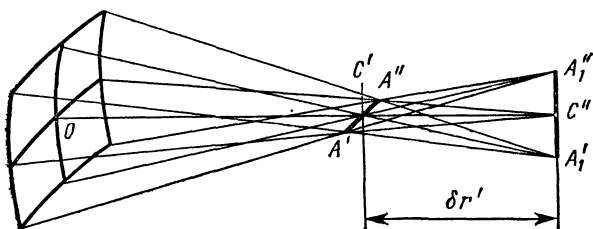


Рис. 161

Поскольку сферическая aberrация отсчитывается вдоль оптической оси, отрезок  $\delta s'$  называется *продольной сферической aberrацией*.

Для собирающих линз, в частности для линзы, изображенной на рис. 160, продольная сферическая aberrация будет отрицательной. Как видно из того же рисунка, отрезок  $\delta s'$  тем больше, чем дальше от оптической оси расположены входящие в линзу лучи. Откладывая по оси ординат высоту входящего пучка  $h$ , а по оси абсцисс —  $\delta s'$ , можно получить характеристику продольной сферической aberrации линзы.

Для ослабления сферической aberrации в оптические системы вводятся *диафрагмы*, ограничивающие пучки световых лучей. Следует указать, что слишком сильное ограничение светового пучка в свою очередь ухудшает изображение. Вследствие дифракции точки изображения увеличиваются в размерах, что ухудшает их резкость. При этом возрастает *глубина резкости*.

Глубина резкости оценивается отрезком вдоль оптической оси, на протяжении которого изображение предмета кажется наблюдателю достаточно резким.

Aberрация, называемая *астигматизмом*, возникает, если линза имеет неодинаковую кривизну в некоторых двух сечениях. В этом случае изображение точки предмета не будет лежать в одной плоскости. Астигматизм возникает не только вследствие несферичности поверхностей линз, но и при косом падении лучей на правильную линзу.

Предомкнутый в линзе пучок косых световых лучей превращается в *астигматический пучок*, имеющий двоякую кривизну, и благодаря этому плоскости изображения вертикальных и горизонтальных линий предмета оказываются разделенными в пространстве. На рис. 161 показан элементарный астигматический пучок лучей. Все лучи, лежащие в вертикальных — меридиональных плоскостях этого пучка, пересекаются по линии  $A'A''$ , все лучи, лежащие в горизонтальных — сагиттальных плоскостях, пересекутся по линии  $A'_1A'_1$ . Радиусами кривизны для элементарного астигматического пучка лучей, очевидно, будут расстояния  $OC' = r'$

и  $OC'' = r''$ . Величина

$$\delta r' = r'' - r' \quad (2)$$

называется *астигматической разностью*.

Наблюдая изображение вертикальных и горизонтальных линий изображения, например сетки, при различных поворотах линзы, можно найти астигматические разности для косых пучков лучей.

*Комой* называется асимметрия пучка лучей, испускаемых точечным источником, находящимся вне главной оптической оси; эти лучи после преломления не собираются в одну точку, а располагаются в плоскости изображения несимметрично относительно главного луча пучка (проходящего через центр входного зрачка оптической системы). В результате изображения точек получаются в виде размытых пятен.

*Дисторсия* — искажения изображения плоских фигур (рис. 162) вследствие непостоянства линейного увеличения в разных точках плоскости изображений. На рис. 162, а показан предмет (в виде сетки), на рис. 162, б — его изображение с бочкообразной дисторсией, на рис. 162, в — изображение с подушкообразной дисторсией.

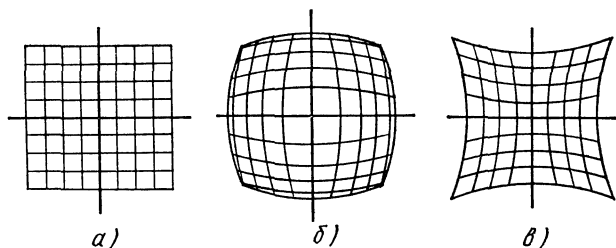


Рис. 162

*Кривизна поля* выражается в том, что плоские предметы изображаются системой в виде искривленных неплоских изображений.

Хроматические aberrации приводят к тому, что в белом (или вообще немонахроматическом) свете изображение всегда окрашено, особенно по краям, где видна яркая цветная каемка.

Зависимость второго фокусного расстояния линзы  $f'$  от радиусов ее преломляющих поверхностей  $r_1$  и  $r_2$  и показателя преломления  $n$  выражается формулой

$$\frac{1}{f'} = (n - 1) \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right). \quad (3)$$

Показатель преломления  $n$  является функцией длины волны  $\lambda$ . Поэтому фокусное расстояние  $f'$  (а также  $f$ ) будет различно для различных длин волн. В соответствии с этим и положение изображения предмета будет различно для различных длин волн.

Обычно фокусные расстояния оптических систем рассчитываются для какой-либо одной длины волны в зависимости от назначения оптической системы, например для желтой линии натрия, обозначаемой  $\lambda_D$  ( $\lambda_D = 586 \text{ нм}$ ), для приборов, работающих при дневном свете или в свете ламп накаливания.

В данной работе рассматривается продольная хроматическая aberrация, которая характеризуется разностью между положением второго главного фокуса для различных длин волн ( $f'_\lambda$ ) и для желтой линии натрия ( $f'_D$ ):

$$\delta s' = f'_\lambda - f'_D. \quad (4)$$

## ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

**ПРИБОРЫ и ПРИНАДЛЕЖНОСТИ:** оптическая скамья, осветитель с сеткой, коллиматорная линза, исследуемая линза, набор круглых диафрагм, набор светофильтров, матовый экран.

Осветитель с сеткой 1, линзы 2 и 3 и экран 4 устанавливаются в рейтерах на оптической скамье, как показано на рис. 163. Оптическая скамья длиной не менее 1 м снабжена отсчетной шкалой с ценой деления не более 1 мм. Рейтеры должны иметь указатели для отсчета по шкале скамьи. Рейтер с исследуемой линзой снабжается лимбом с делениями  $0,5\text{--}1^\circ$  для отсчетов поворота линзы. Коллиматорная линза 2 должна быть длиннофокусной (фокусное расстояние не менее

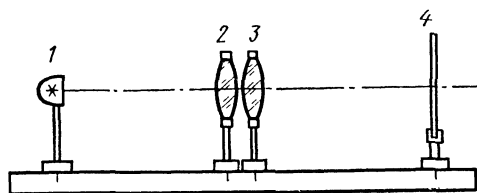


Рис. 163

400 мм), а ее диаметр — не меньше диаметра исследуемой линзы. В оправу исследуемой линзы устанавливаются диафрагмы. Рекомендуемые диаметры диафрагм — 10, 20, 30 мм и т. д. Самая большая диафрагма соответствует оправе линзы. Для повышения точности отсчетов все диафрагмы, кроме первой, должны быть кольцевыми.

Осветитель с сеткой снабжен оправой для установки светофильтров. Рекомендуемый размер сетки  $60 \times 60$  мм с расстояниями между штрихами 10 мм.

Осветитель с сеткой снабжен оправой для установки светофильтров. Рекомендуемый размер сетки  $60 \times 60$  мм с расстояниями между штрихами 10 мм.

### Задание 1. Изучение продольной сферической аберрации

Измерения проводятся в желтом свете ( $\lambda_D = 586$  нм) со светофильтром, вставленным в осветитель.

1. Собрать схему согласно рис. 163 и отцентрировать линзы 2 и 3 относительно сетки осветителя.

2. Линзу коллиматора поставить так, чтобы сетка осветителя находилась в ее фокусе. Исследуемую линзу придвинуть вплотную к линзе коллиматора и, перемещая экран 4, получить наиболее резкое изображение сетки. Сделать отсчет положения экрана.

3. Устанавливая последовательно диафрагмы, начиная с самой малой, последовательно добиваться наиболее резкого изображения сетки на экране.

4. Определить глубину резкости изображения путем перемещения экрана вдоль оптической скамьи до появления слегка размытого изображения в ту и другую сторону относительно исследуемой линзы. Разность отсчетов положения экрана для двух крайних несколько размытых изображений даст глубину резкости  $\Delta s'$ . Среднее значение из тех же отсчетов позволит определить расстояния  $s'$  от линзы до абберационного изображения сетки.

5. Принимая расстояние от линзы до изображения сетки при наименьшей диафрагме (параксиальные лучи) за фокусное расстояние  $f_D$ , вычислить сферическую аберрацию  $\delta s'$  (см. формулу (1)) для каждой диафрагмы. При этом следует учесть знак  $\delta s'$ .



6. По полученным данным построить график зависимости аберрации  $\delta s'$  от диаметров диафрагм, а также график зависимости  $\Delta s'$  от диаметров диафрагм.

### Задание 2. Изучение астигматизма линзы

Астигматизм исследуется в монохроматическом свете с желтым светофильтром. Исследуемая линза должна быть полностью открыта.

1. Исследуемую линзу поворачивать относительно вертикальной оси последовательно через каждые  $10^\circ$ .

Перемещая экран, получить для каждого положения линзы наиболее резкое изображение вертикальных линий сетки, затем горизонтальных и отсчитать по шкале оптической скамьи расстояния  $r'$  и  $r''$  (см. рис. 161).

2. По полученным данным рассчитать астигматические разности  $\delta r'$  для всех углов поворота (см. формулу (2)).

3. Построить график зависимости астигматических разностей  $\delta r'$  от углов поворота и сделать заключение по результатам работы.

### Задание 3. Изучение продольной хроматической аберрации

Измерения проводятся последовательно со всеми светофильтрами и с диафрагмой, для которой глубина резкости  $\Delta s'$  оказалась наименьшей.

1. Устанавливая поочередно светофильтры, получить наиболее резкое изображение сетки для каждого цвета. Учитывая глубину резкости (см. п. 4 задания 1), определить среднее значение  $f'_\lambda$ .

2. Принимая за фокусное расстояние линзы  $f'_D$ , вычислить хроматическую аберрацию  $\Delta s'$  по формуле (4), учитывая знак аберрации.

3. По полученным данным построить график зависимости аберрации от длины волны пропускания светофильтра.

Сделать заключение по результатам выполненной работы.

Л и т е р а т у р а : [22, т. 3].

## 57 МОДЕЛИРОВАНИЕ ОПТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

**Ц е л ь р а б о т ы:** *ознакомление с оптическими схемами коллиматора, зрительной трубы Кеплера и Галилея, микроскопа, а также моделирование этих схем из простых линз.*

*Зрительная труба* представляет собой оптическую систему, предназначенную для наблюдения удаленных предметов. Если лучи от предмета приходят в трубу в виде параллельных пучков, то оптическая система трубы называется *телескопической*.

На рис. 164 представлена оптическая схема *зрительной трубы Кеплера*. Она состоит из длиннофокусного объектива 1 и окуляра 2 — системы с меньшим фокусным расстоянием. Второй главный фокус  $F'_{06}$  объектива совпадает с первым

главным фокусом  $F_{ок}$  окуляра, благодаря чему падающий в объектив параллельный пучок лучей  $a$  выходит из окуляра также параллельным пучком  $b$ .

Как показано на рис. 164, объектив 1 зрительной трубы образует обратное действительное изображение —  $y'$  — бесконечно удаленного предмета, которое рассматривается в окуляр 2.

Увеличение трубы  $\Gamma$  является угловым увеличением и равно отношению

$$\Gamma = \operatorname{tg} u' / \operatorname{tg} u, \quad (1)$$

где  $u'$  — угол, под которым предмет наблюдается в трубу (согласно правилу знаков, этот угол отрицательный);  $u$  — угол,

Рис. 164

под которым предмет виден невооруженным глазом (если глаз поместить вместо объектива трубы на оптической оси).

Ширина параллельного пучка лучей, входящих в объектив, определяется диаметром  $D$  его оправы, точнее, диаметром ее входного зрачка, обычно равным диаметру объектива. Ширина пучка, выходящего из окуляра, определяется диаметром  $D'$  выходного зрачка системы. Выходной зрачок является изображением входного зрачка, даваемым окуляром.

Из рис. 164 несложно получить для увеличения  $\Gamma$

$$\Gamma = -f'_{об} / f'_{ок}, \quad (2)$$

$$\Gamma = -D / D'. \quad (3)$$

Соотношение (2) показывает, во сколько раз увеличиваются угловые размеры изображения в сравнении с угловыми размерами предмета при наблюдении через трубу.

Линейное увеличение  $\beta$  найдем из формулы геометрической оптики (см. [22]):

$$\Gamma \beta = 1, \quad (4)$$

следовательно,

$$\beta = -\frac{f'_{ок}}{f'_{об}} = -\frac{D'}{D}. \quad (5)$$

Так как  $D' < D$ , то, очевидно, зрительная труба дает уменьшение линейных размеров наблюдаемых предметов.

Зрительная труба Галилея также является телескопической системой. На рис. 165 показана оптическая схема трубы Галилея. Здесь второй фокус  $F'_{об}$  объектива 1 (положительной системы) совмещен с первым фокусом  $F_{ок}$  окуляра 2 (отрицательной системы), а падающий в объектив пучок параллельных лучей выходит из окуляра также параллельным пучком. Нетрудно видеть, что труба Галилея дает прямое мнимое изображение. Формулы (1), (2) и (5) с учетом знаков применимы и в случае трубы Галилея ( $f'_{ок} < 0$ ).

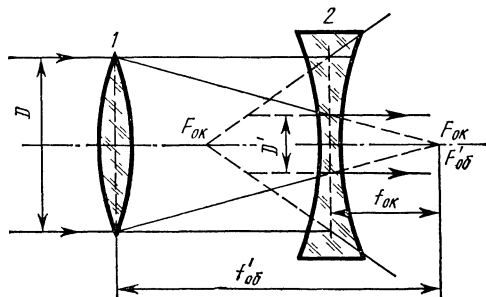


Рис. 165

Микроскоп предназначен для наблюдения мелких предметов, не различимых глазом. На рис. 166 представлена оптическая схема микроскопа. Микроскоп состоит из двух систем: короткофокусного объектива 1 и

окуляра 2, фокусное расстояние которого может быть значительно большим, чем у объектива. Предмет  $y$  располагается вблизи первого фокуса  $F_{об}$  объектива так, что его действительное, увеличенное, обратное изображение  $-y'$  получается вблизи первого фокуса  $F_{ок}$  окуляра — между ним и окуляром. Окуляр действует как лупа, давая мнимое изображение  $-y''$  на расстоянии наилучшего зрения  $l_{н.з}$  от глаза ( $l_{н.з} = 0,25$  м), который помещается непосредственно за окуляром. Лучи  $I$  и  $II$  позволяют получить изображение  $-y'$ ; лучи

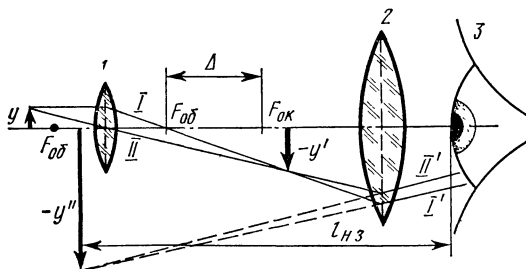


Рис. 166

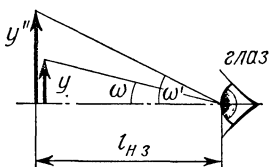


Рис. 167

$I'$  и  $II'$ , попадая в систему глаза 3, сходятся на сетчатке, где дают изображение, соответствующее мнимому изображению  $-y''$ , даваемому окуляром как лупой. Без участия глаза изображения не видно, а из окуляра выходит расходящийся пучок лучей. Расстояние  $\Delta$  между вторым фокусом объектива и первым фокусом окуляра называется *оптическим интервалом*.

Увеличение микроскопа  $\bar{\Gamma}$  называется *видимым* и рассчитывается как отношение

$$\bar{\Gamma} = \operatorname{tg} \omega' / \operatorname{tg} \omega,$$

где  $\omega'$  — угол, под которым глаз видит предмет через микроскоп,  $\omega$  — угол, под которым глаз непосредственно видит предмет на расстоянии наилучшего зрения  $l_{н.з}$  (рис. 167).

Расчеты показывают, что увеличение микроскопа

$$\bar{\Gamma} = \beta_{об} \bar{\Gamma}_{ок},$$

где  $\beta_{об} = -\Delta / f'_{об}$  — линейное увеличение объектива,  $\bar{\Gamma}_{ок} = l_{н.з} / f'_{ок}$  — видимое увеличение окуляра, действующего как лупа.

Окончательно увеличение микроскопа

$$\bar{\Gamma} = -\Delta l_{н.з} / (f'_{об} f'_{ок}),$$

или, полагая  $l_{н.з} = 0,25$  м, получим

$$\bar{\Gamma} = -0,25 \Delta / (f'_{об} f'_{ок}). \quad (6)$$

Следует заметить, что как системы зрительных труб, так и системы микроскопов являются стандартизованными и состоят из определенных стандартных узлов, согласованных друг с другом. Оптический интервал  $\Delta$  не является произвольной величиной и в зависимости от требований, предъявляемых к микроскопу, может быть равен 90, 120, 160 или 190 мм. При этом 90 и 120 мм берутся для небольших увеличений (до  $60\times$ ), 160 и 190 мм — для средних и больших увеличений.

## ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

**ПРИБОРЫ и ПРИНАДЛЕЖНОСТИ:** набор положительных и отрицательных линз в оправках с метками фокусных расстояний, установленных в рефертах, позволяющих производить их регулировку по высоте, осветитель со шкалой,

имеющей крест на матовом стекле, экран в виде матового стекла в оправе, установленной в рейтере, вспомогательная зрительная труба с измерительным окуляром (с окулярной шкалой), укрепленная на рейтере. Положительных линз должно быть не менее пяти с фокусными расстояниями от 30 до 200 мм, отрицательная линза может быть одна с фокусным расстоянием 30—60 мм. Рейтеры должны быть снабжены указателями для отсчетов.

Вся установка собирается на оптической скамье длиной не менее 1 м с отсчетной шкалой с ценой деления не более 1 мм. На одном конце скамьи жестко укрепляется осветитель со шкалой. Положение шкалы осветителя должно быть отмечено и должно соответствовать нулевому отсчету по шкале оптической скамьи. Остальные детали устанавливаются на скамье по мере надобности.

### Задание 1. Юстировка линз

В данной работе производится юстировка линз по высоте, т. е. регулировка их центра по вертикали. Регулировка по горизонтали также может быть произведена, если в оправе предусмотрено соответствующее юстировочное устройство.

1. Матовый экран придвинуть вплотную к осветителю и на нем простым карандашом отметить теневое изображение креста шкалы осветителя. Затем матовый экран передвинуть к концу оптической скамьи.

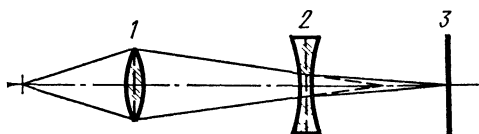


Рис. 168

2. Между осветителем и экраном поместить рейтер с положительной линзой. Передвигая рейтер с линзой, получить на экране

резкое изображение шкалы осветителя. Перемещением линзы по высоте совместить изображение с крестом на экране. В таком положении линзу закрепить в рейтере.

3. Методику юстировки отрицательных линз поясняет рис. 168.

На оптическую скамью поместить рейтер с уже отъюстированной по высоте положительной длиннофокусной линзой 1, а затем рейтер с отрицательной линзой 2 и, изменяя положение отрицательной линзы, совместить изображение шкалы с отметкой на экране 3, закрепить линзу в положении совмещения.

### Задание 2. Моделирование зрительной трубы Кеплера

Согласно рис. 164, в зрительную трубу должны входить параллельные лучи, испускаемые бесконечно удаленными источниками света. Можно получить параллельные лучи от источников, расположенных на конечном расстоянии, при помощи систем, называемых *коллиматорами*. На рис. 169 представлена схема коллиматора вместе со зрительной трубой. Точечный источник света 1 располагается в первом фокусе объектива 2 коллиматора. Оче-

видно, из объектива выйдут параллельные (коллимированные) лучи. Если на пути таких лучей поставить вспомогательную зрительную трубу 3, то изображение источника света 1 будет видно через эту трубу как изображение удаленного источника. Вместо источника света можно в первом фокусе объектива коллиматора поставить шкалу, тогда глаз 4 увидит через зрительную трубу изображение шкалы.

Приступая к работе, следует вспомогательную зрительную трубу настроить на какой-либо удаленный предмет, например на видимый из окна объект — дерево, дом и т. п. Этот называется «настройкой на бесконечность».

1. Собрать коллиматор по схеме рис. 169, используя положительную линзу 2 с небольшим фокусным расстоянием в качестве объектива. Линзу следует установить так, чтобы шкала осветителя оказалась приблизительно в ее первой фокальной плоскости.

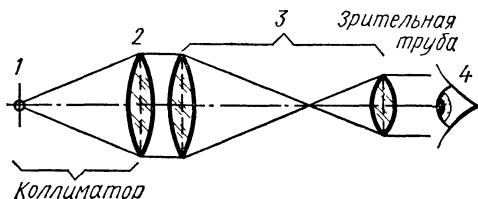


Рис. 169

2. Установить на оптической скамье вспомогательную зрительную трубу и отрегулировать ее по высоте. Далее, наблюдая через зрительную трубу изображение шкалы 1 и перемещая линзу 2, добиться резкости изображения шкалы. Это положение линзы 2 будет соответствовать наиболее точному расположению шкалы осветителя в ее фокальной плоскости.

3. Выбрать длиннофокусную и короткофокусную линзы в качестве объектива и окуляра моделируемой зрительной трубы. Поместить линзу-объектив вблизи линзы коллиматора 2, а затем установить линзу-окуляр так, чтобы ход лучей был телескопическим. Это достигается при помощи вспомогательной зрительной трубы, помещенной за линзой-окуляром моделируемой трубы.

4. Регулируя положение линзы-окуляра, добиться максимальной резкости изображения шкалы 1, наблюдаемой через две трубы — моделируемую и вспомогательную, расположенные друг за другом.

5. Отодвинуть вспомогательную зрительную трубу и измерить линейкой диаметры  $D$  входного и  $D'$  выходного зрачков моделируемой трубы. Диаметр входного зрачка измеряется линейкой. Диаметр выходного зрачка измеряется при помощи миллиметровой бумаги, помещаемой за окуляром в том положении, где размытое световое пятно становится резким (изображение оправы объектива, даваемое окуляром).

6. Вычислить увеличения зрительной трубы  $\Gamma$  и  $\beta$  по формулам (2), (3) и (5).

### Задание 3. Моделирование зрительной трубы Галилея

1. Собрать коллиматор, как указано в задании 2.

2. Выбрать длиннофокусную положительную линзу для объектива и короткофокусную отрицательную для окуляра.

Собрать модель трубы Галилея по схеме рис. 165, учитывая, что пучок параллельных лучей входит в линзу-объектив из коллиматора, а резкое изображение шкалы коллиматора наблюдается через вспомогательную зрительную трубу при точном совпадении второго и первого фокусов объектива и окуляра (коллиматор и вспомогательная зрительная труба на рис. 165 отсутствуют).

3. Вычислить увеличение трубы Галилея по формуле (2).

4. Определить экспериментально увеличение трубы Галилея по формуле (1), учитывая, что угловое увеличение зрительной трубы равно отношению тангенсов углов зрения предмета с трубой и без трубы.

Для этого предмет — шкала осветителя — наблюдается сначала через две трубы: собранную трубу Галилея и вспомогательную трубу, — а затем только через вспомогательную трубу при снятых со скамьи линзах, составляющих трубу Галилея. В обоих случаях производится измерение наблюдаемой шкалы по окулярной сетке вспомогательной трубы. Если результат измерения через две трубы  $l'$ , а с одной трубой  $l$ , то, учитывая формулу (4), получим  $\Gamma = l'/l$ .

### Задание 4. Моделирование микроскопа

Модель микроскопа строится из двух положительных линз: короткофокусной линзы-объектива и длиннофокусной линзы-окуляра. Предметом является шкала осветителя.

1. Установить линзу-объектив в таком положении, чтобы шкала осветителя находилась на расстоянии от линзы, несколько большем ее фокусного расстояния  $f'_{об}$ .

2. За линзой поместить матовый экран и найти положение промежуточного изображения предмета, даваемого линзой-объективом.

Выбрав значение  $\Delta$  (лучше всего взять  $\Delta = 190$  мм) и учитывая, что промежуточное изображение находится примерно на расстоянии  $(f'_{об} + \Delta)$  от линзы-объектива, добиться соответствующего положения линзы-объектива относительно предмета и его изображения, перемещая линзу-объектив и экран.

3. Убрав экран, поместить линзу-окуляр на оптическую скамью и, наблюдая глазом, получить изображение шкалы в окуляре.

Схема полученной модели должна соответствовать рис. 166.

4. Вычислить увеличение полученного микроскопа по формуле (6).

Л и т е р а т у р а: [22, т. 3].

**Цель работы:** ознакомление с приемами фотометрирования, определение силы света лампы накаливания с помощью фотометра Луммера — Бродхуна и построение индикатрисы рассеяния света вокруг лампы накаливания.

Основными характеристиками излучения источников света являются следующие:

**Световой поток  $\Phi$**  — мощность лучистой энергии, оцениваемая по зрительному ощущению. Единицей светового потока в СИ является **люмен** (лм).

Опытным путем установлено, что световому потоку в 1 лм, образованному излучением с длиной волны  $\lambda = 555$  нм, соответствует поток энергии в 0,0016 Вт.

**Сила света  $I$**  — световой поток  $d\Phi$ , приходящийся на телесный угол  $d\omega$  (рис. 170):

$$I = d\Phi / d\omega. \quad (1)$$

Единицей силы света является **канде-ла** (кд) \* (1 кд = 1 лм/1 ср). Если источник точечный, то сила света одинакова во всех направлениях. В этом случае из (1) следует

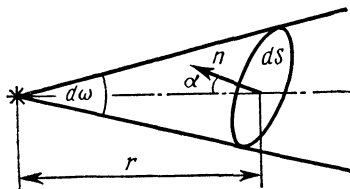


Рис. 170

$$\Phi = \int_0^{4\pi} I d\omega = 4\pi I,$$

откуда

$$I = \Phi / 4\pi.$$

**Освещенность  $E$**  — отношение светового потока  $d\Phi$ , падающего на поверхность, к площади  $dS$  этой поверхности:

$$E = d\Phi / dS. \quad (2)$$

Единицей освещенности является **люкс** (1 лк = 1 лм/1 м<sup>2</sup>).

Освещенность, создаваемую точечным источником, можно выразить через силу света  $I$ :

$$E = (I / r^2) \cos \alpha, \quad (3)$$

где  $r$  — расстояние от источника до освещаемой поверхности,  $\alpha$  — угол между нормалью  $\perp$  к поверхности и направлением на источник (рис. 170). Действительно,  $d\omega = \frac{dS \cos \alpha}{r^2}$ , откуда из (1) и (2) получим (3). Соотношение (3) называется **законом Ламберта**.

Определение силы света источника практически производится путем сравнения сил света двух источников — известного и неизвестного. Если создать равенство освещенностей какой-нибудь пластинки двумя источниками ( $E_1 = E_2$ ), то, зная силу света  $I_1$  одного источника и измеряя расстояния  $r_1$  и  $r_2$  от источников до пластинки, можно определить силу света  $I_2$  другого источника по формуле

$$I_2 = I_1 (r_2^2 / r_1^2). \quad (4)$$

Формула (4) справедлива при условии, что свет от источников падает на пластинку под одинаковыми углами.

Такой метод определения силы света источника называется **фотометрическим**.

\* Кандела (кд) практически равна по величине свече.

## ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

**ПРИБОРЫ и ПРИНАДЛЕЖНОСТИ:** фотометрическая скамья, лампа накаливания известной силы света, исследуемая лампа накаливания, фотометр с кубиком Луммера — Бродхуна, люксметр.

На рис. 171 дана оптическая схема фотометра. Лучи света от двух источников, известного 1 и исследуемого 2, падают на белую матовую пластинку 3, диффузно рассеивающую свет. Часть

рассеянных световых пучков, показанных на рис. 171 в виде параллельных пучков лучей, попадает на две прямоугольные призмы 4 и 5 полного внутреннего отражения. Отражаясь от гипотенузных граней этих призм, свет попадает в фотометрический кубик Луммера — Бродхуна 6.

Кубик 6 представляет собой две прямоугольные призмы. Гипотенузная грань правой призмы плоская, гипотенузная грань левой призмы представляет собой часть сферы.

В простейших фотометрах сфера левой призмы сошлифовывается так, что образуется плоский круг, которым она прижимается к правой призме до оптического контакта.

В зрительную трубу 7 попадает свет от источника 1, прошедший через площадку оптического контакта  $aa$ , а также свет, приходящий от источника 2 после отражения от участков кубика  $aA$  и  $aB$ . Таким образом, наблюдаемое через зрительную трубу поле имеет вид, изображенный на рис. 172: внутренний круг воспроизводит освещенность, которая получается от источника 1, внешнее кольцо воспроизводит освещенность правой стороны от источника 2. При равенстве освещенностей видимая граница между внутренними и наружными полями исчезает. Измерив расстояния  $r_1$  и  $r_2$  от пластинки до источников 1 и 2 (рис. 171), можно определить силу света исследуемого источника.

В кубике Луммера — Бродхуна фотометрической скамьи, используемой в работе, пришлифованной части придана сложная форма, чтобы создать переплетенные поля, обеспечивающие большую точность определения момента исчезновения границы. Фотометрическое поле имеет вид, изображенный на рис. 173.

Через трапецию и половину круга свет от одного источника попадает на участки, заштрихованные в одном направлении, от второго — на участки, заштрихованные в противоположном направлении. При фотометрическом «равновесии» освещенность

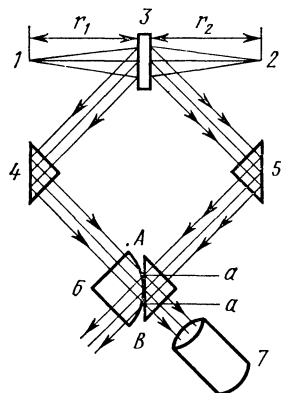


Рис. 171

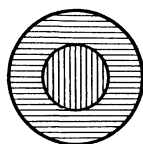


Рис. 172

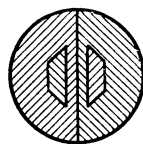


Рис. 173



всего поля будет одинаковой, все границы между полями исчезают.

Источники света установлены на рейтерах и защищены темными шторами, а фотометрический кубик со зрительной трубой заключен в отдельный корпус и также установлен на рейтере. Оптическая скамья имеет шкалу. Отсчеты производятся по этой шкале по указателям рейтеров. Исследуемый источник света снабжен поворотным лимбом. К установке прилагаются стабилизатор напряжения и автотрансформатор.

Инструкция по пользованию люксметром прилагается к работе.

### **Задание 1. Определение силы света лампы накаливания**

Приступая к определению силы света лампы накаливания путем сравнения ее с силой света известной лампы, необходимо обеспечить строго постоянный режим питания ламп при помощи стабилизатора напряжения. При этом лампа 2 (см. рис. 171) включается через автотрансформатор, что позволяет менять мощность светового потока, испускаемого этой лампой.

Следует также иметь в виду, что поскольку сила света лампы накаливания различна в различных направлениях, то волоски известной и исследуемой ламп в данном эксперименте должны быть параллельны друг другу.

Порядок выполнения задания следующий.

1. Включить в сеть переменного тока стабилизатор. Установить на исследуемой лампе 2 с помощью автотрансформатора указанное преподавателем напряжение.

2. Двигая каретку с фотометром, добиться фотометрического равновесия и измерить расстояния  $r_1$  и  $r_2$  по шкале скамьи.

3. Повернуть камеру фотометра вокруг горизонтальной оси на  $180^\circ$ , предварительно оттянув упорный винт, расположенный на задней стенке камеры. Вновь добившись фотометрического равновесия, повторить измерения.

4. Повторить указанные операции для трех различных расстояний между источниками света.

5. По известному значению  $I_1$  вычислить для каждого измерения значение  $I_2$  по формуле (4) и получить среднее значение силы света исследуемой лампы.

### **Задание 2. Построение индикатрисы рассеяния света вокруг лампы накаливания**

Индикатриса рассеяния определяется двумя способами: с помощью фотометрической головки, с помощью люксметра.

#### ***А. Измерения с помощью фотометрической головки***

1. Установить на исследуемой лампе заданное напряжение.

2. Повернуть лампы 1 и 2 (см. рис. 171) так, чтобы их волоски были параллельны друг другу и перпендикулярны оси оптической

скамьи. Силу света эталонной лампы в этом положении условно принять равной единице:  $I_1 = 1$ .

3. Определить силу света исследуемой лампы в данном положении так же, как и в задании 1.

4. Поворачивая лампу 2, определить силу света через каждые  $15^\circ$  вплоть до поворота на  $180^\circ$ .

5. По полученным результатам вычертить кривую распределения силы света в зависимости от угла поворота лампы, откладывая по радиусам соответствующие этим углам значения силы света.

#### Б. Измерения с помощью люксметра

1. Включить питание исследуемой лампы.

2. Сдвинуть фотометр к концу фотометрической скамьи. Установить на скамье против исследуемой лампы датчик люксметра.

3. Повернуть лампу так, чтобы ее волосок расположился перпендикулярно оси оптической скамьи. Сделать по люксметру первый замер освещенности.

4. Поворачивая лампу, определить освещенность через каждые  $15^\circ$  вплоть до поворота на  $180^\circ$ .

5. По полученным данным вычертить кривую распределения освещенности в зависимости от угла поворота лампы.

6. Сравнить кривые, полученные по способам А и Б. Объяснить полученные результаты.

7. Оценить погрешности измерений обоими способами.

Л и т е р а т у р а: [22, т. 3].

## ВОЛНОВЫЕ СВОЙСТВА СВЕТА

- 59. Когерентность света
- 60. Изучение явления интерференции с помощью бипризмы Френеля
- 61. Изучение интерференционной схемы колец Ньютона
- 62. Изучение зависимости показателя преломления воздуха от давления
- 63. Изучение явления дифракции Фраунгофера от одной щели

- 64. Изучение дифракции Фраунгофера от двух щелей (на основе опыта Юнга)
- 65. Изучение прозрачной дифракционной решетки
- 66. Изучение отражательной дифракционной решетки
- 67. Применение дифракции Фраунгофера для определения диаметров мелких частиц

## 59 КОГЕРЕНТНОСТЬ СВЕТА

*Ц е л ь   р а б о т ы: изучение пространственной и временной когерентности на интерференционной схеме с лазером.*

Понятие *когерентности* света (согласованности по фазе световых колебаний в пучках света или в отдельных частях пучка) появилось в физике в связи с изучением условий наблюдения интерференционных картин и созданием интерференционных схем. При этом пользуются понятиями *временной* и *пространственной когерентности*. Временную когерентность обычно связывают со степенью монохроматичности волн или колебаний, пространственную когерентность связывают с размерами источника света и геометрией интерференционной схемы.

Для световых волн, как и для волн любой другой природы, выполняется принцип суперпозиции. Это значит, что световые волны, накладываясь друг на

друга, усиливаются или ослабляются согласно известным положениям сложения гармонических колебаний. Если, например, говорят, что результатом сложения двух световых монохроматических колебаний, пришедших в точку  $P$  от источников 3 и 4 (рис. 174), является усиление света, то при этом обычно предполагают, что этот результат остается неизменным во времени, а следовательно, и свободно наблюдаемым. Однако это имеет место только при условии, если складываемые колебания когерентны, т. е. если разность фаз  $\delta$  между ними постоянна в течение времени наблюдения, длины соответствующих волн равны друг другу ( $\lambda_1 = \lambda_2$ ) и направления складываемых колебаний одинаковы. Из простых соображений вытекает понятие когерентности: *две волны (два колебания, два элементарных излучателя) называются когерентными, если разность фаз между ними постоянна в течение времени, достаточного для наблюдения*:  $\delta = \text{const}$ . Равенство длин волн вытекает как следствие из этого положения.

Реальные светящиеся тела испускают некогерентные волны, и лишь с помощью специальных устройств удается получить частично когерентные пучки лучей. Так происходит потому, что поверхность любого светящегося тела состоит из множества точек (атомов), автономно и прерывно излучающих световые волны. Акт испускания света атомом очень краток, его продолжительность  $\Delta t \leq 10^{-8}$  с.

За это время успевает образоваться цуг волн протяженностью  $L \leq 3$  м. Через время порядка  $10^{-8} - 10^{-9}$  с атом может возбудить новый цуг волн, который никак не связан фазой и направлением колебаний с предыдущим цугом. Поэтому, если в данную точку  $P$  от двух атомов приходят световые колебания, между которыми в данный момент разность фаз была  $\delta$ , то в следующее мгновение величина  $\delta$  изменится и может принять любое другое значение. Эти изменения происходят хаотически и с огромной быстротой, представляя собой статистический процесс. Поэтому глаз (как и любой другой приемник, наблюдающий точку  $P$ ) не в состоянии их воспринять раздельно, а ощущает эти вспышки как свечение некоторой усредненной интенсивности. Эту интенсивность  $I_P$  можно представить в виде суммы интенсивностей двух пришедших в точку  $P$  волн:

$$I_P = I_1 + I_2.$$

Однако если ограничить размеры светящейся поверхности, а испускаемый ею узкий пучок лучей разделить на два и затем заставить их пересекаться, то наблюдается стационарная картина интерференции. На рис. 174 дана простейшая схема наблюдения интерференционной картины. Свет от источника  $I$  проходит через щель 2, все точки которой можно рассматривать как вторичные источники, испускающие сферические когерентные волны (во все стороны).

Полученный пучок когерентных лучей будет состоять из цугов волн ( $L$ ), согласованных по фазе в каждый момент времени. Разделив этот пучок на два каким-либо устройством (например, при помощи бипризмы Френеля), позволяющим получить пересечение этих пучков, мы получим интерференционную схему, где происходит наложение (интерференция) двух когерентных пучков, или цугов, имеющих одинаковую начальную фазу в каждый момент времени. При этом получим два новых вторичных когерентных между собой источника 3 и 4. Для удобства рассуждения на рис. 174 эти источники расположены справа от щели 2.

В точках экрана 5 может возникнуть интерференционная картина, распределение интенсивности в которой выражается соотношением

$$I_P = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \delta, \quad (1)$$

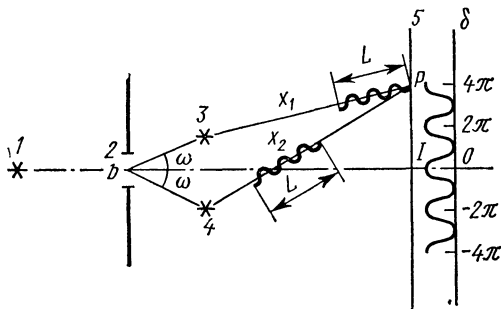


Рис. 174

где  $I_1$  и  $I_2$  — интенсивности, обусловленные колебаниями, пришедшими в некоторую точку  $P$  экрана от источников 3 и 4,  $\delta$  — разность фаз колебаний в этой точке. Разность фаз  $\delta$  связана с оптической разностью хода волн  $\Delta = x_2 - x_1$  формулой

$$\delta = (2\pi/\lambda) \Delta. \quad (2)$$

Согласно (1), в зависимости от значений  $\delta$ , а следовательно, и  $\Delta$  в разных точках экрана возникнут периодически расположенные максимумы и минимумы, которые можно охарактеризовать выражением

$$I_P = 4I_0 \cos^2(\delta/2), \quad (3)$$

где принято  $I_1 = I_2 = I_0$ . На рис. 174 эта зависимость представлена в виде графика справа от экрана 5.

Если бы схема была идеальной, т. е. если бы длина цугов  $L$  была бесконечно большой, а источник света  $I$  — точечным, то интерференционная картина была бы стационарной и контрастной в пространстве и времени. Практически в точку  $P$  приходят цуги волн ограниченной длины  $L$ , и если разность хода  $\Delta \geq L$ , то интерференционный эффект не наблюдается, так как при этом соответственные цуги не наложатся друг на друга вследствие отставания одного из них на расстояние, большее  $L$ . Однако можно предположить, что опоздавший цуг мог бы интерферировать с последующим цугом. Но, как уже сказано, предыдущие и последующие цуги не согласованы по фазе и не могут дать

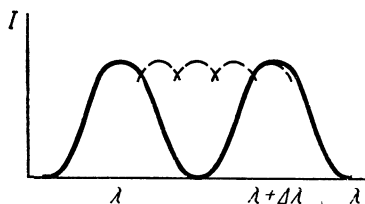


Рис. 175

стационарной интерференционной картины. Такая картина может длиться лишь в течение  $\Delta t$ , т. е. практически ненаблюдается. Стационарная контрастная интерференционная картина получается только при соблюдении условия

$$\Delta \leq L, \quad (4)$$

называемого условием временной когерентности,  $L$  будет длиной когерентности.

Ограниченность длины цуга  $L$  показывает, что волна не является монохроматической и ей соответствует некоторый спектральный интервал длин волн  $\lambda + \Delta\lambda$ , где  $\lambda$  — средняя (преимущественная) длина волны, а  $\Delta\lambda$  — ширина спектрального интервала.

Соответственно интерференционную картину на экране 5 можно представить как последовательный ряд максимумов, соответствующих каждому значению длины волны от  $\lambda$  до  $\lambda + \Delta\lambda$ . Максимум интенсивности 0-го порядка является общим для всех длин волн. По мере возрастания  $\lambda$  максимумы будут раздвигаться, и с увеличением порядка интерференции налагаться друг на друга. Интерференционная картина будет размываться и при наложении максимума  $(m+1)$ -го порядка для длины волны  $\lambda$  на максимум  $m$ -го порядка для длины волны  $\lambda + \Delta\lambda$  и исчезнет (рис. 175). При этом

$$(m+1)\lambda = m(\lambda + \Delta\lambda), \quad (5)$$

т. е. между максимумами  $m$ -го порядка и  $(m+1)$ -го порядка для  $\lambda$  уложатся последовательно максимумы  $m$ -го порядка для всего интервала длин волн. Из (5) следует

$$m = \lambda/\Delta\lambda. \quad (6)$$

Условие (6) показывает возможное наибольшее видимое количество интерференционных полос  $m$ , обусловленное временной когерентностью схемы, т. е. немонохроматичностью вследствие ограниченной длины цуга волн  $L$ . В этом случае разность хода  $\Delta$  будет иметь предельное значение:  $\Delta = m\lambda = L = \lambda^2/\Delta\lambda = c\Delta t$ . С другой стороны,  $\Delta\lambda$  можно выразить через интервал частот  $\Delta\nu$  в виде

$$\Delta\nu = (c/\lambda^2) \Delta\lambda = c/L = 1/\Delta t.$$

Отсюда следует  $\Delta v \Delta t = 1$ . Учитывая (4), получим условие временной когерентности, налагающее ограничение на  $\Delta t$ , в виде

$$\Delta t \Delta v \leq 1, \quad (7)$$

$\Delta t$  будет выражать время когерентности, т. е. время длительности цуга  $L$ .

Рассмотрим пространственную когерентность. Принятое нами допущение о точности исходного источника света невыполнимо в реальных схемах. Используемые источники света всегда имеют протяженность, что существенно влияет на контраст интерференционной картины и может привести к ее полному исчезновению. Это объясняется тем, что каждая точка источника дает в интерференционном поле (на экране 5) свою интерференционную картину, которая может не совпадать с картинками от других точек.

Если даже исходный источник представляет собой волновую поверхность, т. е. поверхность равных фаз, то в реальных источниках фаза «волновой поверхности» изменяется при переходе от одной точки к другой. Этот переход происходит беспорядочным образом, и чем больше «волновая поверхность», тем больше для нее рассогласованность фаз. Если случайное изменение фаз не превышает  $\pi$ , то точки поверхности источника можно рассматривать как согласованные по фазе, а интерференционная картина сохранит достаточный для наблюдения контраст (видимость). В случае, когда разность фаз колебаний, происходящих в разных точках «волновой поверхности» источника света, остается постоянной, говорят о пространственной когерентности.

Пусть на рис. 176 линейные размеры источника равны  $b$ . Волны по-прежнему каким-либо устройством разделяются на два пучка, которые, перекрываясь, интерферируют друг с другом в точке  $P$  экрана  $\mathcal{E}$ . От точки  $A$  источника к экрану приходят лучи 1 и 2, которые образуют угол  $2\omega$ , называемый *апертурой интерференции*,  $l_1$  и  $l_2$  — отрезки, проходимые лучами 1 и 2 на пути к экрану. Разность хода этих лучей составит

$$\Delta_A = l_2 - l_1.$$

Аналогично, разность хода для лучей 3 и 4, исходящих из точки  $B$ , будет равна

$$\Delta_B = l_4 - l_3,$$

где  $l_3$  и  $l_4$  — отрезки, проходимые лучами 3 и 4 на пути к экрану.

Как мы уже говорили, если рассогласованность фаз на поверхности источника не превышает  $\pi$ , то размеры источника света обеспечивают пространственную когерентность схемы. Это условие может быть записано так:

$$\Delta_A - \Delta_B \leq \lambda/2. \quad (8)$$

Согласно рис. 176,

$$\Delta_A - \Delta_B = (l_2 - l_1) - (l_4 - l_3) = (l_2 - l_4) + (l_3 - l_1),$$

но

$$l_2 - l_4 = b \sin \omega; \quad l_3 - l_1 = b \sin \omega,$$

следовательно,

$$\Delta_A - \Delta_B = 2b \sin \omega.$$

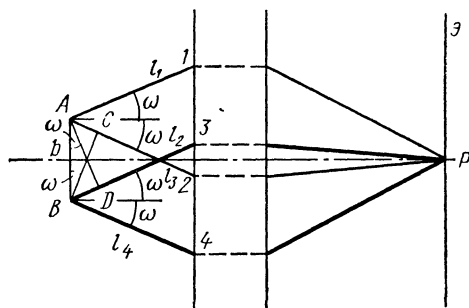


Рис. 176

Учитывая (8), получим условие пространственной когерентности

$$2b \sin \omega \leq \lambda/2. \quad (9)$$

Угол  $\omega$  будет апертурным углом интерференционной схемы, или *углом когерентности*.

Условие (9) показывает, что при ограничении размеров источника света схема будет пространственно когерентна и даст наблюдаемую интерференционную картину в пределах временной когерентности\*.

Впервые интерференционная картина такого типа была получена Томасом Юнгом в 1802 г., который практически показал, что если в схеме рис. 174 источник света 1 не ограничить щелью 2, то интерференционная картина наблюдаться не будет.

## ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ УСЛОВИЯ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ КОГЕРЕНТНОСТИ

**ПРИБОРЫ и ПРИНАДЛЕЖНОСТИ:** оптический квантовый генератор типа (He — Ne)-лазера, положительная линза, экран в виде матового стекла, пластина с двумя узкими параллельными щелями, матовое стекло (крупнозернистое), оптическая скамья.

Схема измерительной установки представлена на рис. 177. Источником света для экспериментов служит светящееся пятно, получаемое при фокусировке луча лазера 2 с помощью линзы 3

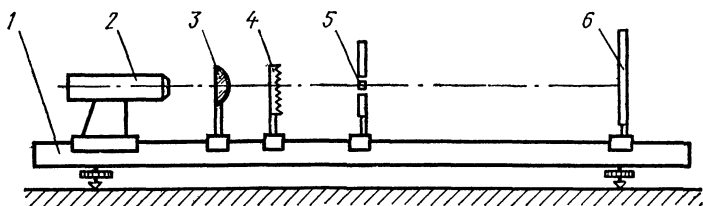


Рис. 177

на матовом стекле. Световые волны, исходящие из разных точек светящегося пятна на матовом стекле, в силу различной толщины матового стекла в разных местах имеют различную начальную фазу. Если матовое стекло неподвижно, то разность начальных фаз сохраняется со временем, а если перемещать (вращать) его в своей плоскости, то обеспечивается смена начальных фаз со временем и такое светящееся пятно будет имитировать обычный тепловой источник света. Между матовым стеклом и экраном 6 помещается двойная щель 5 для наблюдения интерференционной картины. Диаметр светящегося пятна можно варьировать, изменяя положение линзы 3 вдоль оси.

В работе сначала наблюдается интерференционная картина в лазерном свете от неподвижного светящегося пятна. При этом

\* Если лучи 1 и 3, а также 2 и 4 непараллельны, то полученное условие (9) остается в силе.

на экране наблюдается зернистая структура распределения интенсивности света, получаемая в результате интерференции пучков света пространственно некогерентных, но когерентных по времени (свет исходит из разных точек светящегося пятна, хотя и с разными начальными фазами, но с неизменным во времени сдвигом фаз). Затем на экране наблюдается картина, даваемая полностью некогерентным источником света, испускаемого различными участками светящегося пятна, не согласованными по начальным фазам. Имитация такого обычного источника света достигается при вращении матового стекла настолько быстро, что зернистая картина на экране сменяется равномерной освещенностью— это указывает на хаотическое изменение начальной фазы света, испускаемого из любой точки светящегося пятна. Затем наблюдается интерференционная картина от двух щелей, где в качестве источника света используется одно световое зерно среднего размера. Если теперь матовое стекло привести во вращение и перемещать двойную щель, то в какой-то момент картина полос исчезнет — это будет означать, что двойная щель вышла за пределы угла когерентности. Во всех этих опытах временная когерентность была обеспечена узким интервалом частот лазерного излучения.

### **Задание 1. Определение размеров источника света и угла когерентности**

1. Установить на оптическую скамью 1 приборы согласно рис. 177 (кроме двойной щели 5) и наблюдать зернистое распределение интенсивности света на экране 6. Привести матовое стекло 4 во вращение и наблюдать картину на экране. Сделать заключение о результатах наблюдения.

2. Перемещая матовое стекло 4 относительно линзы 3, добиться, чтобы зерна на экране стали как можно больше. Измерить расстояние от линзы до матового стекла (оно равно фокусному расстоянию линзы  $f$ , если луч лазера считать параллельным).

3. Поместив на место линзы лист бумаги, измерить диаметр лазерного пучка  $D$ . Вернуть линзу на место.

4. Перемещая матовое стекло вдоль скамьи, получить на экране зерна такого размера, чтобы двойная щель, поставленная между экраном и матовым стеклом, оказалась внутри светового конуса одного зерна среднего размера. Измерить расстояние  $l$  от линзы до матового стекла.

5. Привести матовое стекло в быстрое вращение. Зарисовать картину на экране.

6. При вращающемся матовом стекле перемещать двойную щель ближе к матовому стеклу до тех пор, пока не исчезнут интерференционные полосы на экране. Зафиксировать расстояние  $a$  от матового стекла до двойной щели в этот момент.

7. По измеренным фокусному расстоянию линзы  $f$ , диаметру лазерного пучка  $D$  и расстоянию  $l$  от матового стекла до линзы вычислить диаметр светящегося пятна.

8. По измеренному расстоянию от матового стекла до двойной щели  $a$  и заданному расстоянию  $h$  между щелями двойной щели вычислить угол когерентности:  $2\omega \simeq h/a$ .

9. Убедиться в выполнении теоретического условия пространственной когерентности для  $\lambda = 633$  нм.

### ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ ВРЕМЕНИ (ДЛИНЫ) КОГЕРЕНТНОСТИ

**ПРИБОРЫ и ПРИНАДЛЕЖНОСТИ:** оптический квантовый генератор типа (He — Ne)-лазера, система линз, полупрозрачное зеркало, подвижное зеркало, экран, оптическая скамья.

Установка для измерения длины когерентности собрана на оптической скамье *1* и представляет собой обычную интерференционную схему Майкельсона (рис. 178). Здесь источник — лазер *2* — дает после расширения с помощью линз *3* и *4* почти параллельный пучок света. Этот пучок раздваивается на полупрозрачном

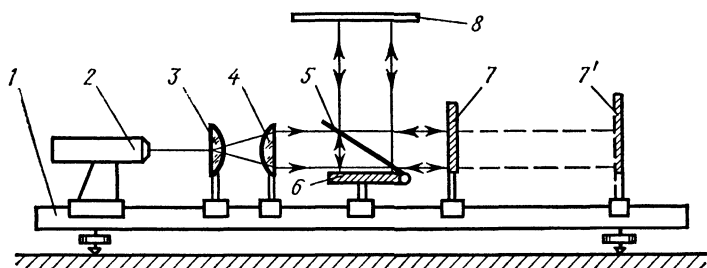


Рис. 178

зеркале *5*, наклоненном под углом  $45^\circ$  к оси пучка. Полученные пучки отражаются: один — от неподвижного *6*, а другой — от подвижного *7* зеркал, возвращаются к полупрозрачному зеркалу *5* и вновь, отчасти отражаясь, отчасти проходя полупрозрачное зеркало *5*, дают на экране *8* распределение освещенности в виде интерференционных полос. Отодвигая подвижное зеркало, можно увеличить разность хода между интерферирующими пучками. При разности хода, превышающей длину когерентности, вместо системы полос на экране глаз видит равномерную освещенность.

В данном эксперименте к аппаратуре предъявляются высокие требования: зеркала должны быть высокого класса частоты и высокой плоскостности. Особо следует отметить влияние вибраций — если зеркала не связаны и колеблются независимо с частотой выше 15 Гц, то глаз перестает видеть интерференционную картину, даже если разность хода интерферирующих пучков меньше длины когерентности. Для уменьшения влияния помех вся система монтируется на оптической скамье, установленной на специальные консоли.



## Задание 2. Определение времени когерентности и ширины спектрального интервала

1. Установить подвижное и неподвижное зеркала симметрично относительно полупрозрачного, для того чтобы разность хода интерферирующих пучков была приблизительно равна нулю. Получить интерференционную картину. Зафиксировать  $l_1$  — положение зеркала 7 (рис. 178).

2. Отодвигать зеркало 7 до тех пор, пока на экране вместо полос не появится равномерная освещенность. Зафиксировать  $l_2$ .

3. Вычислить длину когерентности как удвоенное расстояние между зафиксированными в п. 1 и 2 положениями:  $L = 2(l_2 - l_1)$ .

4. Вычислить время когерентности  $\Delta t$  (из соотношения  $L = c\Delta t$ ).

5. Вычислить ширину спектрального интервала. Определить согласованность полученных результатов с формулой (7).

6. Вычислить наибольшее число  $m$  возможных интерференционных полос.

7. Сделать заключение по результатам измерений.

Л и т е р а т у р а: [10; 15; 22, т. 3; 30, т. 3].

## 60 ИЗУЧЕНИЕ ЯВЛЕНИЯ ИНТЕРФЕРЕНЦИИ С ПОМОЩЬЮ БИПРИЗМЫ ФРЕНЕЛЯ

*Цель работы: ознакомление с интерференционной схемой, получаемой с помощью бипризмы Френеля, определение угловой ширины зоны интерференции, а также длины световой волны.*

В опыте Френеля с бипризмой когерентные волны получают разделением светового пучка путем преломления в двойной призме с очень малыми преломляющими углами  $\theta$  (рис. 179). Исходным источником света служит узкая щель 2, расположенная параллельно ребру тупого угла бипризмы 5 и освещаемая монохроматическим светом от осветителя 1. В результате преломления образуются две когерентные цилиндрические волны, как бы исходящие из мнимых когерентных источников 3 и 4, колебания которых происходят синфазно (в одной фазе). Расчлененные пучки частично перекрываются, образуя зону интерференции. Интерференционная картина наблюдается на экране 6 в виде интерференционных полос — максимумов и минимумов.

Результат сложения колебаний, приходящих в точку  $P$  экрана 6 от когерентных источников 3 и 4, зависит от оптической разности хода  $\Delta = x_2 - x_1$ , что показано на рис. 180, представленном в виде упрощенной схемы без бипризмы. Условия экстремумов будут иметь такой вид:

$$\begin{aligned}\Delta &= \pm k\lambda \quad (\text{условие максимума}), \\ \Delta &= \pm (2k + 1) \frac{\lambda}{2} \quad (\text{условие минимума}),\end{aligned}\tag{1}$$

здесь  $k = 0, 1, 2, 3, \dots$  — порядок интерференционного максимума и минимума,  $\lambda$  — длина световой волны.

На рис. 180 справа показан график распределения интенсивности света в интерференционной картине.

Расстояние между серединами соседних максимумов или соседних минимумов называется *шириной полосы*  $b$ . При малых углах  $\omega$  (см. рис. 179) несложно полу-

читать ширину полосы, положив приблизительно до членов второго порядка малости (рис. 180)

$$\frac{\Delta}{2d} = \frac{OP}{l}; \quad \frac{m\lambda}{2d} = \frac{mb}{l},$$

откуда

$$b = \lambda l / (2d), \quad (2)$$

где  $m$  — число интерференционных полос от точки  $O$  до точки  $P$ ,  $l$  — расстояние между плоскостью источников 3 и 4 и экраном 6,  $2d$  — расстояние между источниками 3 и 4.

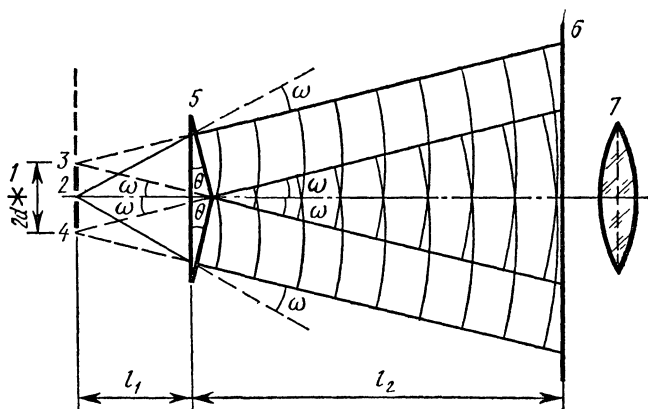


Рис. 179

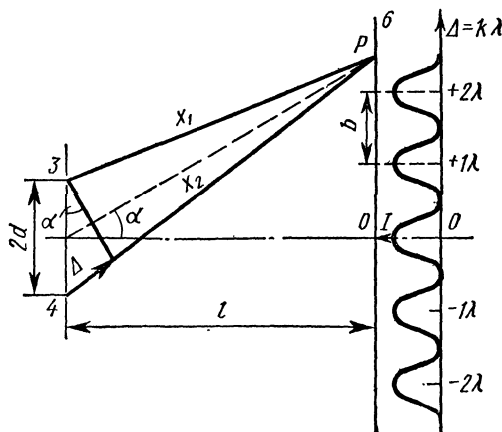


Рис. 180

Если тупой угол бипризмы близок к  $180^\circ$ , а угол падения лучей на бипризму мал, то все лучи при преломлении отклоняются бипризмой на одинаковый угол  $\omega$  (см. рис. 179):

$$\omega = (n - 1) \theta, \quad (3)$$

где  $n$  — показатель преломления стекла бипризмы. При этом мнимые источники 3 и 4 будут лежать в одной плоскости со щелью 2. Угол  $2\omega$  — это *угловая ширина зоны интерференции*.

Экспериментально угол  $2\omega$  может быть получен путем измерения всей видимой интерференционной картины и расстояния  $l_2$  между бипризмой и экраном  $b$  согласно приближенной формуле

$$2\omega = Nb/l_2, \quad (4)$$

где  $N$  — число всех видимых интерференционных полос,  $b$  — ширина интерференционной полосы.

Кроме того, ввиду малой толщины бипризмы угловая ширина зоны интерференции будет также равна

$$2\omega = 2d/l_1, \quad (5)$$

где  $2d$  — расстояние между мнимыми источниками,  $l_1$  — расстояние от щели 2 до бипризмы.

Длина световой волны  $\lambda$  может быть определена, если известны геометрические параметры схемы:  $2d$  — расстояние между когерентными источниками 3 и 4,  $l$  — расстояние между плоскостью источников и экраном  $b$  и  $b$  — ширина интерференционной полосы. Из формулы (2) получим

$$\lambda = 2db/l. \quad (6)$$

В данном случае  $2d$  и  $l$  непосредственно измерить нельзя. Косвенное определение этих отрезков можно сделать при помощи собирающей линзы, если уста-

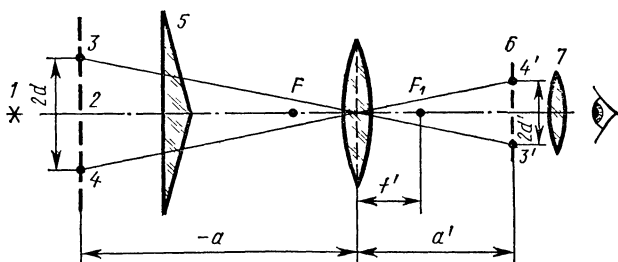


Рис. 181

новить ее перед экраном  $b$  так, чтобы на экране получилось действительное изображение источников 3 и 4. Тогда из рис. 181 и формул для тонкой линзы нетрудно получить

$$\frac{2d}{2d'} = \frac{a}{a'} = \frac{f'}{a' - f'}, \quad (7)$$

где  $2d$  — искомое расстояние между источниками 3 и 4,  $2d'$  — расстояние между изображениями этих источников,  $a$  и  $a'$  — соответственные расстояния от источников и их изображений до линзы,  $f'$  — фокусное расстояние линзы.

Далее, учитывая, что  $l = a' + (-a)$ , а  $f'a - a'a - f'a' = 0$  (отрезок  $a$  — отрицательный) и преобразуя выражение (7), получим величину  $2d/l$  в виде

$$2d/l = 2d'f'/a'^2. \quad (8)$$

Подставив (8) в формулу (6), нетрудно вычислить длину волны  $\lambda$ :

$$\lambda = 2d'f'b/a'^2. \quad (9)$$

## ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

**ПРИБОРЫ и ПРИНАДЛЕЖНОСТИ:** осветитель, состоящий из лампы накаливания, светофильтра с известной длиной волны пропускания и конденсора, раздвижная щель, бипризма Френеля с известным углом  $\theta$  и показателем преломления  $n$ , экран в виде матового стекла, собирающая линза с известным фокусным расстоянием и микроскоп-микrometer с известной ценой деления шкалы.

Все детали должны быть смонтированы на рейтерах, снабженных указателями для отсчетов их положения. Следует предусмотреть возможность перемещения деталей вверх и вниз и закрепления их в требуемом положении.

Установка должна быть собрана на оптической скамье длиной не менее 1 м, снабженной отсчетной линейкой с ценой деления 1 мм.

Перечисленные выше детали размещаются на оптической скамье согласно рис. 179. На одном конце скамьи укрепляется источник света 1 и щель 2. На расстоянии 20—30 см от щели устанавливается бипризма 5 в оправе так, чтобы ребро ее тупого угла было параллельно щели и на одной с ней оптической оси. На расстоянии 40—50 см от бипризмы помещается микроскоп-микрометр 7. Микроскоп не фокусируется на интерференционную картину, а лишь расширяет (увеличивает) ее.

### **Задание. Определение угловой ширины зоны интерференции и длины волны**

1. Произвести наладку установки так, чтобы в поле зрения были видны отчетливые интерференционные полосы, расположенные симметрично относительно крестовины шкалы микроскоп-микрометра, и закрепить рейтеры в полученном положении.

2. Измерить ширину интерференционной полосы  $b$  при помощи микроскоп-микрометра, взяв значение ширины 7—10 полос и поделив ее на число полос (учитывая цену деления микроскоп-микрометра).

3. Измерить всю видимую через микроскоп интерференционную картину  $Nb$  ( $N$  — видимое число полос).

4. Не изменяя расположения приборов на оптической скамье, поместить собирающую линзу, как указано на рис. 181, и получить в микроскоп-микрометре 7 без экрана отчетливое изображение мнимых источников 3 и 4. Измерить расстояние между ними  $2d'$  (учитывая цену деления шкалы микроскоп-микрометра).

5. Получить изображение мнимых источников на экране 6, поместив его, как указано на рис. 181. Измерить расстояние  $a'$ .

6. Измерить расстояние  $l_1$  от щели 2 до бипризмы, а также расстояние  $l_2$  от бипризмы до экрана 6.

7. По формулам (3), (4) и (5) рассчитать угловую ширину зоны интерференции. Сравнить полученные результаты.

8. По формуле (9) вычислить длину световой волны. Сравнить полученное значение с данными светофильтра.

9. Зная угловую ширину зоны интерференции  $2\omega$ , ширину полосы  $b$  и расстояние  $l_2$ , определить максимально возможное число полос  $N_{\max}$  в интерференционной картине.

10. Сравнить полученные результаты с значением  $N$  п. 3.

11. Сделать заключение по результатам работы.

**Л и т е р а т у р а:** [22, т. 3].

## 61 ИЗУЧЕНИЕ ИНТЕРФЕРЕНЦИОННОЙ СХЕМЫ КОЛЕЦ НЬЮТОНА

**Цель работы:** изучение интерференции равной толщины в схеме колец Ньютона, определение длины световой волны и оценка отклонений от правильной сферической формы поверхности линзы.

Разделение луча на два когерентных можно осуществить путем его отражения от поверхностей тонкого прозрачного слоя.

На рис. 182 в точке  $A$  клиновидного слоя падающий луч  $1$  разделяется на два — отраженный  $2$  и преломленный  $3$ . Преломленный луч в свою очередь отражается от второй поверхности слоя в точке  $B$ . Полученные таким образом два когерентных луча  $2$  и  $4$  дают интерференционный эффект вблизи верхней поверхности слоя в точке  $C$ . При малом угле клина  $\alpha$  и малом угле падения луча точка  $C$  будет близка к точке  $A$  и практически будет находиться на поверхности слоя. Оптическая разность хода  $\Delta$  в этом случае выразится в виде  $\Delta = (AB + BD)n \pm \pm (\lambda/2)$  (приближенно полагаем  $AC = DC = 0$ , и  $AB = BD = d$ ), или

$$\Delta = 2dn \pm \lambda/2, \quad (1)$$

где  $d$  — толщина клина в точке  $A$ ,  $n$  — показатель преломления материала клина.

Член  $\lambda/2$  возникает соответственно «потере» фазы (запаздыванию) на  $\pi$  при отражении света от оптически более плотного слоя диэлектрика в оптически менее плотный. Знак «+» или «—» берется в зависимости от того, где происходит указанное отражение. Очевидно, в данном случае следует взять знак «—» (отражение от более плотной среды происходит в точке  $A$ , следовательно, «теряет» фазу первый отраженный луч  $2$ ).

Интерференционные максимумы и минимумы будут иметь такой вид:

$$2dn - \frac{\lambda}{2} = \pm k\lambda \text{ (максимум),} \quad (2)$$

$$2dn - \frac{\lambda}{2} = \pm (2k-1) \frac{\lambda}{2} \text{ (минимум),}$$

где  $k = 0, 1, 2, \dots$  — порядок интерференционного максимума и минимума.

Из формул (2) видно, что интерференционные максимумы и минимумы соответствуют определенным толщинам слоя, образуя интерференционные полосы. Поэтому этот вид интерференции называется *интерференцией равной толщины*. В случае клиновидного слоя полосы будут параллельны ребру клина (рис. 183).

Если наложить сферическую линзу на плоское стекло (рис. 184), то получим воздушный слой ( $n = 1$ ), а интерференционные полосы образуют концентрические окружности с темным пятном (минимумом) в середине — в месте контакта. Эта интерференционная схема представляет собой схему *колец Ньютона*. Формула (1) соответственно преобразуется:

$$\Delta = 2d + \lambda/2. \quad (3)$$

Учитывая условия (2), получим толщину  $d$  для максимумов и минимумов интерференции порядка  $k$ :

$$d_k = \pm \frac{(2k-1)}{2} \cdot \frac{\lambda}{2} \text{ (максимум),} \quad (4)$$

$$d_k = \pm k (\lambda/2) \text{ (минимум)}$$

(очевидно, максимума 0-го порядка не будет).

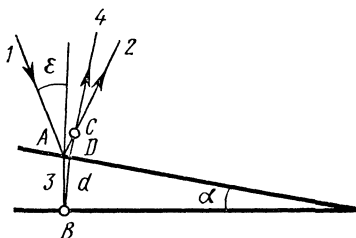


Рис. 182

Условия (4) показывают, при каких значениях  $d$  возникают светлые и темные интерференционные кольца в данной схеме.

Если падающий свет монохроматический и имеет спектральный интервал  $\lambda - (\lambda + \Delta\lambda)$ , то количество  $m$  видимых интерференционных колец будет ограничено (см. лабораторную работу 59, формулу (6)):

$$m = \lambda / \Delta\lambda. \quad (5)$$

Соответственно толщина слоя  $d$  для области интерференции будет иметь предельное значение:

$$d_{\text{п}} = m \frac{\lambda}{2} = \frac{\lambda^2}{2\Delta\lambda}. \quad (6)$$

Длина световой волны  $\lambda$  может быть определена на основании рис. 184, если принять, что толщина  $d$  невелика и член, со-



Рис. 183

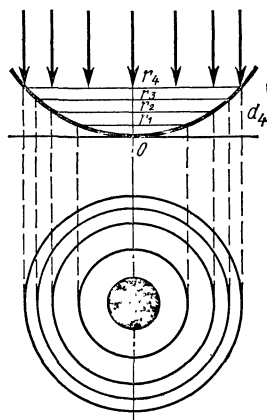


Рис. 184

держащий множитель  $d^2$ , является величиной второго порядка малости. Из рисунка следует

$$r_k^2 = k\lambda R, \quad \text{т. е.} \quad \lambda = r_k^2 / (kR), \quad (7)$$

где  $r_k$  — радиус интерференционного кольца — минимума  $k$ -го порядка,  $R$  — радиус сферы линзы.

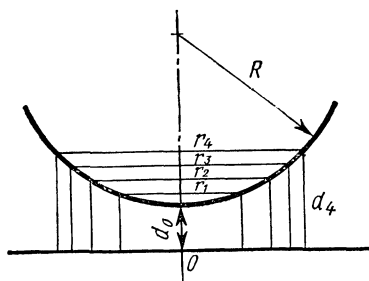


Рис. 185

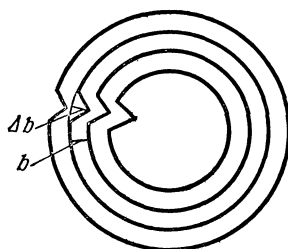


Рис. 186

Так как обеспечить контакт в точке  $O$  (рис. 185) трудно вследствие попадания пылинок, то пользуются другой формулой, в которую входит комбинация из двух значений радиусов интерференционных колец  $r_k$  и  $r_i$ , что позволяет исключить возможный зазор  $d_0$  в точке  $O$ :

$$\lambda = \frac{r_k^2 - r_i^2}{(k - i) R}, \quad (8)$$

где  $k$  и  $i$  — порядки интерференционных колец.

Формула (8) остается одной и той же как для интерференционных минимумов, так и для максимумов.

Отклонение от правильной сферической формы — наличие микронеровностей — выражается в искривлениях интерференционной полосы (рис. 186).

Глубина микронеровности  $\Delta x$  приближенно определяется по формуле

$$\Delta x = \frac{\Delta b}{b} \frac{\lambda}{2}, \quad (9)$$

где  $\Delta b$  — высота искривления,  $b$  — ширина той же интерференционной полосы.

Формула (9) является приближенной и может применяться только для малых величин  $\Delta x$ , при которых  $\Delta b < b$ .

## ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

**ПРИБОРЫ и ПРИНАДЛЕЖНОСТИ:** микроскоп с осветителем — вертикальным иллиминатором для работы в отраженном свете, винтовой окулярный микрометр, плоско-выпуклая сферическая линза, черная молибденовая плоская стеклянная пластина, светофильтр и 2—3 цветных стекла.

Схематически установка представлена на рис. 187.

Источником света 1 служит лампочка накаливания, свет от которой проходит через светофильтр 2 и падает на полупрозрачную пластинку 3 вертикального иллиминатора. После отражения от пластинки свет проходит через объектив микроскопа 4 и падает на линзу 5, которая помещается на черном стекле 6 на столике микроскопа. Интерференционные кольца, образовавшиеся при отражении света от черной стеклянной пластинки и нижней поверхности линзы, наблюдаются через микроскоп. Наведение на резкость изображения колец производится винтами 7 и 8.

Для отсчета радиусов колец в верхнюю часть тубуса вставлен винтовой окулярный микрометр 9. В поле зрения винтового окулярного микрометра имеются неподвижная цифровая шкала, крест и биссектор, которые могут перемещаться относительно шкалы с помощью барабана 10. Шкала барабана разделена на 100 делений. Каждый оборот соответствует одному делению шкалы окулярного микрометра. Следовательно, по барабану можно отсчитывать сотые доли деления шкалы.

Цена деления барабана окулярного микрометра, радиус сферы линзы  $R$ , а также длина волны пропускания светофильтров и спектральный интервал задаются.

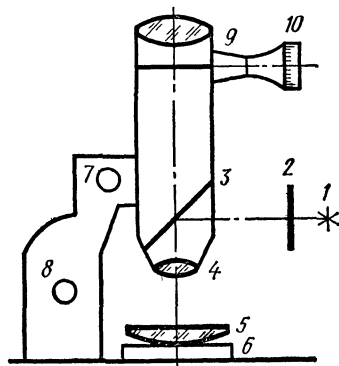


Рис. 187

### Задание 1. Определение предельной толщины слоя $d_n$ и спектрального интервала $\lambda$

1. Произвести наладку установки в белом свете без светофильтра и получить в поле зрения цветные интерференционные кольца.

Для этого, сняв линзу, отфокусировать микроскоп винтами 7 и 8 на поверхность черного стекла, положив на него кусок миллиметровой бумаги.

Обмахнуть кисточкой линзу и черное стекло. Осторожно, без скольжения, наложить линзу на стекло. В месте контакта линзы и пластины должна появиться видимая на глаз интерференционная картина, состоящая из цветных колец.

Добиться резкой видимости интерференционных колец. Дополнительным перемещением черного стекла вместе с линзой вывести интерференционную картину на середину поля зрения.

2. Отсчитать видимое число  $m$  интерференционных колец. При этом принять зеленое кольцо в качестве основного ( $\lambda = 550$  нм).

3. По формулам (5) и (6) определить спектральный интервал  $\Delta\lambda$  и  $d_n$  слоя.

4. Повторить измерения (п. 2 и 3), установив в осветитель цветные стекла, определить для каждого из них  $\Delta\lambda$  и  $d_n$ .

5. Полученные  $\Delta\lambda$  для белого света и цветных стекол сравнить со спектральным интервалом для белого света и соответственно с табличными данными для цветных стекол.

## **Задание 2. Определение длины волны пропускания светофильтра**

1. Проверить наладку установки (п. 1 задания 1), поместив в осветитель светофильтр.

2. Пользуясь винтовым окулярным микрометром, измерить диаметры 6—8 темных интерференционных колец начиная с 4-го порядка.

3. Вычислить квадраты радиусов измеренных колец, учитывая цену деления винтового окулярного микрометра.

4. Построить график, откладывая по оси абсцисс номера  $k$  колец, а по оси ординат — квадраты их радиусов. Из графика, учитывая формулу (8), определить пять значений длины волны  $\lambda$ .

5. Сравнить полученный результат с табличными данными.

6. Оценить источники погрешностей метода измерения. Рассчитать погрешность, обусловленную приближенным значением формул (7) и (8).

## **Задание 3. Измерение глубины царапины интерференционным методом**

1. На молибденовое стекло поместить линзу с царапиной и произвести наладку установки со светофильтром (п. 1 заданий 1 и 2).

2. Повернуть линзу так, чтобы направление изгиба интерференционных полос на царапине совпадало с направлением перемещения центра перекрестия винтового окулярного микрометра.

3. Измерить диаметры двух соседних темных интерференционных колец, например 3-го и 4-го порядков, и определить  $b$ .



4. Измерить глубину  $\Delta b$  изгиба интерференционного кольца 3-го порядка, соответствующую царапине.

5. По полученным данным и по формуле (9) определить глубину царапины  $\Delta x$ .

6. Рассчитать погрешность измерения, обусловленную приближенным значением формулы (9).

Л и т е р а т у р а: [10; 15; 22, т. 3].

## 62 ИЗУЧЕНИЕ ЗАВИСИМОСТИ ПОКАЗАТЕЛЯ ПРЕЛОМЛЕНИЯ ВОЗДУХА ОТ ДАВЛЕНИЯ

*Ц е л ь р а б о т ы: ознакомление с прецизионным интерферометром ИТР-1 и получение на этом приборе экспериментальных кривых зависимости показателя преломления воздуха от давления.*

Показатель преломления является одной из важнейших характеристик вещества. Характеризуя его оптические свойства, он в то же время позволяет судить и о ряде других фундаментальных констант, в частности о плотности.

Согласно теории дисперсии, показатель преломления  $n$  связан с плотностью  $\rho$  вещества следующим соотношением:

$$\frac{1}{n^2 + 2} \frac{n^2 - 1}{\rho} = \text{const.} \quad (1)$$

Для газов, находящихся при невысоких давлениях, показатель преломления близок к единице.

Выражение (1) может быть в первом приближении представлено в виде

$$(n - 1)/\rho = \text{const.} \quad (2)$$

С другой стороны, ввиду того что при постоянной температуре плотность газа  $\rho$  пропорциональна давлению  $p$ , можно написать

$$(n - 1)/p = \text{const.},$$

откуда нетрудно получить

$$\delta n = \frac{n_0 - 1}{p_0} \delta p, \quad (3)$$

где  $\delta n$  — изменение показателя преломления газа, вызванное изменением давления  $\delta p$ ;  $n_0$  и  $p_0$  — исходные значения показателя преломления и давления газа.

Таким образом, изменение показателя преломления газа линейно зависит от изменения давления.

### ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

ПРИБОРЫ и ПРИНАДЛЕЖНОСТИ: газовый интерферометр ИТР-1, две трубки-куветы, термометр, сильфон с манометром, барометр.

Интерферометр ИТР-1 является прецизионным прибором, предназначенным для измерения показателей преломления жидкостей и газов до 8-го знака. Такая высокая точность позволяет регистрировать даже небольшие изменения давления газов.

В основу прибора ИТР-1 положена схема интерферометра Рэлея, в котором интерференционная картина получается от двух коге-

рентгеновских световых пучков, выделяемых двумя параллельными щелями.

Принципиальная схема интерферометра ИТР-1 представлена на рис. 188, *а* (вид сбоку) и *б* (вид сверху).

Свет от источника 1 через конденсор освещает щель 2, расположенную в фокальной плоскости объектива коллиматора 3. Параллельный пучок лучей, выходящий из объектива, разделяется двумя щелями диафрагмы 4. Эти щели (по принципу Гюйгенса) можно рассматривать как два источника вторичных световых волн. Так как прошедший через щели свет получен разделением фронта волны одного светового пучка, вышедшего из одного источника света, то щели являются когерентными источниками света, а испускаемые ими световые волны — когерентными волнами.

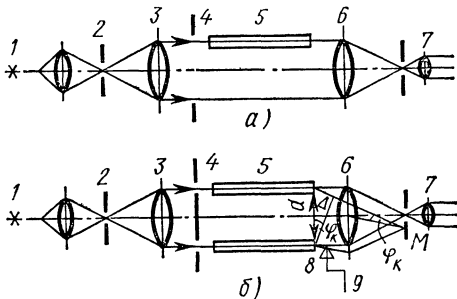


Рис. 188

Дифрагированные от этих щелей световые пучки проходят через объектив 6, причем, как видно из рис. 188, *а*, *б*, верхняя часть пучков проходит через кюветы 5, а нижняя — непосредственно направляется в объектив 6. В результате в фокальной плоскости этого объектива происходит интерференция двух пар когерентных пучков. Первая пара, проходящая через кюветы, образует верхнюю систему интерференционных полос. Вторая пара, проходящая мимо кювет, образует нижнюю систему интерференционных полос.

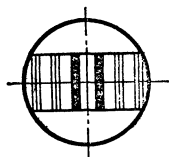


Рис. 189

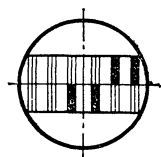


Рис. 190

На рис. 189 и 190 показаны системы интерференционных полос, наблюдаемых в окуляре 7 (см. рис. 188). На рис. 189 системы полос полностью совмещены; на рис. 190 верхняя система полос смещена относительно нижней.

Как известно, интерференционные максимумы и минимумы определяются оптической разностью хода  $\Delta$  интерферирующих пучков лучей:  $\Delta = \pm k\lambda$  соответствует максимуму,  $\Delta = \pm (2k + 1) \frac{\lambda}{2}$  соответствует минимуму. Число  $k = 0, 1, 2, \dots$  называется порядком максимума или минимума (порядок интерференции),  $\lambda$  — длина световой волны.

При полной симметрии оптической системы и при одинаковых показателях преломления и плотности (а следовательно, и давлении) воздуха в кюветах в центре поля зрения возникает нуле-

вой максимум, далее симметрично расположены максимумы более высоких порядков.

Если заполнить кюветы интерферометра газами или жидкостями с разными показателями преломления, то появится дополнительная разность хода, которая будет зависеть от разности показателей преломления газов и длины кюветы  $l$ . При одинаковой длине обеих кювет оптическая разность хода  $\Delta'$  для лучей, образующих верхнюю систему полос, выразится следующим образом:

$$\Delta' = \Delta + l \delta n = d \sin \varphi_k + l \delta n,$$

где  $d$  — расстояние между щелями (или кюветами),  $\varphi_k$  — угол дифракции интерферирующих лучей (в центре  $\varphi_0 = 0$ ),  $l \delta n$  — дополнительная разность хода, возникающая из-за существования разности показателей преломления  $\delta n$  газов в кюветах.

Так как нижняя система интерференционных полос образована световыми пучками, проходящими мимо кювет, то в точке  $M$  (см. рис. 188, б) разности хода  $\Delta'$  в верхней системе будет соответствовать разность хода  $\Delta''$  в нижней.

Если  $\Delta' = k_1 \lambda$ , а  $\Delta'' = k_2 \lambda$ , то  $\Delta' - \Delta'' = (k_1 - k_2) \lambda$  и верхняя система будет смещена относительно нижней на  $k = k_1 - k_2$  полос. Это смещение целиком определяется членом  $l \delta n$ , так как  $\Delta$  для обеих систем одинаково. Следовательно,

$$l \delta n = k \lambda.$$

Смещение может происходить и не на целое число полос. В этом случае  $k$  будет дробным числом.

Измеряя  $k$  — количество смещенных полос верхней системы относительно нижней, можно найти разность показателей преломления газов в кюветах.

В процессе измерений нижняя система интерференционных полос остается неподвижной и служит индексом, по которому производится отсчет смещения верхней системы.

Для повышения точности измерений в ход лучей одной из кювет вводится компенсатор 8, представляющий собой стеклянную пластинку переменной толщины (см. рис. 188, б). Перемещая пластинку микровинтом с барабаном 9, можно добиться такого положения, что вносимая ею дополнительная разность хода будет полностью компенсировать разность хода лучей в кюветах и обе системы полос будут полностью совпадать друг с другом.

Внешний вид установки представлен на рис. 191. Вся оптическая система прибора заключена в цилиндрический кожух 7. Кюветы — трубки с воздухом 5 и 6 — вложены в свои держатели, находящиеся внутри цилиндра. Трубка 5 открыта и является эталонной трубкой сравнения, так как давление в ней всегда равно атмосферному. Трубка 6, давление воздуха в которой меняется, соединена резиновым шлангом с сильфоном.

Сильфон представляет собой сосуд переменного объема. При помощи рукоятки 1 можно уменьшить или увеличить объем сильфона, при этом соответственно будет увеличиваться или умень-

шаться давление в соединенной с ним кювете. Кран на штанге сиффона позволяет открывать кювету 6 и сиффон в атмосферу.

Давление измеряется манометром 9, шкала которого отградуирована в миллиметрах ртутного столба.

Интерференционная картина наблюдается в окуляре 4.

В белом (смешанном) свете лампы центральная интерференционная полоса будет белой (центральный нулевой максимум), а полосы,

расположенные справа и слева, будут симметрично окрашенными.

Совмещение полос, т. е. перемещение компенсатора, производится поворотом микрометрического винта 3. Каждое деление барабана микровинта соответствует изменению разности хода на  $\frac{1}{30} \lambda_c$ . Среднее значение длины вол-

ны белого света принимается равным  $\lambda_c = 570$  Нм. Следовательно, если совмещение полос достигается поворотом винта на  $N$  делений, то дополнительная разность хода будет равна

$$l \delta n = N (\lambda_c / 30),$$

откуда

$$\delta n = N \lambda_c / 30l. \quad (4)$$

Длина кюветы  $l = 1000$  мм.

Подставляя значения  $l$  и  $\lambda_c$  в соотношение (4), находим

$$\delta n = 0,19 \cdot 10^{-7} N. \quad (5)$$

Шкала барабана наблюдается через лупу 2, укрепленную на наглазнике.

Для получения абсолютного значения показателя преломления в трубке 6 нужно вычислить показатель преломления  $n_3$  в эталонной трубке. Эталонном служит воздух, для которого при нормальных условиях ( $p_a = 760$  мм рт. ст. и  $t = 0^\circ \text{C}$ )  $n_3 = 1,000292$ .

При температуре  $t$  и давлении  $p'_a$  показатель преломления воздуха в эталонной трубке будет равен

$$(n_3)_{p,t} = 1 + \frac{n_3 - 1}{1 + (t/273)} \frac{p'_a}{760}. \quad (6)$$

Температура воздуха  $t$  в трубках отсчитывается по термометру, давление  $p_a$  — по барометру, имеющимся в лаборатории.

### Задание. Определение экспериментальной зависимости $\delta n = f(\delta p)$

1. Включить осветитель через трансформатор 8 (рис. 191). Отсчитать показания барометра  $p'_a$  и термометра. Данные записать в таблицу.

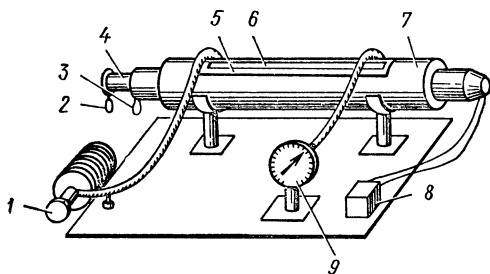


Рис. 191

2. Поворотом крана на шланге сиффона установить в кювете *б* и в сиффоне атмосферное давление. Сделать отсчет  $p_0$  по манометру. Отсчет записать в таблицу. Закрыть кран.

3. Включить осветительную лампу интерферометра через понижающий трансформатор в сеть переменного тока.

4. Наблюдая интерференционную картину через окуляр, барабаном компенсатора привести системы верхних и нижних полос к полному совмещению, как показано на рис. 189. Снять отсчет  $N_0$  по барабану и записать в таблицу.

5. Осторожно поворачивая рукоятку сиффона и не прекращая наблюдения в окуляр, нагнетать воздух в кювету *б* до тех пор, пока верхняя система полос не сместится относительно нижней на две полосы направо (см. рис. 190).

6. Барабаном компенсатора снова привести системы полос к полному совпадению.

7. Снять отсчеты  $N_i$  по барабану компенсатора и  $p_i$  по манометру. Результаты записать в таблицу. Таким образом получить не менее 10 значений.

Подобные же измерения провести в обратном направлении, выпуская воздух из кюветы *б*.

8. Повернув кран на шланге сиффона, соединить сиффон и кювету с атмосферой и получить последние отсчеты  $N$  и  $p$ , как указано в п. 2 и 4. После этого выключить освещение прибора.

9. По полученным значениям  $N_i$  и  $p_i$  построить два графика зависимости изменения показателя преломления от давления — для прямого и обратного хода.

Графики должны быть вычерчены в возможно большем масштабе на одном и том же листе. Следует учесть, что значения изменений показателя преломления будут выражены в относительных величинах.

10. Определить значение  $\delta n$  по графикам для значения  $p_i$ , заданного преподавателем.

11. Для того же значения  $p_i$  вычислить по формуле (6) одно значение  $n$  и начальное значение показателя преломления воздуха  $(n_3)_{p,t}$  при исходном давлении  $p'_a$  и температуре  $t$ , а также сделать расчет  $\delta n'$  по теоретической формуле (3).

Сравнить графики, а также экспериментальные и теоретические значения  $\delta n_{\text{эксп}}$  и  $\delta n_{\text{теор}}$ , произвести оценку точности измерений.

Л и т е р а т у р а : [15].

## 63 ИЗУЧЕНИЕ ДИФРАКЦИИ ФРАУНГОФЕРА ОТ ОДНОЙ ЩЕЛИ

*Цель работы: изучение распределения интенсивности в картине дифракции от узкой щели при наблюдении в свете лазера.*

Д и ф р а к ц и я Ф р а у н г о ф е р а наблюдается в параллельных лучах, получаемых при помощи оптических систем — коллиматоров. При использовании лазера оптическая система значительно упрощается, так как излучаемые

лазером когерентные световые пучки являются параллельными и не требуют применения оптических систем для их коллимации.

Схема наблюдения дифракции Фраунгофера от одной щели представлена на рис. 192. Параллельный пучок от (He — Ne)-лазера 1 падает нормально на щель 2, длина которой много больше ее ширины  $b$ . Согласно принципу Гюйгенса, каждая точка плоскости щели, до которой дошло световое колебание, становится источником вторичных волн, распространяющихся во все стороны под углами дифракции  $\varphi_1, \varphi_2, \dots$ , т. е. свет дифрагирует при прохождении через щель. Дифрагированные пучки являются когерентными и могут интерферировать при наложении. Результат интерференции в виде периодического распределения интенсивности наблюдается на экране 3, находящемся на расстоянии  $l > b^2/\lambda$  от щели 2.

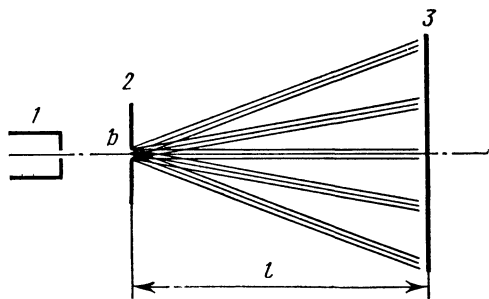


Рис. 192

Распределение интенсивности в получаемой картине определяется суммированием элементарных волн, пришедших в данную точку экрана от всех элементов щели, с учетом их амплитуды и фазы по принципу Гюйгенса — Френеля.

При небольших углах дифракции наиболее просто рассчитать интенсивность графическим методом, предложенным Френелем. Для этого разобьем открытую часть волнового фронта в плоскости щели на узкие полоски — зоны равной ширины,

параллельные краям щели. В данном случае фронт волны в плоскости щели совпадает с волновой поверхностью, т. е. фаза во всех его точках одинакова. Каждая зона (полоска) будет играть роль элементарного вторичного источника волн. Колебание  $\Delta\bar{A}$  от каждой зоны имеет одинаковую амплитуду и отстает от предыдущего колебания по фазе на одну и ту же величину  $\delta$ , зависящую от угла дифракции  $\varphi$ , определяющего направление на точку наблюдения  $P$ . При  $\varphi_0 = 0$  разность фаз  $\delta$  равна нулю и векторная диаграмма имеет вид, показанный на

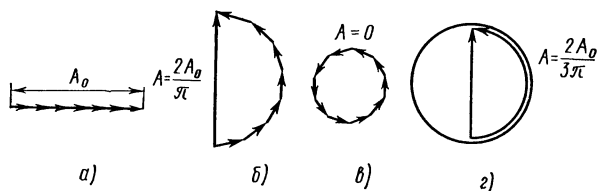


Рис. 193

рис. 193, а. Амплитуда результирующего колебания  $\bar{A}_0$  равна алгебраической сумме амплитуд складываемых колебаний. Если разность фаз складываемых колебаний, соответствующих краям щели, равна  $\pi$  (т. е. разность хода  $\Delta = b \sin \varphi = \lambda/2$ ), то векторы  $\Delta\bar{A}$  располагаются вдоль полуокружности длиной  $A_0$  (рис. 193, б). Следовательно, для результирующей амплитуды получим значение  $A = 2A_0/\pi$ . В случае когда  $\Delta = b \sin \varphi = \lambda$ , колебания от краев щели отличаются по фазе на  $2\pi$ . Соответствующая векторная диаграмма дана на рис. 193, в. Векторы  $\Delta\bar{A}$  располагаются вдоль окружности длиной  $A_0$ . Результирующая амплитуда равна нулю, что соответствует первому минимуму. Первый максимум наблюдается при  $\Delta = b \sin \varphi = 3\lambda/2$ . В этом случае колебания от краев щели отличаются по фазе на  $3\pi$ . Строя последовательно векторы  $\Delta\bar{A}$ , мы обойдем полтора раза окружность диаметра  $A_1 = 2A_0/(3\pi)$  (рис. 193, г). Таким образом,

амплитуда  $A_1$  первого максимума составляет  $2/(3\pi)$  от амплитуды  $A_0$  нулевого максимума, а интенсивность  $I_1 = A_1^2 = [2/(3\pi)]A_0^2 \approx 0,045 I_0$ . Аналогично можно найти и относительную интенсивность остальных максимумов.

В результате получаются следующие соотношения интенсивностей:

$$I_0 : I_1 : I_2 : I_3 : \dots : I_n = 1 : \left(\frac{2}{3\pi}\right)^2 : \left(\frac{2}{5\pi}\right)^2 : \left(\frac{2}{7\pi}\right)^2 : \dots : \left(\frac{2}{(2n+1)\pi}\right)^2 = \\ = 1 : 0,045 : 0,016 : 0,008 : \dots$$

Так как графический расчет является приближенным, то полученные соотношения также будут приближенными.

Таким образом, центральный нулевой максимум значительно превосходит по интенсивности остальные максимумы. Ему соответствуют  $\sim 90\%$  всего светового потока, выходящего из щели. Нетрудно видеть, что нулевая амплитуда будет соответствовать углам дифракции  $\varphi_k$ , при которых

$$b \sin \varphi_k = \pm k\lambda, \quad (1)$$

где  $k = 1, 2, 3, \dots$  — порядок дифракционного минимума. Следовательно, (1) будет условием дифракционного минимума. При  $k = 0$ , как видно,  $\varphi_0 = 0$  и условие  $b \sin \varphi_0 = 0$  будет условием центрального максимума нулевого порядка.

Условие дифракционного максимума выражается по уточненным формулам:

$$b \sin \varphi = \pm 1,43\lambda, \quad b \sin \varphi = \pm 2,46\lambda, \\ b \sin \varphi = \pm 3,47\lambda, \dots \quad (2)$$

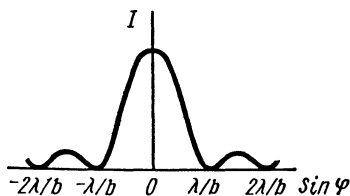


Рис. 194

График распределения интенсивности на экране  $\mathcal{Z}$  показан на рис. 194. Наблюдаемость дифракционной картины Фраунгофера зависит от ширины щели, а также от расстояния  $l$  от щели до экрана  $\mathcal{Z}$ . Если, например, ширина щели  $b = \lambda$ , то  $\sin \varphi_1 = 1$ , а следовательно, и  $\varphi_1 = \pi/2$ , т. е. ни одного дифракционного минимума наблюдаться не будет, экран будет весь освещен: больше в середине и меньше к краям. Это соответствует чистой дифракции без интерференции. При малых углах дифракции картина может оказаться слишком мелкой для наблюдения.

В настоящей работе предлагается составить схему дифракции от щели, позволяющую отчетливо наблюдать дифракционную картину и построить экспериментальный график распределения интенсивности.

## ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

**ПРИБОРЫ и ПРИНАДЛЕЖНОСТИ:** источник света — оптический квантовый генератор — (He — Ne)-лазер, раздвижная щель типа спектральной щели, стеклянный матовый экран, фоторегистратор — фотодиод с электронным усилителем и микроамперметром.

Установка собирается по схеме рис. 195. Квантовый генератор  $1$  устанавливается на оптической скамье так, чтобы часть скамьи (не менее  $1$  м) оставалась свободной. На свободном конце

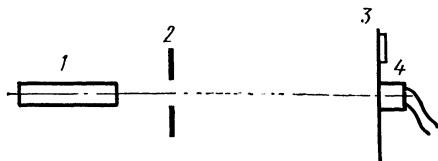


Рис. 195

скамьи устанавливаются два рейтера: один с державкой для щели  $2$ , другой со сменной державкой для матового экрана  $3$ , а также для фотодиода  $4$ . Державка для щели должна иметь устройство для небольшого перемещения в по-

перечном направлении при наладке установки. Державка для фотодиода должна быть снабжена поперечными направляющими для перемещения фотодиода в пределах не менее 100 мм в обе стороны от среднего положения (от оптической оси). Для регистрации перемещения фотодиода к направляющим державки крепится линейка с ценой деления не более 1 мм. Для отсчета положения рейтеров и лазера оптическая скамья должна быть снабжена отсчетной линейкой длиной в 1 м с ценой деления не более 1 мм.

К работе прилагаются описание квантового генератора и руководство по его пользованию.

### **Задание. Исследование распределения интенсивности в дифракционной картине от щели**

1. Собрать установку по схеме рис. 195, поместив в рейтере 2 державку со щелью, а в рейтере 3 — матовый экран. Рейтер 2 поместить на расстоянии не менее 200 мм от лазера, а рейтер 3 — на краю оптической скамьи.

2. Включить лазер.

3. Регулировкой ширины щели получить на матовом экране дифракционную картину. Расстояние между минимумами должно быть не менее 10 мм. Добиться наибольшей четкости картины. Для этого поперечными перемещениями установить щель так, чтобы пучок от лазера симметрично перекрывал щель. Наклонами плоскости щели добиться перпендикулярности падения пучка. При этом отраженные лучи должны идти в обратном направлении в выходное окно лазера.

4. Снять экран и установить вместо него фотодиод на уровне дифракционной картины.

5. Включить питание фотодиода. Закрыть светопроемное окно фотодиода, измерить темновой ток  $I_0$ .

6. Открыть фотодиод. Перемещая фотодиод вдоль дифракционной картины, снять показания токов  $I_{\varphi k}$  в прямом и обратном направлении по всей дифракционной картине.

В случае необходимости чувствительность микроамперметра может быть изменена. Наименьший отсчет должен соответствовать не менее чем пяти делениям шкалы микроамперметра.

7. Учитывая темновой ток  $I_{\varphi} = I_{\varphi k} - I_0$ , построить график распределения интенсивности в дифракционной картине, считая интенсивности пропорциональными фототоку. Учесть изменения чувствительности микроамперметра.

8. В тех же координатах построить теоретический график распределения интенсивности (см. рис. 194), приняв для максимумов приближенно

$$b \sin \varphi_k = \pm (2k + 1) \frac{\lambda}{2}; \quad k = 1, 2, \dots$$

9. Рассчитать погрешности по отклонениям экспериментальных точек от теоретической кривой.

10. Оценить источники погрешностей измерений.

**Л и т е р а т у р а:** [10; 15; 22, т. 3].



# 64 ИЗУЧЕНИЕ ДИФРАКЦИИ ФРАУНГОФЕРА ОТ ДВУХ ЩЕЛЕЙ (НА ОСНОВЕ ОПЫТА ЮНГА)

**Цель работы:** ознакомление со схемой дифракции Фраунгофера от двух щелей в когерентном свете лазера, определение параметров схемы и длины световой волны.

Принципиальная схема наблюдения дифракции от двух щелей представлена на рис. 196. Параллельный пучок лучей от источника (He — Ne)-лазера 1 освещает экран 2 с двумя узкими щелями 3 и 4, длина которых больше поперечника падающего пучка. Ширина щелей  $b$  одинакова. Расстояние между серединами щелей  $d$ .

Согласно принципу Гюйенса, плоскости щелей становятся источниками вторичных волн, распространяющихся во все стороны, т. е. свет дифрагирует на щелях, как показано на рис. 196. Дифрагированные волны являются когерентными, так как они образовались путем деления фронта падающей плоской волны, а следовательно, они могут интерферировать в области их наложения. Интерференционная картина наблюдается на экране 5, находящемся на расстоянии  $l$  от плоскости щелей.

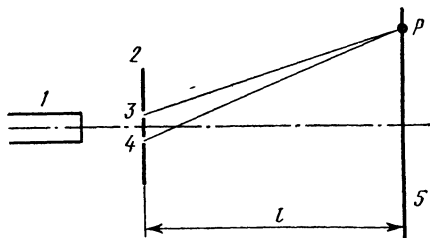


Рис. 196

Дифракция Фраунгофера наблюдается только в параллельных пучках, поэтому в данной схеме расстояние  $l$  до экрана 5 должно быть значительно больше ширины щелей  $b$  и расстояния  $d$  между ними при длине волны  $\lambda$ , а  $d$  соизмеримо с  $b$ :  $l \gg \gg b^2/\lambda$ .

В этом случае лучи, идущие к экрану 5, будут практически параллельными (см. лабораторную работу 63).

Расчет распределения интенсивности на экране 5 получим, если учтем распределение интенсивности из-за дифракции от каждой щели, а также распределение интенсивности из-за взаимной интерференции когерентных волн, идущих от щелей 3 и 4.

Как показано в лабораторной работе 63, условие минимумов интенсивности, получаемых при дифракции от одной щели и называемых первичными минимумами, выражается в виде:

$$b \sin \varphi_k = \pm k\lambda; \quad k = 1, 2, 3, \dots, \quad (1)$$

где  $\varphi_k$  — угол дифракции (рис. 197). При  $k = 0$  возникает дифракционный максимум.

Условия  $b \sin \varphi_1 = \pm 1,43 \lambda$ ;  $b \sin \varphi_2 = \pm 2,46 \lambda$ ;  $b \sin \varphi_3 = \pm 3,47 \lambda$ ; ... являются условиями первичных максимумов.

Положения максимумов и минимумов от каждой щели не будут зависеть от положения щели относительно оси светового пучка, так как эти положения определяются направлением, по которому идет большая часть испытывающего дифракцию света. Поэтому щели 3 и 4 дают одинаковые накладываются друг на друга дифракционные картины, усиливающие друг друга. Так как накладываются волны когерентны, то распределение интенсивности при взаимной интерференции волн, идущих от щелей 3 и 4, получим, рассматривая их разность хода  $\Delta =$

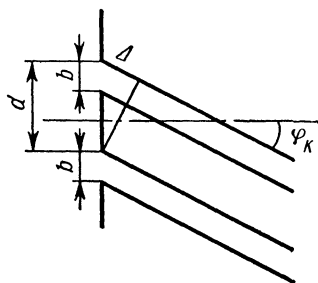


Рис. 197

$= d \sin \theta$  (рис. 197). Очевидно, максимумы интенсивности возникают в тех случаях, когда волны от щелей 3 и 4 (см. рис. 196) приходят в точку  $P$  их встречи (наложения) на экране 5 синфазными, т. е. когда разность хода  $\Delta$  равна целому числу волн:

$$d \sin \theta = \pm m\lambda; \quad m=0, 1, 2, \dots, \quad (2)$$

где  $d$  — расстояние между соответственными точками щелей 3 и 4,  $\theta$  — угол дифракции.

Максимумы, определяемые формулой (2), называются *главными*.

Соответственно минимумы интенсивности при взаимной интерференции возникают в тех случаях, когда волны от щелей 3 и 4 встречаются в противофазе, т. е. их разность хода  $\Delta$  будет равна нечетному числу полуволин:

$$d \sin \theta = \pm (2m+1) \frac{\lambda}{2}; \quad m=0, 1, 2, \dots \quad (3)$$

Результирующее распределение интенсивности на экране 5 дано на графике рис. 198. Пунктирная кривая соответствует распределению интенсивности

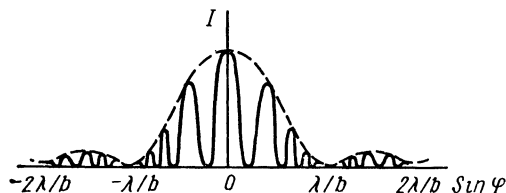


Рис. 198

первичных максимумов и минимумов, сплошная соответствует результирующему распределению с учетом главных максимумов и минимумов.

График показывает, что почти весь дифрагированный световой поток ( $\sim 90\%$ ) сосредоточен в пределах 0-го первичного максимума, т. е. в пределах угла  $\pm \varphi_1$ ;  $2 \sin \times \varphi_1 = 2\lambda/b$ . Дальнейшая дифракционная картина очень

слаба и практически не наблюдается. Если  $d$  больше  $b$ , то в пределах угла  $\pm \varphi_1$  уложится несколько главных максимумов. При  $d/b = n$  ( $n$  — целое число) из формул (1) и (2) получим  $\sin \varphi_1 = \lambda/b = \sin \theta_n = n\lambda/d$ . Следовательно, главные максимумы  $\pm n$ -го порядка совпадают с первичными минимумами  $\pm 1$ -го порядка и будут погашены. Таким образом, между первичными минимумами  $\pm 1$ -го порядка уложится  $2n - 1$  главных максимумов, при этом

$$b = d/n. \quad (4)$$

*Шириной интерференционной полосы*  $\Delta x$  называется расстояние между серединами соседних главных максимумов или минимумов. При малых углах  $\theta$  получим  $\Delta x$  из соотношения  $d \sin \theta_1 \approx d\theta_1 = \lambda$ , откуда  $\theta_1 = \lambda/d$ . С другой стороны,  $\theta_1 = \Delta x/l$ , откуда

$$\Delta x = l\lambda/d, \quad (5)$$

где  $l$  — расстояние между экраном 2 и экраном 5. Для длины волны  $\lambda$  получаем

$$\lambda = d\Delta x/l. \quad (6)$$

Формулы (5) и (6) применимы для небольших порядков  $m$ .

## ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

**ПРИБОРЫ и ПРИНАДЛЕЖНОСТИ:** источник света — (He — Ne) — лазер, две непрозрачные пластины (фотопленка), на которые нанесены два тонких параллельных прозрачных штриха — щели с расстояниями между ними  $d = 0,02 \div 0,1$  мм и шириной щелей  $b = 0,01 \div 0,03$  мм, матовый экран со шкалой с одной деления 1 мм.

Все детали укрепляются в рейтерах, имеющих указатели для отсчетов. Установка собирается на оптической скамье согласно

схеме рис. 196. На оптической скамье имеется отсчетная линейка длиной 1 м с ценой деления 1 мм. Пластины со щелями устанавливаются в державку, снабженную устройствами, позволяющими регулировать и устанавливать пластины относительно светового луча.

К работе прилагаются численные значения  $b$  и  $d$  пластин, инструкция по пользованию лазером.

### **Задание 1. Определение ширины щелей $b$ на пластинах с заданным значением**

1. Вложить одну из пластин со щелями в державку, не касаясь пальцами поверхности пластины.

2. Включить лазер. Установить рейтер с пластиной на таком расстоянии от лазера, чтобы световой пучок полностью перекрывал обе щели по ширине. Экран поместить на конце оптической скамьи.

3. Пользуясь регулировочными винтами державки, установить пластину перпендикулярно световому пучку, направив отраженные лучи обратно в выходное отверстие лазера, и добиться наилучшей видимости картины на экране.

4. Сосчитать видимое число  $2n - 1$  интерференционных максимумов на экране и определить значение  $b$ , пользуясь известным значением  $d$  (см. формулу (4)).

5. Аналогичным путем определить значение  $b$  для второй пластины.

6. Сравнить полученные значения  $b$  с данными для пластин.

### **Задание 2. Определение длины волны $\lambda$ излучения лазера при помощи пластины с известным значением $d$**

1. Установить пластину, как указано в п. 1—3 задания 1.

2. Сосчитать видимое число интерференционных максимумов на экране.

3. Определить ширину интерференционной полосы  $\Delta x$ . Для этого измерить по шкале экрана длину всей интерференционной картины и поделить эту длину на число максимумов.

4. Отсчитать по линейке расстояние  $l$ .

5. Зная  $d$ ,  $\Delta x$  и  $l$ , определить значение  $\lambda$  по формуле (6).

6. Сравнить полученные значения с табличными данными и оценить погрешности измерений.

### **Задание 3. Определение значений $b$ и $d$ пластины с неизвестными данными при известной длине волны $\lambda$**

1. Установив в державку неизвестную пластину, определить  $\Delta x$  и  $l$ , как указано в задании 2. По формуле (5) определить значение  $d$ .

2. Учитывая, что видимое число полос равно  $2n - 1$ , определить значение  $b$  по формуле (4).

3. Оценить погрешности измерений.

Л и т е р а т у р а : [15].

## 65 ИЗУЧЕНИЕ ПРОЗРАЧНОЙ ДИФРАКЦИОННОЙ РЕШЕТКИ

*Цель работы: ознакомление с прозрачной дифракционной решеткой, определение длин волн линий спектра источника света — газоразрядной лампы, а также определение характеристик решетки: дисперсии и разрешающей способности.*

Плоская прозрачная дифракционная решетка представляет собой прозрачную пластину с большим количеством (до 1000 на длине 1 мм) тонких параллельных щелей одинаковой ширины  $b$  и равными расстояниями  $d$  между их серединами (или соответственными точками). Щели решетки образуют правильную структуру. Так как такая структура имеет различный коэффициент пропускания света через щели и промежутки между ними, то решетка такого типа называется *прозрачной амплитудной решеткой*. Расстояние  $d$  называется *периодом* или *постоянной* решетки.

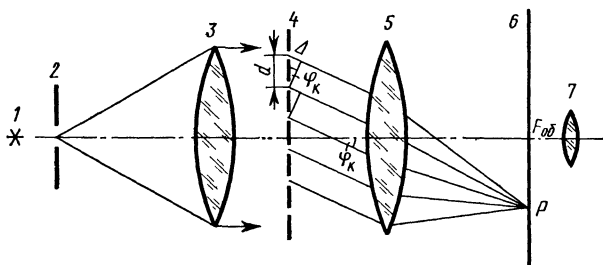


Рис. 199

На рис. 199 представлен ход лучей через решетку согласно схеме дифракции Фраунгофера. Монохроматический свет от источника 1 освещает щель 2, находящуюся в фокальной плоскости объектива коллиматора 3. Каждая точка щели 2, являясь вторичным источником, дает после объектива 3 пучок параллельных лучей. Результирующий пучок лучей дойдет до дифракционной решетки 4 практически параллельным пучком лучей. Эти лучи дифрагируют при прохождении через решетку, образуя (вторичные) когерентные расходящиеся пучки под углами дифракции  $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_k$ . Пучки, прошедшие объектив 5 зрительной трубы, дают в его фокальной плоскости 6 дифракционную картину, являющуюся изображением щели 2, как результат интерференции дошедших до плоскости 6 когерентных колебаний. Это изображение можно наблюдать с помощью объектива 7. В отсутствие решетки в фокальной плоскости 6 будет наблюдаться обычное изображение щели 2.

Распределение интенсивности в дифракционной картине получим, если учтем распределение интенсивностей от дифракции от каждой щели, а также взаимную интерференцию волн от всех щелей. Как показано в лабораторной работе 63, каждая щель дает дифракционную картину, представленную на рис. 194. При этом условии минимумов интенсивности, называемых в данном случае первич-

ными, выражается в виде

$$b \sin \varphi_m = \pm m\lambda, \quad m=1, 2, 3, \dots, \quad (1)$$

где  $\varphi_m$  — угол дифракции (при  $m=0$  возникает максимум),  $\lambda$  — длина волны в данной среде.

Условие максимумов:

$$b \sin \varphi_1 = \pm 1,43\lambda; \quad b \sin \varphi_2 = \pm 2,46\lambda. \quad (1a)$$

Картины от всех щелей придется на одно и то же место плоскости  $b$ , усиливая друг друга.

Так как колебания, приходящие от различных щелей, являются когерентными, то для нахождения результирующей интенсивности при их наложении необходимо найти фазовые соотношения между ними. Для этого разобьем открываемую часть волновой поверхности на очень узкие зоны, параллельные щелям. Вектор амплитуды колебаний, создаваемый  $i$ -й зоной в точке  $P$ , обозначим  $\Delta A_i$ . Тогда вектор результирующих колебаний можно представить в таком виде:

$$A = \sum \Delta A_i = \sum_{\text{по всем щелям}} \Delta A_i + \sum_{\text{по 1-й щели}} \Delta A_i + \sum_{\text{по 2-й щели}} \Delta A_i + \dots + \sum_{\text{по } N\text{-й щели}} \Delta A_i = A_1 + A_2 + \dots + A_N,$$

где  $A_i$  — вектор колебаний, создаваемый  $i$ -й щелью в точке  $P$ .

Модули всех этих векторов одинаковы и зависят от угла дифракции  $\varphi$ . Каждый следующий вектор повернут относительно предыдущего на один и тот же

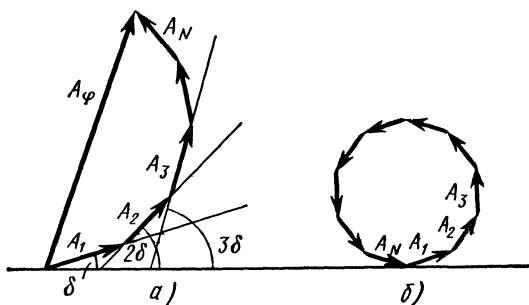


Рис. 200

угол, равный разности фаз колебаний, возбуждаемых соседними щелями (рис. 200, а). Очевидно, для направлений, удовлетворяющих условию (1), все  $A_i$  равны 0 и результирующее колебание в этой точке плоскости  $b$  будет равно нулю. Таким образом, условие минимума для одной щели является также условием минимума для решетки.

Из рис. 199 видно, что разность хода  $\Delta$  лучей от соседних щелей равна  $\Delta = d \sin \varphi$ . Следовательно, разность фаз будет равна

$$\delta = 2\pi\Delta/\lambda = (2\pi/\lambda) d \sin \varphi.$$

Для тех направлений, для которых  $\delta = \pm 2\pi k$ , возникает максимум интенсивности. Следовательно, условием максимума, называемого главным, будет

$$d \sin \varphi_k = \pm k\lambda, \quad (2)$$

где  $k = 0, 1, 2, \dots$  — порядок дифракционного максимума.

Амплитуда колебаний в соответствующей точке фокальной плоскости равна

$$A_{\text{макс}} = NA_{\varphi},$$

где  $A_{\varphi}$  — амплитуда колебаний, посылаемых одной щелью под углом  $\varphi$ ;  $N$  — число щелей решетки.

Таким образом, интенсивность главных максимумов  $I_{\text{макс}}$  пропорциональна квадрату числа щелей решетки:

$$I_{\text{макс}} = N^2 I_{\varphi},$$

где  $I_{\varphi}$  — интенсивность, создаваемая одной щелью в направлении  $\varphi$ .

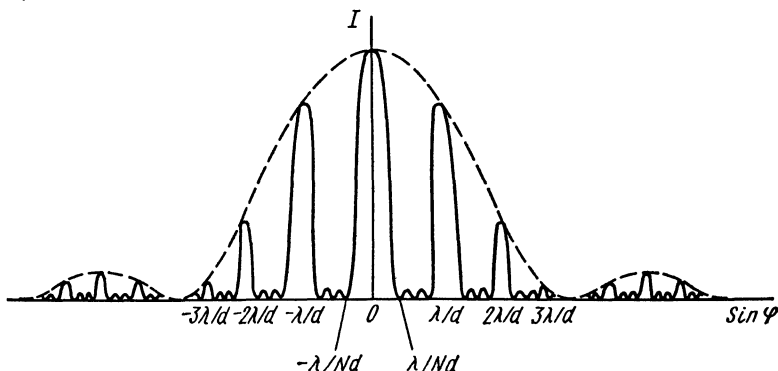


Рис. 201

В тех направлениях, для которых колебания от отдельных щелей взаимно погашают друг друга, получим добавочные минимумы (рис. 200, б):

$$N d \sin \varphi = \pm k' \lambda$$

или

$$d \sin \varphi = \pm \frac{k'}{N} \cdot \lambda,$$

( $k' = 1, 2, \dots, N - 1, N + 1, \dots$ ).

Результирующее распределение интенсивности представлено на рис. 201. Пунктирная кривая дает интенсивность от одной щели, умноженную на  $N^2$ .

Сплошная кривая соответствует главным максимумам, а также добавочным максимумам и минимумам.

Если источник излучает немонахроматический свет, то решетка разлагает его в спектр. При  $\varphi_0 = 0$  возникает максимум нулевого порядка, совпадающий для всех длин волн. По обе стороны от него возникнут спектры-максимумы порядков  $\pm k$ . В спектре каждого порядка максимумы для более коротких волн расположатся ближе к нулевому максимуму. Максимумы для более длинных волн — дальше от него.

Способность дифракционной решетки разлагать свет в спектр позволяет использовать ее как диспергирующее устройство в спектральных приборах.

Основными характеристиками дифракционной решетки являются *угловая дисперсия* и *разрешающая сила*.

Угловая дисперсия выражается в виде

$$\beta = \frac{\delta \varphi}{\delta \lambda} = \frac{k}{d \cos \varphi_k}, \quad (3)$$

где  $\delta \varphi$  — угловое расстояние между двумя спектральными линиями, отличающимися по длинам волн на  $\delta \lambda$ ,  $k$  — порядок спектра,  $\varphi_k$  — соответствующий угол дифракции.

Формула (3) может быть получена дифференцированием выражения (2). Таким образом, угловая дисперсия характеризует протяженность спектра или способность решетки пространственно разделять световые пучки различных длин волн.

Разрешающая сила  $r$  вычисляется по формуле

$$r = \lambda / \delta\lambda = kN, \quad (4)$$

где  $\delta\lambda$  — наименьшая разница в длинах волн двух наиболее близких разрешаемых спектральных линий ( $\lambda$  и  $\lambda + \delta\lambda$ ),  $k$  — порядок спектра,  $N$  — число действующих штрихов решетки.

Разрешающая способность, определяемая соотношением (4), соответствует критерию Рэлея, согласно которому *две близкие спектральные линии считаются еще разрешенными (раздельно определяемыми), если максимум (середина) одной из них совпадает с минимумом (краем) соседней*. На рис. 202 показаны графически две близкие спектральные линии в положении разрешения. Более близкие линии по критерию Рэлея считаются неразрешенными.

## ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

**ПРИБОРЫ и ПРИНАДЛЕЖНОСТИ:** гониометр (прибор для точных измерений углов), прозрачная дифракционная решетка, газоразрядная ртутная лампа с источником питания.

Принципиальная схема хода лучей в гониометре соответствует рис. 199. Внешний вид представлен на рис. 203. Свет от источника 1 (ртутная лампа) освещает щель коллиматора 2. Из объектива коллиматора 3 параллельный пучок лучей падает на дифракционную решетку 4, помещенную на предметном столе гониометра таким образом, что щели решетки параллельны щели 2. Дифракционный спектр наблюдается через окуляр 6 в фокальной плоскости объектива зрительной трубы 5. Отсчеты углов ведутся по

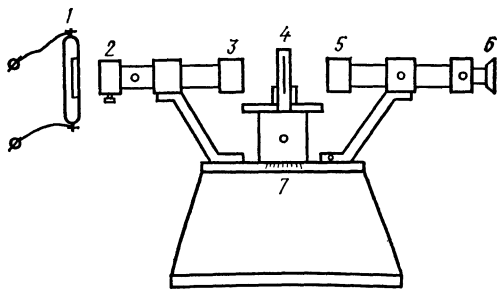


Рис. 203

лимбу гониометра, снабженного нониусом 7. Прибор отъюстирован. Трогать регулировочные винты не разрешается.

К работе прилагаются описание и правила пользования гониометром, таблица длин волн спектра ртутной лампы.

### **Задание 1. Определение углов дифракции и расчет длин волн спектральных линий ртутной лампы**

1. Ознакомиться с устройством гониометра и правилами по пользованию.

2. Включить ртутную лампу. Проверить резкость изображения щели и креста нитей в поле зрения зрительной трубы.

3. Поместить на предметный стол дифракционную решетку и, поворачивая зрительную трубу вправо и влево, просмотреть дифракционный спектр. Определить число  $k$  видимых порядков спектров с той и другой стороны от неотклоненного положения трубы. Спектральные линии должны быть видны резко и должны располагаться симметрично с обеих сторон.

4. Измерить углы дифракции  $\pm\varphi_k$  для каждой спектральной линии справа и слева от нулевого максимума для всех видимых порядков  $k$ .

5. Рассчитать длины волн полученных спектральных линий по формуле (2), используя все видимые порядки дифракции. Сравнить полученные результаты с табличными значениями длин волн спектра ртутной лампы.

6. Рассчитать угловую дисперсию  $\beta$  по формуле (3) для всех длин волн и всех наблюдаемых порядков. Построить графики угловой дисперсии для каждого порядка.

7. По результатам измерений (п. 4) определить экспериментальное значение угловой дисперсии  $\delta\varphi/\delta\lambda$  для желтых линий ртутной лампы.

Сравнить полученное значение  $\beta$  с теоретическим.

## **Задание 2. Определение разрешающей силы дифракционной решетки**

1. Рассчитать теоретическую разрешающую силу  $r$  дифракционной решетки по формуле (4) для порядков  $k = 1, 2, 3$  для желтых линий спектра ртутной лампы.

2. Наблюдая желтые линии спектра в 1, 2 и 3-м порядках, сделать заключение о возможности разрешения этих линий решеткой.

Сравнить расчетные данные с результатами визуальных наблюдений.

**Л и т е р а т у р а:** [22, т. 3].

## **66 ИЗУЧЕНИЕ ОТРАЖАТЕЛЬНОЙ ДИФРАКЦИОННОЙ РЕШЕТКИ**

**Ц е л ь р а б о т ы:** *ознакомление с отражательной дифракционной решеткой, применение ее для определения длин волн линий спектра источника света, а также определение характеристик решетки.*

Отражательная плоская дифракционная решетка представляет собой металлическую зеркальную пластину, на которую через одинаковые интервалы нанесено большое количество параллельных штрихов одинакового профиля — до 50 000 на длине 40 мм. Штрихи образуют правильную структуру с периодически изменяющимся коэффициентом отражения (4 на рис. 204). Такая решетка называется *амплитудной отражательной решеткой*. Расстояние  $d$  между двумя соответствующими точками соседних штрихов решетки называется *периодом* или *постоянной решетки*.



На рис. 204 показана принципиальная схема наблюдения дифракционной картины от отражательной решетки (по типу дифракции Фраунгофера). Монохроматический свет от источника 1 освещает щель 2, расположенную в фокальной плоскости объектива коллиматора 3. Каждая точка щели, являясь вторичным источником, дает выходящий из объектива 3 пучок параллельных лучей. Результирующий пучок дойдет до дифракционной решетки 4 практически параллельным (плоским) пучком лучей под углом  $\varphi_0$ . Эти лучи дифрагируют при отражении от решетки, образуя (вторичные) расходящиеся пучки под углами  $\varphi_1, \varphi_2, \dots$ . Пучки, прошедшие объектив 5 зрительной трубы, дают в его фокальной плоскости 6 дифракционную картину, являющуюся изображением щели 2, как результат интерференции дошедших до плоскости 6 когерентных колебаний.

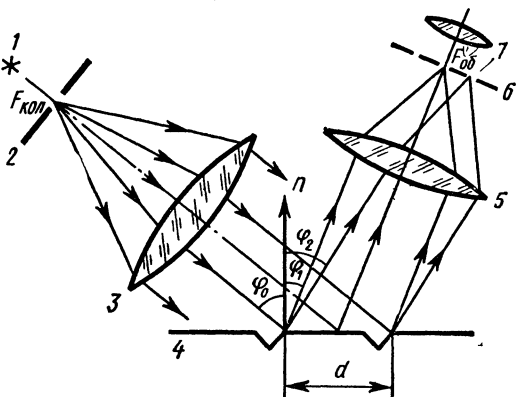


Рис. 204

Интерференционная картина состоит из периодически расположенных максимумов и минимумов и наблюдается через окуляр 7. Условие максимумов несложно получить, рассмотрев падающий и дифрагированный пучок лучей.

На рис. 205 показана часть падающего на решетку параллельного пучка (1—2) на один элемент решетки под углом падения  $\varphi_0$  и дифрагированный пучок (1'—2') под углом дифракции  $\varphi_k$ . Согласно рисунку, разность хода  $\Delta$  дифрагированных лучей равна

$$\Delta = \Delta_1 - \Delta_2,$$

где  $\Delta_1 = d \sin \varphi_0$ , а  $\Delta_2 = d \sin \varphi_k$ .

Аналогично формуле (2) лабораторной работы 65, главные максимумы дифракционной картины будут соответствовать условию

$$d (\sin \varphi_0 - \sin \varphi_k) = k\lambda, \quad (1a)$$

где  $k = 0, 1, 2, 3, \dots$  — порядок дифракционного максимума.

Угол дифракции  $\varphi_k$  может иметь как знак «+» (справа от нормали), так и знак «-» (слева от нормали). Соответственно в формуле (1a) ставится «+»:

$$d (\sin \varphi_0 + \sin \varphi_k) = k\lambda. \quad (1б)$$

Дифракционная картина в случае источника, испускающего несколько спектральных линий, представляет собой ряд спектров, расположенных симметрично относительно общего для всех линий нулевого максимума ( $\varphi_k = \varphi_0$ ). В случае атомного излучения спектры будут линейными. В спектре каждого порядка максимумы для более коротких волн рас-

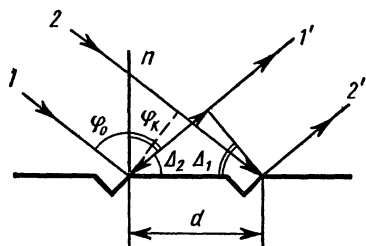


Рис. 205

положатся ближе к нулевому максимуму. Максимумы для более длинных волн — дальше от него.

Основными характеристиками отражательной решетки являются *угловая дисперсия*  $\beta = d\varphi/d\lambda$ , а также *разрешающая сила*  $r = \lambda/d\lambda$ , как и в случае прозрачной решетки.

Угловая дисперсия  $\beta$  рассчитывается, аналогично изложенному в лабораторной работе 65, по формуле

$$\beta = \delta\varphi/\delta\lambda = k/(d \cos \varphi_k). \quad (2)$$

Как и в лабораторной работе 65, разрешающая сила  $r$  отражательной решетки рассчитывается по формуле

$$r = kN = \lambda/\delta\lambda, \quad (3)$$

где  $\delta\varphi$  — угловое расстояние между двумя спектральными линиями, отличающимися по длинам волн на  $\delta\lambda$  ( $\lambda$  и  $\lambda + \delta\lambda$ );  $k$  — порядок спектра;  $\varphi_k$  — угол дифракции,  $\delta\lambda$  — наименьшая разница в длинах волн двух наиболее близких разрешаемых спектральных линий;  $N$  — число действующих штрихов решетки.

Пояснения к формулам (2) и (3) см. в лабораторной работе 65.

Отражательные дифракционные решетки разлагают свет в спектр, благодаря чему используются как диспергирующие устройства в спектральных приборах. Они изготавливаются в виде плоских и вогнутых решеток различных типов: фазовых, амплитудно-фазовых, эшелонов и др.

Отражательные решетки являются более совершенными диспергирующими устройствами, чем призмы и прозрачные решетки. Материал призм и прозрачных решеток обладает селективным поглощением света, чего нет у отражательных решеток. Кроме того, отражательные решетки, в частности фазовые, обладают большой светосилой.

## ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

**ПРИБОРЫ и ПРИНАДЛЕЖНОСТИ:** гониометр (прибор для точных измерений углов), источник света (ртутная лампа с блоком питания), плоская отражательная дифракционная решетка.

Принципиальная схема хода лучей в гониометре с отражательной решеткой дана на рис. 204, внешний вид представлен на рис. 203 (см. лабораторную работу 65). Отражательная решетка должна быть заключена в оправу, позволяющую устанавливать решетку на предметном столе гониометра, не касаясь ее рабочей поверхности. Гониометр отъюстирован. Трогать юстировочные винты не разрешается.

К работе прилагаются описание и правила пользования гониометром, константы решетки  $d$  и  $N$ , а также таблицы длин волн спектра ртутной лампы.

### **Задание. Определение углов дифракции и расчет длин волн спектра ртутной лампы**

1. Ознакомиться с устройством и правилами пользования гониометром.

2. Включить ртутную лампу. Проверить резкость изображения креста нитей в окуляре зрительной трубы и резкость изображения щели коллиматора.

3. Установить на столике гониометра дифракционную решетку и получить дифракционные спектры.

Для этого зрительную трубу поворачивают возможно ближе к коллиматору и, поворачивая столик с решеткой, выводят в поле зрения окуляра 6 нулевой максимум — светлую вертикальную полосу. При этом угол падения лучей  $\varphi_0$  будет минимальным.

4. Поворотом столика и зрительной трубы увеличить угол падения  $\varphi_0$ , так, чтобы в поле зрения были видны спектры справа и слева от нулевого максимума не менее четырех порядков.

5. Измерить угол падения  $\varphi_0$ , а затем измерить все углы дифракции  $\pm\varphi_k$  для всех видимых спектральных линий справа и слева от нулевого максимума.

6. Рассчитать длины волн ртутного спектра по формуле (16), используя все видимые порядки  $k$  справа и слева от нулевого максимума. Сравнить полученные результаты с табличными данными.

7. Рассчитать угловую дисперсию  $\beta$  для всех длин волн, всех порядков дифракции  $k$ .

8. Построить графики зависимости углов дифракции  $\varphi_k$  от всех длин волн для двух порядков и определить угловую дисперсию по графикам. Сравнить полученные результаты с результатами вычислений по формуле (2).

9. Рассчитать разрешающую силу  $r$  дифракционной решетки по формуле (3) для  $k = 1$  и  $k = 3$ . Сделать заключение о возможности разрешения желтых линий ртутного спектра.

10. Оценить возможные источники погрешностей.

Л и т е р а т у р а: [22, т. 3].

## 67 ПРИМЕНЕНИЕ ДИФРАКЦИИ ФРАУНГОФЕРА ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ДИАМЕТРОВ МЕЛКИХ ЧАСТИЦ

*Цель работы: изучение дифракции Фраунгофера от непрозрачных мелких частиц, а также измерение их диаметров с помощью лазера.*

Измерение размеров мелких частиц диаметром в несколько микрометров является сложной задачей вследствие невозможности применения обычных универсальных средств (микроскопа, проектора, контактных приборов), дающих погрешности порядка 1—2 мкм, т. е. соизмеримые с размером частиц.

Задача может быть решена дифракционным методом с весьма высокой точностью.

Схема наблюдения дифракции Фраунгофера от малой круглой частицы дана на рис. 206, а. Монохроматический коллимированный пучок лучей от лазера  $l$  падает на круглую частицу 2 радиуса  $r$ , дифрагирует на ней и дает дифракционную картину на экране 3, расположенном на расстоянии  $l$  от частицы. При достаточно большом  $l$  дифрагированные лучи будут образовывать практически параллельные пучки, что соответствует схеме дифракции Фраунгофера. При этом на экране 3 возникает периодическое распределение интенсивности света в виде концентрических колец — дифракционных максимумов и минимумов, графически представленных на рис. 205, б.

*Условия максимумов:*

$$r \sin \varphi_0 = 0; \quad r \sin \varphi_2 = 0,81\lambda; \quad r \sin \varphi_4 = 1,33\lambda; \dots \quad (1)$$

*Условия минимумов:*

$$r \sin \varphi_1 = 0,61\lambda; \quad r \sin \varphi_3 = 1,12\lambda; \quad r \sin \varphi_5 = 1,62\lambda; \dots \quad (2)$$

Здесь  $\varphi_k$  — углы дифракции ( $k = 0, 1, 2, 3, \dots$ ),  $\lambda$  — длина световой волны.

Полученная дифракционная картина от одной частицы будет слаба на фоне прямого недифрагированного света. Для ее усиления в плоскости 2 (рис. 206, а) вместо одной помещается большее количество одинаковых круглых частиц.

Так как в параллельном пучке лазера, имеющем осевую структуру, при смещении частицы в сторону от оси перпендикулярно ей, дифракционная картина не изменяет своего положения, то все частицы дадут одинаковые дифракционные картины, налагающиеся друг на друга в плоскости 3. Интенсивности этих картин сложатся и результирующий контраст усилится.

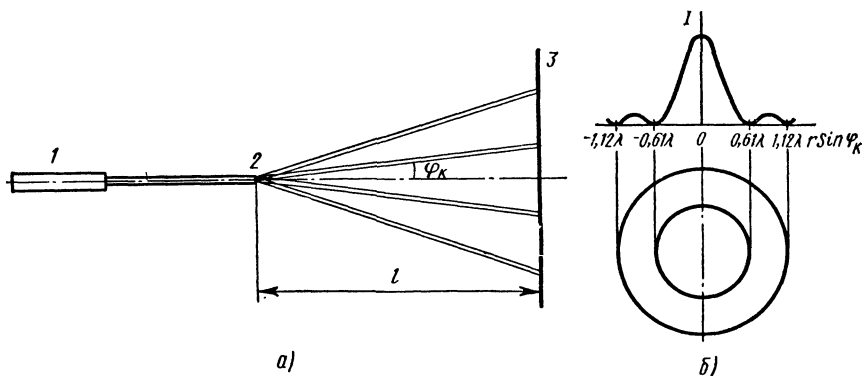


Рис. 206

Хаотичность распределения частиц исключает возможность систематического интерференционного эффекта между световыми пучками, дифрагировавшими на разных частицах. Поэтому если в пучок лучей попало  $N$  частиц, то контраст дифракционной картины усилится в  $N$  раз, но не изменит своей структуры.

Из рис. 206, б видно, что большая часть светового потока ( $\sim 84\%$ ) приходится на центральный нулевой максимум.

Условие наблюдаемости дифракционной картины

$$l \gg (2r)^2/\lambda. \quad (3)$$

Соотношение между  $l$  и  $(2r)^2/\lambda$  должно быть порядка  $10^2$  (см. лабораторную работу 63).

## ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

**ПРИБОРЫ и ПРИНАДЛЕЖНОСТИ:** оптический квантовый генератор — лазер непрерывного излучения (типа ЛГ-56, ЛГ-75), непрозрачный экран со шкалой с ценой деления 1 мм, фотодиод с блоком питания и микроамперметром, пакет из двух стеклянных пластин с мелкими частицами между ними.

Установка собирается на оптической скамье по схеме рис. 207. Оптическая скамья должна иметь длину не менее 1 м от выходной оправы лазера 1. Пакет с частицами должен находиться в оправе. В качестве мелких круглых частиц берутся споры растения плауна — ликоподий. Их напыляют на одну из пластин и закрывают второй пластиной, не слишком сильно их прижимая. Этот пакет

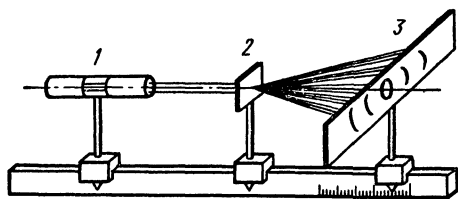


Рис. 207

вставляется в рейтер 2, который может перемещаться вдоль оптической скамьи. Непрозрачный экран со шкалой  $\pm 150$  мм вставляется в рейтер 3, устанавливаемый на конце скамьи. В этот же рейтер может быть вставлен фотодиод, укрепленный в каретке с направляющими, вместо экрана со шкалой. На направляющих каретки имеется шкала длиной не менее 200 мм, с ценой деления не более 1 мм и нониусом с точностью отсчета 0,1 мм для отсчета положения фотодиода.

На оптической скамье укрепляется отсчетная шкала с ценой деления не более 1 мм.

Рейтеры должны быть снабжены указателями для отсчетов.

К работе прилагаются описание и правила пользования лазером, а также инструкция по пользованию фотодиодом и микроамперметром.

### **Задание 1. Исследование распределения интенсивности в дифракционной картине**

1. Ознакомиться с описанием и правилами пользования лазером и фотодиодом с микроамперметром.

2. Рассчитать по формуле (3) расстояние  $l$  от пластины 2 до экрана 3, приняв диаметр частицы  $2r$  примерно равным 0,005 мм и положив, что  $l$  в  $2 \cdot 10^2$  раза больше, чем  $\frac{2r^2}{\lambda}$ .

3. Установить рейтер с пластиной на рассчитанном расстоянии  $l$  от экрана 3. При этом расстояние между лазером и пакетом с линзой должно быть не менее 20 см.

4. Включить лазер и, наблюдая за положением дифракционной картины, укрепить каретку с фотодиодом в рейтере 3. Приемное окно фотодиода должно находиться на уровне центра дифракционных колец.

5. Учитывая, что ток, даваемый фотодиодом, пропорционален интенсивности падающего на фотодиод света, провести измерения распределения интенсивности в дифракционной картине. Фотодиод следует перемещать в прямом и обратном направлениях вдоль картины через каждые 2 мм. Вблизи максимумов и минимумов отсчеты делать через 0,5 мм.

6. По полученным значениям токов построить график распределения интенсивности и сравнить полученный результат с рис. 206, б, приняв интенсивность в центре картины за единицу.

7. Сделать заключение по полученному результату.

### **Задание 2. Определение радиусов частиц**

1. Снять фотодиод и вставить в рейтер 3 экран с отсчетной шкалой. Измерить диаметры дифракционных колец — светлых и темных.

2. Рассчитать по формулам (1) и (2) радиусы частиц, получив не менее пяти значений.

3. Взяв среднее значение полученного радиуса, сравнить его со значением  $r$ , принятым в п. 2 задания 1.

4. Оценить возможные источники погрешностей.

Л и т е р а т у р а: [15; 22, т. 3].

## ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ СВЕТА С ВЕЩЕСТВОМ

68. Получение и исследование поляризованного света  
69. Определение концентрации сахара в растворе по углу вращения плоскости поляризации  
70. Изучение дисперсионной спектральной призмы

71. Изучение спектрального аппарата  
72. Определение показателя преломления и средней дисперсии вещества  
73. Изучение внешнего фотоэффекта  
74. Изучение фотосопротивлений  
75. Изучение вентильного фотоэффекта

### 68 ПОЛУЧЕНИЕ И ИССЛЕДОВАНИЕ ПОЛЯРИЗОВАННОГО СВЕТА

**Ц е л ь р а б о т ы:** *ознакомление с методами получения линейно поляризованного света и некоторыми его свойствами.*

Как известно, плоская электромагнитная световая волна является поперечной и представляет собой распространение взаимно перпендикулярных колебаний: вектора напряженности электрического поля  $\mathbf{E}$  и вектора напряженности магнитного поля  $\mathbf{H}$  (рис. 208, а). Вектор  $\mathbf{E}$  называется *световым вектором*, и все рассуждения мы ограничим рассмотрением этого вектора. Наличие вектора  $\mathbf{H}$  подразумевается.

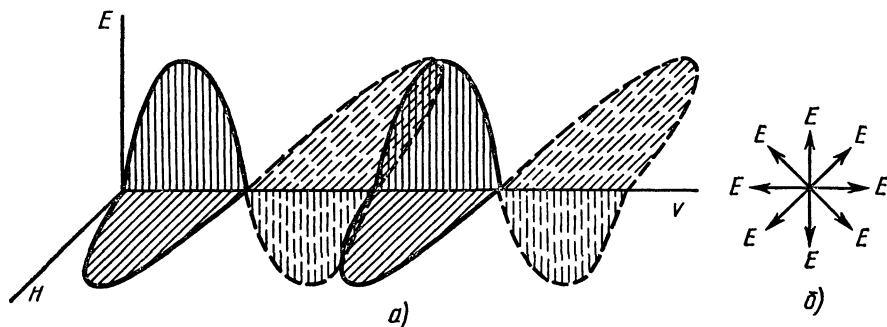


Рис. 208

Световой пучок, в котором различные направления вектора  $\mathbf{E}$  в поперечной к направлению распространения волны плоскости равновероятны, называется *естественным*. В естественном свете колебания различных направлений быстро и беспорядочно сменяют друг друга (рис. 208, б).

Свет, в котором направления колебаний вектора  $\mathbf{E}$  упорядочены каким-либо образом и подчиняются некоторой закономерности, называется *поляризованным*. Если колебания вектора  $\mathbf{E}$  могут совершаться лишь в одном определенном направлении, то свет называется *линейно* или *плоскополяризованным* (рис. 209, а).

Если же колебания вектора  $\mathbf{E}$  совершаются так, что его конец описывает круг или эллипс, то свет называется соответственно *поляризованным по кругу*

или эллиптически поляризованным (рис. 209, б, в). При линейной поляризации плоскость, содержащая луч и вектор  $E$ , называется *плоскостью колебаний*, или *плоскостью поляризации* волны.

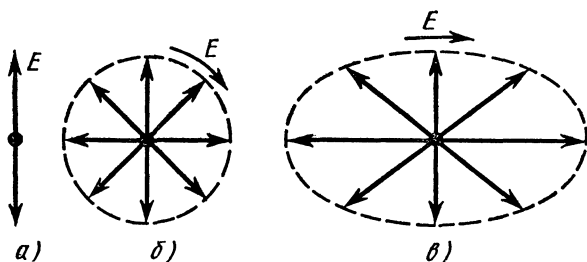


Рис. 209

Для получения линейно поляризованного света применяются специальные оптические приспособления — *поляризаторы*. Плоскость колебаний электрического вектора в волне, прошедшей через поляризатор, называется *плоскостью поляризатора*.

Всякий поляризатор может быть использован для исследования поляризованного света, т. е. в качестве *анализатора*. В этом случае плоскость колебаний прошедшего света будет совпадать с плоскостью анализатора. Интенсивность  $I$  линейно поляризованного света после прохождения через анализатор зависит от угла  $\alpha$ , образованного плоскостью колебаний падающего на анализатор луча с плоскостью анализатора, соответственно за ко - ну М а л о с а

$$I = I_0 \cos^2 \alpha, \quad (1)$$

где  $I_0$  — интенсивность падающего на анализатор света. На рис. 210  $P'P''$  — плоскость колебаний падающего на анализатор света,  $A'A''$  — плоскость анализатора.

Опишем несколько способов получения плоскополяризованного света.

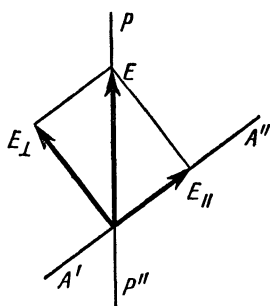


Рис. 210

### 1. Отражение света от поверхности диэлектрика

Отраженный от диэлектрика свет всегда частично поляризован. На рис. 211 черные кружочки соответствуют колебаниям вектора  $E$ , перпендикулярным плоскости падения, черточки — колебаниям в плоскости падения. Степень поляризации отраженного луча зависит от относительного показателя преломления  $n_{12}$  и от угла падения  $\epsilon$ . При падении луча  $E$  на плоскость  $MN$  под углом Брюстера  $\epsilon_B$  отраженный луч  $E_{\perp}$  полностью поляризован. Преломленный луч  $E_{\parallel}$  поляризован частично. Соотношение

$$\operatorname{tg} \epsilon_B = n_{12} \quad (2)$$

называется за ко н о м Б р ю - с т е р а. Плоскость колебаний электрического вектора в отраженном свете перпендикулярна плоскости падения (рис. 211).

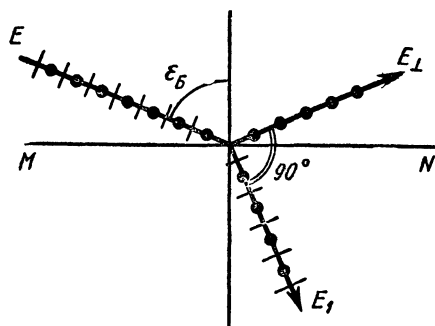


Рис. 211

## 2. Преломление света в стопе стеклянных пластин

Поскольку отраженный от диэлектрической пластинки свет частично (или даже полностью) поляризован, проходящий свет также частично поляризуется и становится смешанным светом. Преимущественные колебания электрического вектора в прошедшем свете будут совершаться в плоскости падения. Максимальная, но не полная поляризация проходящего света достигается при падении под углом Брюстера. Для увеличения степени поляризации проходящего света используют стопу стеклянных пластинок, расположенных под углом Брюстера к падающему свету. В этом случае можно получить практически полностью поляризованный проходящий свет, так как каждое отражение ослабляет пропущенные колебания, перпендикулярные плоскости падения в определенном отношении.

## 3. Преломление света в двоякопреломляющих кристаллах

Некоторые кристаллы обладают свойством двойного лучепреломления. Преломляясь в таком кристалле, световой луч разделяется на два линейно поляризованных луча со взаимно перпендикулярными направлениями колебаний. Один из лучей называется обыкновенным и обозначается буквой  $o$ , второй — необыкновенным и обозначается буквой  $e$ .

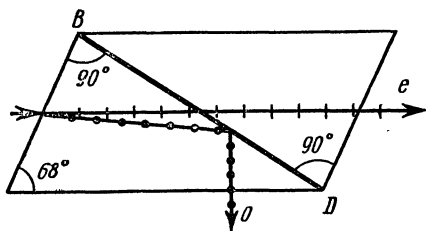


Рис. 212

Обыкновенный луч удовлетворяет обычному закону преломления и лежит в одной плоскости с падающим лучом и нормалью. Для необыкновенного луча отношение синусов углов падения и преломления не остается постоянным при изменении угла падения. Кроме то-

го, необыкновенный луч, как правило, не лежит в плоскости падения и отклоняется от луча  $o$  даже при нормальном падении света.

Отклоняя один из лучей в сторону, можно получить плоскополяризованный луч. Так устроена, например, поляризационная *призма Николя* (рис. 212). Две естественные грани кристалла исландского шпата срезаются так, чтобы уменьшить угол между поверхностями до  $68^\circ$ . Затем кристалл распиливается на две части по плоскости  $BD$  под углом  $90^\circ$  к новым граням. После шлифовки поверхности распила склеиваются канадским бальзамом, имеющим показатель преломления  $n_B$  удовлетворяющий условию  $n_e < n_B < n_o$ , где  $n_o$  и  $n_e$  — показатели преломления исландского шпата для обыкновенного и необыкновенного лучей.

Падая под углом, большим предельного, на плоскость  $BD$ , обыкновенный луч претерпевает полное внутреннее отражение на границе шпат — бальзам. Необыкновенный луч, для которого  $n_e < n_B$ , выходит из призмы линейно поляризованным.

## 4. Поглощение света в дихроических пластинках

У некоторых двоякопреломляющих кристаллов (например, турмалина) коэффициенты поглощения света для двух взаимно перпендикулярных поляризованных лучей отличаются настолько сильно, что уже при небольшой толщине кристалла один из лучей гасится практически полностью и из кристалла выходит линейно поляризованный пучок света. Это явление называется *дихроизмом*. В настоящее время дихроические пластинки изготавливают в виде тонких пленок — поляроидов, имеющих широкое применение. В большинстве случаев они состоят из множества маленьких (толщиной до 0,3 мм) параллельно ориентированных кристаллов сернокислого йодистого хинина — герпатита, находящихся внутри связующей среды — прозрачной пленки.



## ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

**ПРИБОРЫ и ПРИНАДЛЕЖНОСТИ:** оптическая скамья, источник света, черное зеркало, николь, поляроид, стопа пластин, фотоэлемент с запирающим слоем, микроамперметр.

Установка (рис. 213) собирается на оптической скамье 1 длиной около 1 м. Источник света 2 имеет колпак с продольным окном, закрытым матовым стеклом, которое можно ограничивать до квадрата. Черное зеркало 3 из молибденового стекла крепится в оправе, позволяющей вращать его относительно вертикальной и горизон-

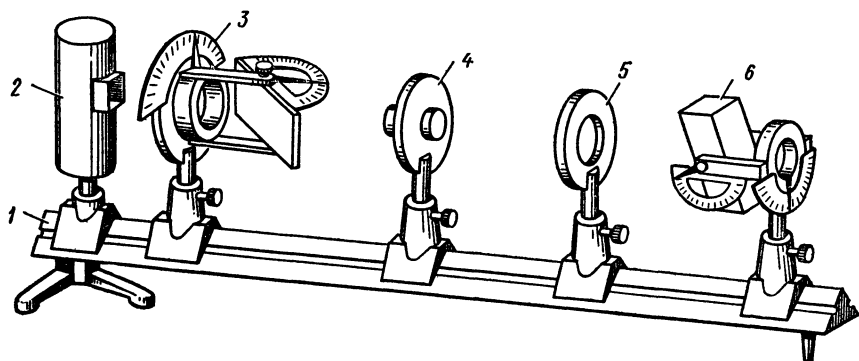


Рис. 213

тальной оси. Для отсчета углов поворота оправа имеет два лимба — горизонтальный и вертикальный. Цена деления лимбов  $2-5^\circ$ . Николь 4 заключен в оправу с лимбом, позволяющую вращать его вокруг горизонтальной оси. Цена деления лимба  $2-5^\circ$ . Поляроид 5 заключен в оправу с лимбом, позволяющую вращать поляроид вокруг горизонтальной оси. Цена деления лимба  $1^\circ$ .

Стопа пластин 6 крепится в оправе с лимбом. Оправа позволяет поворачивать стопу относительно горизонтальной оси и производить отсчеты углов поворота по лимбу. Цена деления лимба  $2-5^\circ$ .

Все детали должны быть закреплены в рейтерах, позволяющих перемещать их вдоль оптической скамьи.

При проведении измерений отсчеты углов производятся с точностью до половины цены деления шкалы.

### **Задание 1. Определение направления колебаний вектора $E$ в поляроиде и показателя преломления материала**

1. Установить на оптическую скамью осветитель со щелевым окном, поляроид, черное зеркало (черное зеркало должно стоять вертикально).

2. Вращая поляроид вокруг направления луча, а зеркало — вокруг вертикальной оси, добиться минимальной яркости изображения осветителя. Наблюдатель должен расположиться так, чтобы

видеть изображение осветителя вблизи вертикальной оси вращения зеркала. Положение поляроида и зеркала уточнить несколько раз, добиваясь, чтобы система, состоящая из поляроида и черного зеркала, практически не пропускала свет. В этом случае зеркало установлено под углом Брюстера, а в падающий на него световой волне колебания светового вектора совершаются в плоскости падения (горизонтальной плоскости).

3. Измерить угол падения луча на черное зеркало (угл Брюстера). Установку черного зеркала и поляроида повторить несколько раз. Результаты измерений представить в виде таблицы.

4. По среднему значению угла Брюстера, используя формулу (2), определить показатель преломления молибденового стекла, из которого сделано черное зеркало.

5. Дать схему хода лучей, пользуясь принятыми на рис. 211 обозначениями направления колебаний светового вектора.

## **Задание 2. Изучение поляризованного света при помощи анализаторов различного вида**

### **(а) Черное зеркало**

Приборы и их расположение на оптической скамье оставить теми же, что и в задании 1. Черное зеркало должно быть расположено в вертикальной плоскости (отсчет по вертикальному лимбу  $N_{\text{мин}} = 0$  или  $180^\circ$ ).

1. Установить черное зеркало под углом Брюстера (интенсивность отраженного света минимальна).

2. Не изменяя угла падения луча и следя за отражением окна осветителя, вращать черное зеркало вокруг горизонтальной оси до положения, в котором интенсивность отраженного света максимальна. Отметить это положение ( $N_{\text{макс}}$ ) по вертикальному лимбу. Измерения повторить три раза. Результаты измерений занести в таблицу.

3. Дать схему хода лучей при  $N_{\text{макс}}$ .

### **(б) Стопа пластин**

1. Заменить черное зеркало стопой пластин, расположенных под углом Брюстера. Повторить операции, выполненные с черным зеркалом, наблюдения вести как в отраженном, так и в проходящем свете. Полученные данные записать в таблицу.

2. Дать схему хода лучей для двух положений стопы:  $N_{\text{макс}}$  и  $N_{\text{мин}}$ . При этом показать направление колебаний вектора  $E$  на различных участках пути. В случае непропускания анализатором луча света ход последнего на чертеже должен обрываться.

### **(в) Николь**

1. Заменить стопу пластин николем. Повернуть его до положения  $N_{\text{макс}}$  максимальной интенсивности пропускаемого света. При этом следует пройти дальше максимума и, заметив ослабление света, вернуться обратно.

2. Вращая николю в какую-либо сторону, отметить положение, соответствующее максимальной и минимальной яркости поля зрения в пределах одного оборота. Отсчеты по лимбу занести в таблицу.

3. Изобразить полную схему хода луча для двух положений николя ( $N_{\text{макс}}$  и  $N_{\text{мин}}$ ), отмечая направления колебаний вектора  $\mathbf{E}$  на различных участках пути.

### Задание 3. Изучение закона Малюса

Установить на оптической скамье осветитель с квадратным «окном», поляриод, николю, фотоэлемент с запирающим слоем, закрытый крышкой.

1. Подключить к фотоэлементу микроамперметр. Включить осветитель. Открыть крышку фотоэлемента. Вращая николю, добиться максимального отклонения стрелки микроамперметра. Согласно формуле (1), для этого положения  $\alpha = 0$ ,  $I = I_0$ .

2. Вращать николю в пределах полного оборота и через каждые  $20^\circ$  записывать показания микроамперметра.

3. Построить график экспериментальной зависимости  $I/I_0 = f(\alpha)$  в полярных координатах. Для этого на каждом луче, проведенном из центра  $O$  под углом  $\alpha$ , в выбранном масштабе отложить значения величин  $I/I_0$ , соответствующих этому углу  $\alpha$ . Точки соединить плавной кривой. На том же чертеже аналогичным образом построить теоретическую зависимость  $I/I_0 = \cos^2 \alpha$ .

Л и т е р а т у р а: [22, т. 3].

## 69 ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОНЦЕНТРАЦИИ САХАРА В РАСТВОРЕ ПО УГЛУ ВРАЩЕНИЯ ПЛОСКОСТИ ПОЛЯРИЗАЦИИ

*Ц е л ь р а б о т ы:* ознакомление с явлением оптической активности, а также использование этого явления для определения концентрации сахара в растворе.

Оптическая активность — это способность некоторых веществ вращать плоскость колебаний светового вектора, или, как принято говорить, вращать плоскость поляризации. В частности, оптически активными веществами являются кристаллический кварц, сахар, раствор сахара в воде, скипидар, пластмассы и др.

В растворах угол поворота  $\varphi$  плоскости поляризации пропорционален пути луча в растворе  $l$  и концентрации активного вещества  $C$ :

$$\varphi = \alpha Cl, \quad (1)$$

где  $\alpha$  — удельная постоянная вращения (угол поворота на единицу длины при концентрации, равной единице). Эта величина зависит от природы оптически активного вещества, температуры и длины волны света, т. е. обладает дисперсией.

Для объяснения вращения плоскости поляризации Френель предположил, что в оптически активных веществах световые волны, поляризованные по кругу вправо и влево, распространяются с неодинаковой скоростью. Линейно поляризованный свет можно представить как суперпозицию двух поляризованных по

кругу волн, правой и левой, с одинаковыми частотами и амплитудами. На рис. 214, а обозначены:  $E_1$  — световой вектор левой составляющей,  $E_2$  — правой, а  $PP$  — направление суммарного вектора  $E$ . Если скорости распространения обеих волн неодинаковы, то по мере прохождения через вещество один из векторов, например  $E_1$ , будет отставать в своем вращении от вектора  $E_2$  (рис. 214, б), т. е. результирующий вектор  $E$  будет поворачиваться в сторону более «быстрого» вектора  $E_2$  и займет положение  $QQ$ . Угол поворота будет равен  $\varphi$ .

Различие в скорости распространения света с разными направлениями круговой поляризации обусловлено асимметрией молекулы или же асимметричным

размещением атомов в кристалле. Как правило, все оптически активные вещества существуют в двух разновидностях — *правовращающей* и *левовращающей*. Численные значения постоянной вращения данного вещества одинаковы для обеих разновидностей. Молекулы право- и левовращающих веществ являются зеркальным отображением друг друга. Такие зеркально симметричные кристаллические формы называются *энантиоморфными*.

В настоящей работе угол  $\varphi$  поворота плоскости поляризации в растворе сахара определяется двумя методами. В первом методе используется система, состоящая из поляризатора и анализатора, первоначально настроенных

на темноту. Если между поляризатором и анализатором поместить оптически активное вещество, то поле зрения светлеет. Угол поворота плоскости поляризации равен углу поворота анализатора, необходимого для восстановления темноты. Этот метод положен в основу устройства *поляриметров* (или *сахариметров*).

Второй метод основан на непосредственном наблюдении вращения плоскости колебаний. Впервые его осуществил Умов, пропуская линейно поляризованный свет через оптически активный раствор.

В опыте Умова в качестве оптически активного вещества берется раствор сахара. Вектор  $E$  линейно поляризованного света при прохождении через этот раствор постепенно поворачивается. Наблюдатель, смотрящий на пучок лучей сбоку, видит свет, рассеянный молекулами раствора. Заряды этих молекул совершают вынужденные колебания, совпадающие по направлению с вектором  $E$ . Интенсивность рассеянного света, представляющего собой излучение колеблющихся зарядов, как следует из диаграммы, приведенной на рис. 215, максимальна в направлении, перпендикулярном вектору  $E$ , и равна нулю в направлении этого вектора. Раствор сахара в сосуде вследствие поворота вектора  $E$  кажется освещенным по винтовой линии.

При использовании белого света сбоку видна радужная окраска раствора сахара являющаяся следствием дисперсии вращательной способности и наложения друг на друга «световых винтов» с разным шагом для разных длин волн.

## ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

**ПРИБОРЫ и ПРИНАДЛЕЖНОСТИ:** полутеневого поляриметр, трубки с раствором сахара, установка для определения концентрации сахара по методу Умова.

В данной работе применяются две установки.

1. *Полутеневого поляриметр* (сахариметр), который служит для определения концентрации сахара в растворах и является

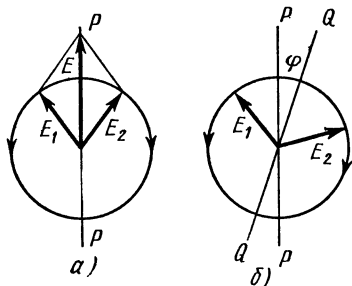


Рис. 214

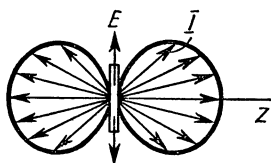


Рис. 215

контрольно-измерительным прибором, широко применяемым в заводских и научно-исследовательских лабораториях.

Оптическая схема полутеневого поляриметра приведена на рис. 216, где  $S$  — источник света,  $P$  — поляризатор (призма Николя),  $\Pi$  — полутеневая пластинка,  $T$  — камера для трубок с раствором сахара,  $K$  — кварцевый компенсатор,  $A$  — анализатор (призма Николя). Поляриметр имеет окуляр для наблюдения поля зрения и окуляр для наблюдения отсчетной шкалы.

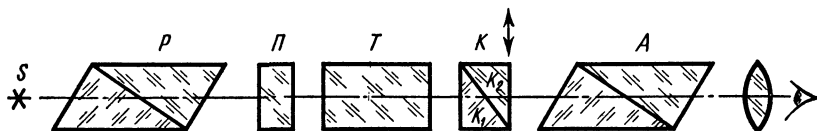


Рис. 216

Для повышения точности установки анализатора на темноту в поляриметре применяется полутеневое устройство, с помощью которого производится установка не на темноту, а на равенство освещенностей двух половин поля зрения.

Полутеневая пластинка (рис. 217) состоит из двух половинок: стеклянной  $C$  и кварцевой  $K$ ;  $AB$  — граница раздела стекла и кварца. Допустим, что на пластинку падает монохроматический линейно поляризованный свет с плоскостью колебаний  $PP$ . Через стеклянную пластинку свет пройдет, не изменив плоскости колебаний, а через кварцевую пластинку выйдет свет с новой плоскостью колебаний  $P_1P_1$  (кварц — оптически активное вещество). Если затем пропустить оба луча через анализатор, у которого плоскость колебаний, например, совпадает с плоскостью, перпендикулярной  $PP$ , то луч левой половины поля зрения  $C$  будет погашен и поле зрения в этой половине будет темное, тогда как часть света правой половины будет пропущена анализатором и поле этой половины будет светлое. Если плоскость колебаний пропускаемых анализатором перпендикулярна  $P_1P_1$ , то будет обратное явление. В среднем положении анализатора, при котором обе половины поля зрения будут одинаково освещены, получим «нулевую точку». Раствор сахара помещается между полутеневой пластинкой из кварца — стекла и анализатором, предварительно установленным на нулевую точку. Угол, на который надо повернуть анализатор, чтобы достигнуть равной освещенности, очевидно, равен углу поворота плоскости поляризации.

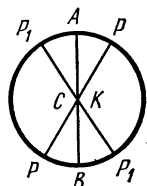


Рис. 217

При пользовании источником белого света вводят специальное приспособление — *кварцевый компенсатор*. Он состоит из двух клиньев, сделанных из левовращающего кварца. Один клин  $K_1$  — неподвижный, второй  $K_2$  — подвижный (рис. 216). Перемещая  $K_2$  относительно  $K_1$ , можно изменить величину левого вращения плоскости поляризации, даваемого клиньями  $K_1$  и  $K_2$ .

Так как раствор сахара вращает плоскость поляризации вправо (по часовой стрелке), то это вращение компенсируется левым вращением кварцевого компенсатора, удельное вращение которого примерно такое же, как у сахара для всех длин волн белого света.

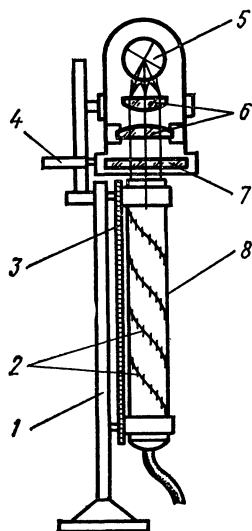


Рис. 218

Подвижный клин  $K_2$  кварцевого компенсатора перемещается вместе со шкалой. Линейное перемещение клина пропорционально углу вращения плоскости поляризации, поэтому шкала прибора проградуирована в угловых единицах, называемых *градусами Вентцке* ( $1^\circ$  Вентцке =  $0,328$  углового градуса). Для более точного отсчета шкала имеет нониус.

2. Установка для определения концентрации сахара в растворе по методу Умова представлена на рис. 218. Вся установка смонтирована на стойке 1. Луч света от источника 5 проходит через конденсор 6, поляризатор 7 и направляется в стеклянный сосуд 8 параллельным линейно поляризованным пучком. Сосуд 8 наполнен раствором сахара. Через полупрозрачные стенки сосуда можно наблюдать светящуюся цветную винтовую линию, как сказано выше. Длина волны зеленого света и удельное вращение сахара заданы.

### **Задание 1. Определение концентрации раствора сахара при помощи полутеневого поляриметра**

1. Установить окуляр поля зрения и окуляр шкалы поляриметра по глазу наблюдателя так, чтобы были четко видны штрихи и цифры шкалы и нониуса, а также вертикальная линия, разделяющая поле зрения.

2. Произвести установку поляризатора на нуль, медленно вращая головку кремальерной передачи (прибор отъюстирован так, что при этом получается равная освещенность обеих половинок поля зрения).

3. В камеру поместить трубку с раствором сахара известной концентрации  $C_1$  (в трубке не должно быть пузырьков воздуха); при этом равная освещенность поля зрения пропадает. При помощи кремальерной передачи вновь добиться равной освещенности поля зрения и взять отсчет по шкале и нониусу  $\phi_1$ .

4. Вновь установить поляриметр на нуль.

5. В камеру поместить трубку с раствором сахара неизвестной концентрации  $C_x$  и аналогичным путем измерить угол  $\phi_2$ . Определить значение  $\alpha$  и  $C_x$ , используя формулу (1).

## Задание 2. Определение концентрации сахара в растворе по методу Умова

1. Включить установку и, поворачивая поляризатор 7 за ручку 4 (рис. 218), наблюдать поворот плоскости колебаний по изменению положения яркости светящейся винтовой полосы вдоль сосуда. По шкале 3 отсчитать шаг 2 винта для зеленого цвета.

2. Повторить измерения не менее пяти раз. Определить среднее значение концентрации сахара в растворе по формуле (1).

3. Оценить возможные источники погрешности.

Л и т е р а т у р а: [22, т. 2, 3].

## 70 ИЗУЧЕНИЕ ДИСПЕРСИОННОЙ СПЕКТРАЛЬНОЙ ПРИЗМЫ

**Ц е л ь р а б о т ы:** *определение показателей преломления вещества спектральной призмы и оценка ее дисперсионных характеристик.*

Призма для спектрального разложения света была впервые предложена Ньютоном. *Спектральной призмой* (или просто *призмой*) называется многогранник, сделанный из прозрачного материала, обладающего значительной дисперсией ( $dn/d\lambda$ ). Простейшей спектральной призмой является призма треугольного сечения с параллельными ребрами (рис. 219). При прохождении через призму пучок лучей в результате двукратного преломления отклоняется к ее основанию на некоторый угол  $\varphi$  по отношению к падающему лучу. Если через призму проходит немонохроматический свет, то углы отклонения  $\varphi$  будут разными для различных монохроматических лучей, вследствие того что показатель преломления  $n$  материала призмы зависит от длины волны  $\lambda$ . Если показатель преломления возрастает с уменьшением длины волны, то материал призмы имеет *нормальную дисперсию*, а призма отклоняет коротковолновые лучи (фиолетовые) больше, чем длинноволновые (красные).

Спектральные призмы используются как диспергирующие устройства во многих спектральных приборах: в монохроматорах УМ-2, спектрографах, стилоскопах, спектрофотометрах и др. При этом спектральные призмы могут иметь форму сложного многогранника или же состоять из комбинации нескольких призм. Материалом служат стекло, кварц, флюорит и др. Преломляющая способность оптического материала характеризуется в основном тремя величинами:

*показателем преломления  $n_D$  для желтой линии натрия ( $\lambda_D = 589,3$  нм);*

*средней дисперсией*

$$\delta n = n_F - n_C, \quad (1)$$

где  $n_F$  и  $n_C$  — показатели преломления для голубой и красной линии водорода ( $\lambda_F = 486,1$  нм,  $\lambda_C = 656,3$  нм);

*коэффициентом средней дисперсии, или числом Аббе:*

$$\nu = \frac{n_D - 1}{n_F - n_C}. \quad (2)$$

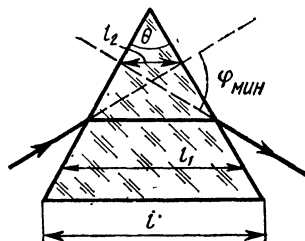


Рис. 219

Для полной характеристики оптических материалов определяются показатели преломления для длин волн всего оптического спектра.

В настоящей работе изучается стеклянная призма треугольного сечения. Показатель преломления такой призмы нетрудно получить, если рассматривать ход луча в главном сечении призмы — сечении, перпендикулярном ее ребрам (при наименьшем угле отклонения  $\varphi_{\min}$ ). Учитывая закон преломления, получим

$$n = \frac{\sin [(\Theta + \varphi_{\min})/2]}{\sin (\Theta/2)}, \quad (3)$$

где  $\varphi_{\min}$  — угол наименьшего отклонения,  $\Theta$  — преломляющий угол призмы.

Преломляющий угол  $\Theta$  призмы может быть различным, но не больше предельного значения  $\Theta_{\max}$ :

$$\Theta_{\max} = 2 \arcsin (1/n). \quad (4)$$

Если преломляющий угол призмы больше  $\Theta_{\max}$ , то световой луч, преломившись на первой грани, упадет на вторую грань под углом, большим угла полного внутреннего отражения, и не выйдет из призмы.

Ширина спектра призмы характеризуется *угловой дисперсией*  $\beta$ . Обычно положение спектральной линии в спектральном аппарате задается углом отклонения, определяющим направление соответствующего светового луча. Поэтому угловую дисперсию  $\beta$  определяют как отношение разности углов отклонения  $\delta\varphi$  двух спектрально близких монохроматических пучков к разности их длин волн  $\delta\lambda$ :

$$\beta = \delta\varphi/\delta\lambda.$$

Значение  $\beta$  выражается, например, в угловых единицах на нанометр (с/нм). Угловую дисперсию получим, дифференцируя выражение (3):

$$\beta = \frac{2 \sin (\Theta/2)}{\sqrt{1-n^2 \sin^2 (\Theta/2)}} \frac{dn}{d\lambda}, \quad (5)$$

где  $dn/d\lambda$  — дисперсия показателя преломления в веществе призмы. Для стекла сорта ТФ-5  $dn/d\lambda = 3200 \text{ см}^{-1}$  в синей части спектра и  $dn/d\lambda = 1170 \text{ см}^{-1}$  в красной.

Если угол  $\Theta$  равен  $60^\circ$ , то формула (5) упрощается:

$$\beta = \frac{2}{\sqrt{4-n^2}} \frac{dn}{d\lambda}. \quad (6)$$

Наличие значительной дисперсии  $\beta$  еще не обеспечивает возможности раздельного наблюдения двух близких спектральных линий  $\lambda$  и  $\lambda'$ . Раздельное наблюдение двух линий с наименьшим интервалом  $\delta\lambda$  длин волн определяется разрешающей силой призмы. Разрешающая сила зависит от дифракционных явлений на краях призмы, т. е. от ее размеров, а также от дисперсии материала призмы.

Согласно расчетам, спектральная призма дает для каждой спектральной линии определенный дифракционный инструментальный контур, показанный на рис. 220,

который приблизительно можно считать не зависящим от аберраций. Две близкие спектральные линии дадут суммарный инструментальный контур (рис. 221). По оси ординат графиков отложена величина  $I$ , пропорциональная освещенности  $E$ , по оси абсцисс — угол  $\varphi$  (направление на линию спектра).

Разрешающая сила оптического аппарата, в случае призмы, должна отвечать критерию Рэлея, согласно которому *наименьший разрешимый интервал  $\delta\lambda$  равен расстоянию между главным максимумом и первым минимумом функции, описывающей инструментальный контур*. Если две линии, имеющие одинаковый инструментальный контур, расположены таким образом, что максимум контура

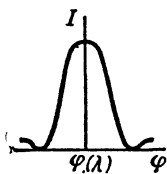


Рис. 220

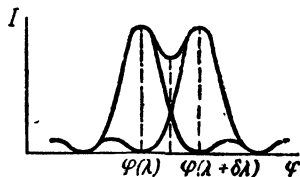


Рис. 221



одной совпадает с первым минимумом другой, то они будут разрешены, т. е. видны раздельно. При этом ордината минимума суммарной кривой равна  $\sim 80\%$  от максимума. Следовательно, между двумя максимумами будет провал освещенности в 20%, легко наблюдаемый даже при достаточно грубых способах измерения.

Разрешающая сила призмы выражается в виде  $r = \lambda/\delta\lambda$ , где  $\delta\lambda = \lambda' - \lambda$  — разность длин волн разрешаемых линий. По расчетам,

$$r = (l_1 - l_2) \frac{dn}{d\lambda}, \quad (7)$$

где  $(l_1 - l_2)$  — линейные размеры, ограничивающие части призмы, через которую проходит световой пучок (см. рис. 219).

## ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

**ПРИБОРЫ и ПРИНАДЛЕЖНОСТИ:** гониометр, трехгранная стеклянная призма, натриевая и водородная лампы, блок питания ламп.

Оптическая схема гониометра представлена на рис. 222. Свет от источника 1 освещает щель 2 коллиматора, которая расположена в фокальной плоскости объектива 3 коллиматора. Из объек-

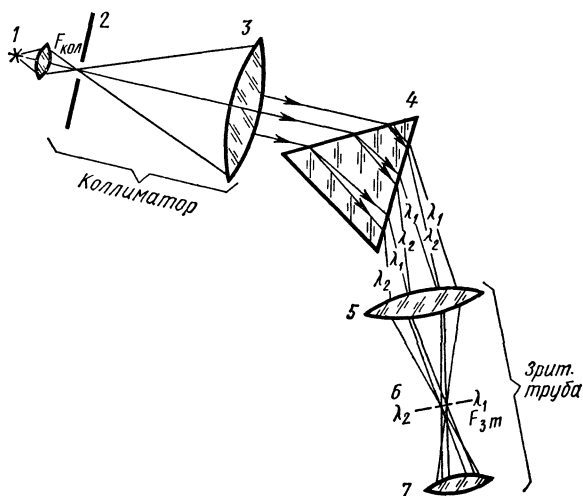


Рис. 222

тива коллимированный пучок лучей направляется на призму 4. Если свет немонахроматический, то после преломления в призме произойдет разложение света в спектр, причем из призмы выйдут параллельные пучки лучей, отклоненные соответственно волнам различной длины  $\lambda_1, \lambda_2, \dots$ . Эти параллельные пучки соберутся в фокальной плоскости 6 объектива зрительной трубы 5 в виде спектра, являющегося изображением щели 2. Спектр наблюдается глазом через окуляр 7. Коллиматор и зрительная труба смонтированы на массивном основании. Коллиматор укреплен неподвижно,

а зрительная труба может вращаться в горизонтальной плоскости относительно вертикальной оси основания. Исследуемая призма устанавливается на предметный столик, центрированный относительно вертикальной оси основания. Относительно той же оси центрирован горизонтальный отсчетный лимб — металлический диск с круговой шкалой. Зрительная труба может вращаться относительно вертикальной оси вместе с предметным столиком или отдельно от него. Со зрительной трубой обычно скрепляется один или два нониуса, позволяющих определить ее положение относительно лимба.

Внешний вид гониометра приведен в лабораторной работе 65 (см. рис. 203). Описание и правило пользования гониометром прилагаются к работе. Значение углов призмы задается. Длины волн натриевой и водородной ламп даны в таблицах приложения.

### **Задание 1. Определение габаритов призмы**

1. Учитывая формулу (4), рассчитать наибольший возможный преломляющий угол призмы  $\Theta$ , приняв приближенно  $n = 1,55$ . Сравнить с действительным преломляющим углом призмы.

2. Измерить длину  $l$  основания призмы в ее главном сечении.

3. Измерить диаметры объектива коллиматора и зрительной трубы и сопоставить их значение с величиной  $l$ . Если  $l$  больше указанных диаметров, то следует определить значения  $l_1$  и  $l_2$  (см. рис. 219), обуславливающие ширину проходящего через призму светового пучка.

### **Задание 2. Определение преломляющих характеристик материала призмы, ее угловой дисперсии и разрешающей силы**

1. Осветить щель коллиматора натриевой лампой и проверить установку зрительной трубы «на бесконечность», а коллиматора — «на параллельность». При правильной установке в окуляр зрительной трубы одновременно видны резкое изображение щели и вертикальная нить окуляра зрительной трубы.

2. Определить направление неотклоненного луча, для чего, вращая зрительную трубу, совместить вертикальную нить с серединой изображения щели. В этом положении снять отсчет  $\alpha_1$  по лимбу и нониусу.

3. Установить на столик гониометра исследуемую призму так, чтобы биссектриса ее преломляющего угла была приблизительно перпендикулярна оси коллиматора. Поворачивая рукой столик с призмой в сторону основания призмы, глазом отыскать изображение щели в виде желтой полоски. Установить в этом направлении зрительную трубу. Медленно вращать столик с призмой в направлении уменьшения угла отклонения и следовать зрительной трубой за смещающимся изображением щели. Уловить момент, когда изображение щели остановится и начнет двигаться в противополо-

ложном направлении при неизменном направлении вращения столика. Это положение столика и зрительной трубы соответствует углу наименьшего отклонения. Закрепить при помощи винта столик и совместить вертикальную нить зрительной трубы с серединой изображения щели. По лимбу и нониусу снять отсчет  $\alpha_2$ .

4. Заменить натриевый источник света водородной трубкой, и, проделав операции, указанные в п. 3 для всех видимых линий водородного спектра, снять для них отсчеты  $\alpha'_2, \alpha''_2, \dots$

5. Вычислить для каждой линии значения углов наименьшего отклонения  $\varphi_{\min}$ , равные разности соответствующих отсчетов  $\alpha_2$  и  $\alpha_1$ . Рассчитать по формуле (3) показатели преломления для всех линий водородного спектра и желтой линии натрия. По полученным данным построить график зависимости  $n = f(\lambda)$ .

6. Используя формулы (1) и (2), рассчитать среднюю дисперсию и коэффициент средней дисперсии  $\nu$  призмы.

7. Пользуясь графиком зависимости  $n = f(\lambda)$  и формулой (6), определить значение угловой дисперсии  $\beta$  для красной и синей областей спектра.

8. Зная  $(l_1 - l_2)$ , по формуле (7) определить разрешающую силу  $r$  для красной и синей областей спектра.

9. Приняв, что материалом призмы является стекло ТФ-5 (тяжелый флинт), рассчитать угловую дисперсию  $\beta$  и разрешающую силу призмы  $r$  для красной и синей областей спектра.

10. Сравнить теоретические и экспериментальные результаты.

11. Оценить возможные источники погрешностей.

Л и т е р а т у р а: [15; 22, т. 3].

## 71 ИЗУЧЕНИЕ СПЕКТРАЛЬНОГО АППАРАТА

*Ц е л ь р а б о т ы: ознакомление с принципом действия и работой спектрального аппарата — монохроматора УМ-2, построение градуировочного графика монохроматора и определение его дисперсионных характеристик.*

Спектральные аппараты служат для пространственного разделения лучей различных длин волн.

Принципиальная схема спектрального аппарата представлена на рис. 223. Схема состоит из трех основных частей: коллиматора 2—4, служащего для получения параллельного пучка лучей, диспергирующей системы 5 (призмы или дифракционной решетки), разлагающей монохроматический свет в спектр, и зрительной трубы 6—8 для наблюдения спектра, или регистрирующего устройства.

Ход лучей в данной схеме следующий. Свет от источника 1 проходит через конденсор 2 и освещает щель 3, которая расположена в фокальной плоскости объектива коллиматора 4. Из объектива параллельный коллимированный пучок лучей направляется на диспергирующую систему 5.

Если источник испускает немонохроматический свет, то вследствие того, что волны различных длин по-разному преломляются в призмах из-за дисперсии показателя преломления, произойдет разложение света на монохроматические составляющие и из системы призм выйдут параллельные пучки лучей, соответствующие волнам определенной длины  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots$  Эти параллельные пучки лу-

чей соберутся в фокальной плоскости 7 объектива 6 зрительной трубы в виде спектрального изображения щели 3. Если источником света служит лампа низкого давления, содержащая инертный газ в атомном состоянии, то спектральное изображение щели 3 будет иметь вид цветных полос, соответствующих атомному линейчатому спектру газа лампы. Спектр может наблюдаться глазом через окуляр 8, при этом спектральные линии выводятся на выходную щель зрительной трубы, расположенную в плоскости 7.

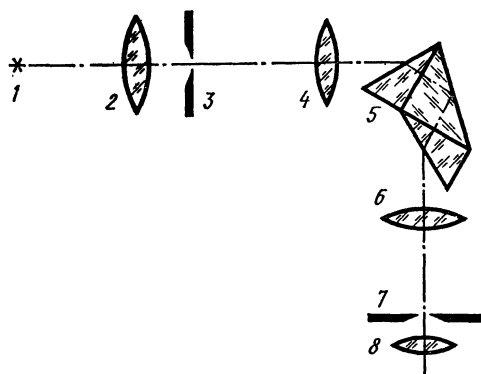


Рис. 223

В ряде приборов спектр может фотографироваться фотокамерой или регистрироваться каким-либо специальным регистрирующим устройством. Основными характеристиками спектрального аппарата являются *угловая* и *линейная дисперсии*. Угловая дисперсия  $\beta$  зависит только от диспергирующего элемента аппарата. Линейная дисперсия  $l$  определяется, кроме того, геометрическими условиями фокусировки спектра. Согласно сказанному в лабораторной работе 70, угловая дисперсия определяется как отношение разностей углов отклонения  $d\varphi$  двух спектрально близких монохроматических пучков лучей к разности их длин волн  $d\lambda$ . Следовательно, мера угловой дисперсии

$$\beta = d\varphi/d\lambda. \quad (1)$$

Если угловому расстоянию  $d\varphi$  соответствует линейное расстояние  $d\delta$  в плоскости изображения 7 объектива зрительной трубы прибора, то линейная дисперсия  $l = d\delta/d\lambda$ .

По величине угловой дисперсии нетрудно получить значение линейной дисперсии  $l$ . Действительно, если расстояние между двумя спектральными линиями, отличающимися по длине волны на  $d\lambda$ , равно  $d\delta$  в плоскости 7 (рис. 223), то это расстояние при малых углах связано с углом  $d\varphi$  равенством

$$d\delta = f' d\varphi,$$

где  $f'$  — фокусное расстояние объектива зрительной трубы. Отсюда получим  $l = f' (d\varphi/d\lambda)$ . Следовательно,

$$l = f' \beta. \quad (2)$$

Обычно линейная дисперсия выражается в миллиметрах на нанометр (мм/нм).

Дисперсия спектральных аппаратов имеет различное значение в разных участках спектра. Поэтому угловое и линейное расстояния между спектральными линиями, отличающимися по длине волны на одну и ту же величину, будут также различными в разных участках спектра.

В данной работе предлагается определить линейную дисперсию спектрального аппарата — монохроматора УМ-2 во всем диапазоне видимого спектра и найти графический закон изменения дисперсии с длиной волны.

## ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

**ПРИБОРЫ и ПРИНАДЛЕЖНОСТИ:** монохроматор УМ-2, газоразрядные трубки низкого давления с гелием и неоном, блок питания.

Наблюдение спектральных линий и измерение их положения производится на монохроматоре УМ-2 со стеклянной оптикой.

Внешний вид монохроматора представлен на рис. 224. Монохроматор укреплен на рельсе, где также размещены источник света 7 (газоразрядная трубка) и конденсор 6, закрепленные в штативах. **Смещать штативы не разрешается!**

Объектив коллиматора, система диспергирующих призм, а также объектив зрительной трубы находятся внутри корпуса прибора. Входная щель 5 регулируется по ширине микрометрическим винтом 8.

**Щель установлена. Трогать микрометрический винт 8 не рекомендуется.**

Ширина щели коллиматора (входной щели) в спектральных приборах должна соответствовать *нормальной ширине*  $a_n$ , которой является разрешаемый интервал длин волн  $\delta\lambda$ . Нормальная ширина щели может быть получена из соотношения

$$a_n = (\lambda/D) f_k, \quad (3)$$

где  $\lambda$  — длина волны, для которой рассчитывается щель (в данной работе — длина волны желтой линии гелия),  $D$  — диаметр входящего в объектив коллиматора пучка,  $f_k$  — фокусное расстояние коллиматора.

В монохроматоре УМ-2 ширина щели устанавливается соответственно желтой линии гелия ( $\lambda = 579,09$  нм).

Объектив коллиматора должен быть установлен таким образом,

чтобы его щель находилась в фокусе объектива. В данном приборе установка произведена для желтой линии гелия. На боковой стороне корпуса прибора расположена шкала с нониусом 4, показывающая положение объектива коллиматора. Шкала освещается осветительной лампой. При правильной установке объектива по желтой линии гелия отсчет по шкале должен быть 10,8.

В фокальной плоскости объектива зрительной трубы расположена выходная щель. Для установки положения спектральной линии в плоскости выходной щели имеется индекс в виде треугольника. Индекс наблюдается через окуляр. Вывод спектральной линии на индекс производится поворотом диспергирующих призм при помощи барабана 3. Индекс освещается лампочкой 2. Непосредственно под лампочкой расположен диск с набором светофильтров. Поворачивая диск, можно осветить индекс желтым, красным, зеленым светом. Окуляр 1 может устанавливаться по глазу наблюдателя на резкость изображения индекса и спектральных линий путем вращения.

Отсчетным устройством прибора является барабан 3, который соединен с системой диспергирующих призм. При повороте барабана на одно деление ( $2^\circ$ ) система призм поворачивается на  $20''$ .

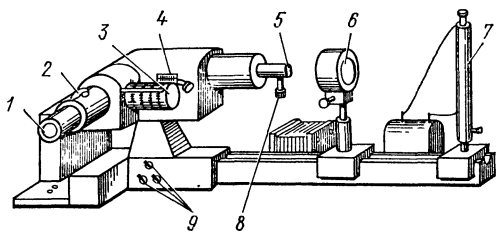


Рис. 224

Монохроматор УМ-2 является симметричной системой: фокусное расстояние его коллиматора равно фокусному расстоянию зрительной трубы (280 мм).

Источниками света в данной работе являются спектральные лампы — газоразрядные трубки низкого давления, наполненные инертными газами — гелием и неоном, находящимися в атомарном состоянии. Трубки имеют в средней части капилляр, где при пропускании разряда происходит наиболее интенсивное свечение, дающее линейчатый спектр.

Трубку следует включать только в течение того времени, когда производятся наблюдения, но не более, так как от продолжительной работы интенсивность свечения понижается.

К работе прилагаются описание монохроматора УМ-2, инструкция по его пользованию, значение фокусного расстояния коллиматора  $f_k$  и диаметра его объектива  $D$ . Таблицы длин волн гелия и неона даются в приложении.

### **Задание 1. Градуировка шкалы барабана УМ-2**

Градуировка шкалы барабана монохроматора производится для того, чтобы выразить показания шкалы барабана в длинах волн.

Для градуировки пользуются спектральными трубками низкого давления с гелием и неоном, спектры которых состоят из большого числа близко расположенных хорошо изученных линий.

Градуировка состоит из следующих операций:

1. По формуле (3) рассчитывается нормальная ширина щели коллиматора и определяется правильность ее установки для желтой линии гелия.

2. Газоразрядная трубка с гелием помещается в штатив, расположенный на рельсе прибора, по метке на рельсе и включается в сеть через блок питания.

Регулируя положение трубки, добиваются полного освещения щели монохроматора.

3. Поворачивая барабан, просматривают через окуляр весь спектр от фиолетовых до красных линий. При правильном положении газоразрядной лампы все линии должны быть ровно и ярко освещены.

4. Включают осветительные лампы выключателями 9. Совмещают с индексом окуляра желтую линию и делают пробный отсчет, который предъявляют преподавателю.

Если отсчет сделан правильно, то можно приступить к измерениям.

5. Последовательно совмещают с индексом линии гелия от красной до фиолетовой и делают отсчеты по барабану монохроматора, отмечая цвет линии. Всего должно быть 11 линий. Затем измерения повторяются в обратном порядке от фиолетовой до красной линии.

6. Заменяя трубку с гелием неоновой трубкой, повторяют операции, указанные в п. 1, 2 и 5.

При наблюдении спектральных линий неона должно быть отмечено 9 линий.

7. По полученным значениям вычисляют средний отсчет по барабану для каждой спектральной линии.

8. Взяв из таблиц значения длин волн для гелия и неона, строят градуировочный график на миллиметровой бумаге. По оси ординат откладывают углы  $\varphi$ , отчитанные по барабану 3, по оси абсцисс — соответствующие длины волн  $\lambda$ .

Масштаб следует выбрать так, чтобы график был достаточно большой и позволял четко определять длину волны до 1 нм.

Градуировочный график должен представлять собой плавную кривую. Эту кривую строят при помощи лекала карандашом.

## **Задание 2. Определение дисперсии монохроматора УМ-2**

Градуировочный график должен распространяться на длины волн от 400 до 700 нм, т. е. на всю видимую часть спектра.

Как сказано ранее, показатель преломления имеет различное значение для различных длин волн; дисперсия прибора будет также различной для разных участков спектра.

В данной работе определяется линейная дисперсия для следующих участков спектра: 400, 450, 500, 550, 600, 650 и 700 нм.

1. Для этого величины  $\beta$  и  $l$  вычисляются по формулам (1) и (2). Величина  $\delta\lambda$  во всех случаях берется по указанию преподавателя, соответствующее значение  $\delta\varphi$  берется по градуировочному графику.

При этом следует учесть указанную выше цену деления барабана:  $2^\circ$  по барабану соответствует  $20''$  поворота призмы.

Для вычисления линейной дисперсии необходимо значение угловой дисперсии перевести в радианы на сантиметры и умножить на фокусное расстояние зрительной трубы  $f'$ .

2. По полученным данным строится график зависимости линейной дисперсии от длины волны.

3. Определить возможные источники погрешностей.

**Л и т е р а т у р а:** [15; 18; 22, т. 3].

## **72 ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОКАЗАТЕЛЯ ПРЕЛОМЛЕНИЯ И СРЕДНЕЙ ДИСПЕРСИИ ВЕЩЕСТВА**

**Ц е л ь р а б о т ы:** *определение показателя преломления и средней дисперсии жидкостей и твердых тел методом полного внутреннего отражения на рефрактометре ИРФ-22.*

При прохождении света через границу раздела двух прозрачных, однородных, изотропных сред направление преломленного луча определяется законом преломления, согласно которому *преломленный луч лежит в одной плоскости с падающим лучом и нормалью к границе раздела сред, восстановленной в точке падения* (рис. 225, а). Отношение синуса угла падения  $\epsilon$  к синусу угла пре-

ломления  $\epsilon'$  есть величина постоянная для данных двух сред;

$$\sin \epsilon / \sin \epsilon' = n_2 / n_1 = n_{12}, \quad (1)$$

где  $n_1$  и  $n_2$  — абсолютные показатели преломления соответственно первой и второй среды,  $n_{12}$  — относительный показатель преломления второй среды относительно первой.

Пусть свет идет из оптически более плотной среды в менее плотную ( $n_1 > n_2$ ), тогда  $\epsilon < \epsilon'$  (рис. 225, а). Если увеличивать угол  $\epsilon$ , то угол  $\epsilon'$  достигнет  $90^\circ$  раньше, чем угол  $\epsilon$ . При этом прохождение света во вторую среду прекращается

и весь свет будет только отражаться в первую среду. Это явление называется *полным внутренним отражением*, а угол падения, при котором начинается полное внутреннее отражение, называется *предельным углом* (полного внутреннего отражения) и обозначается  $\epsilon_{\text{пред}}$ . Учитывая (1), получим

$$\sin \epsilon_{\text{пред}} = n_{12}. \quad (2)$$

При преломлении сложного, немонохроматического света происходит его разложение на составные цвета в

спектр. Это явление обусловлено зависимостью показателя преломления вещества от частоты (длины волны) света и называется *дисперсией света*.

Преломляющую способность среды характеризуют обычно значением показателя преломления для  $\lambda = 589,3$  нм (среднее значение длин волн двух близких желтых линий в спектре паров натрия), обозначая его символом  $n_D$ .

Мерой дисперсии служит *средняя дисперсия*, определяемая как разность ( $n_F - n_C$ ), где  $n_F$  относится к  $\lambda = 486,1$  нм (голубая линия в спектре водорода), а  $n_C$  — к  $\lambda = 656,3$  нм (красная линия в спектре водорода).

Преломление вещества также характеризуют величиной *относительной дисперсии*:

$$1/v = (n_F - n_C) / (n_D - 1). \quad (3)$$

В каталогах обычно фигурирует величина, обратная относительной дисперсии, т. е.

$$v = (n_D - 1) / (n_F - n_C), \quad (4)$$

где  $v$  — *коэффициент дисперсии*, или *число Аббе*.

## ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

**ПРИБОРЫ и ПРИНАДЛЕЖНОСТИ:** рефрактометр ИРФ-22, исследуемая жидкость (вода, глицерин, масло) и прозрачные твердые тела в виде пластин, стеклянная палочка для нанесения капли жидкости, салфетки для протирания поверхностей призм.

Рефрактометр ИРФ-22 является контрольно-измерительным прибором, предназначенным для непосредственного измерения показателей преломления жидких и твердых тел, а также для определения средней дисперсии этих тел в лабораторных условиях.

Принцип действия прибора ИРФ-22 основан на явлении полного внутреннего отражения света при его прохождении через границу двух сред с разными показателями преломления.

Согласно принципиальной схеме (рис. 226), исследуемая жидкость помещается между двумя гипотенузными гранями призм 1 и 2. Призма 2 с хорошо отполированной гранью АВ является изме-



рительной, а призма 1 с матовой гранью  $A_1B_1$  — осветительной. Лучи от источника света падают на грань  $A_1C_1$ , преломляются, попадают на матовую поверхность  $A_1B_1$  и рассеиваются этой поверхностью; далее они проходят слой исследуемой жидкости и попадают на поверхность  $AB$  призмы 2.

Так как на приборе исследуются жидкости с показателем преломления  $n_{ж}$ , меньшим показателя преломления  $n_{п}$  призмы 2, то лучи всех направлений, преломившиеся на границе жидкости и стекла, войдут в призму.

По закону преломления,  $\sin \epsilon_{п} / \sin \epsilon_{ж} = n_{ж} / n_{п}$ , где  $\epsilon_{п}$  и  $\epsilon_{ж}$  — углы преломления лучей в призме и в жидкости.

С увеличением угла  $\epsilon_{ж}$  угол  $\epsilon_{п}$  также увеличивается и достигает максимального значения, когда  $\epsilon_{ж} = 90^\circ$ , т. е. когда луч в жидкости скользит по поверхности  $AB$ . Следовательно,

$$\sin \epsilon_{пред} = n_{ж} / n_{п}.$$

Таким образом, выходящие из призмы 2 лучи ограничены определенным углом  $\epsilon_{п} = \epsilon_{пред}$ . Лучи, идущие из жидкости в призму 2 под большими углами, претерпевают полное внутреннее отражение на границе раздела  $AB$  и не проходят через призму. Очевидно, часть призмы, соответствующая непрошедшим лучам, будет затемненной.

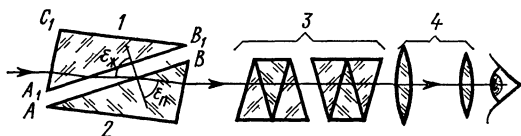


Рис. 226

В зрительную трубу 4, расположенную на пути выходящих из призмы лучей, можно наблюдать разделение поля зрения на светлую и темную части. Поворотом системы призм 1—2 совмещают границу раздела светлого и темного поля с крестом нитей окуляра зрительной трубы. Система призм 1—2 связана со шкалой, отградуированной в значениях показателей преломления. Шкала расположена в левой части поля зрения трубы и при совмещении раздела поля зрения с крестом нитей дает соответствующее значение показателя преломления жидкости  $n_{ж}$ .

Вследствие явления дисперсии в белом свете граница раздела будет окрашенной. Для устранения окрашенности, а также для определения средней дисперсии исследуемого вещества служит компенсатор 3, состоящий из двух систем склеенных призм прямого зрения (призм Амичи). Призмы можно вращать одновременно в разные стороны, меняя тем самым собственную дисперсию компенсатора и устраняя цветную кайму границы раздела поля зрения, наблюдаемого через оптическую систему 4. С компенсатором связан барабан со шкалой, по которой определяют параметр дисперсии (число  $z$ ), позволяющий рассчитать среднюю дисперсию вещества.

Для определения показателя преломления прозрачного твердого тела необходимо иметь образец такого тела (например, стекла) в виде

пластины размером порядка  $1 \times 10 \times 20$  мм, которую помещают между призмами 1—2 вместо жидкости.

Пределы определяемых показателей преломления на рефрактометре ИРФ-22 равны 1,3—1,7.

К работе прилагаются описание прибора ИРФ-22 и инструкция по пользованию им, таблицы для определения средней дисперсии.

**Задание. Измерение показателей преломления и определение средней дисперсии воды, глицерина и стеклянных пластин**

1. Ознакомиться с описанием прибора и инструкцией по пользованию.

2. Произвести настройку прибора так, чтобы свет от источника (лампы накаливания) поступал в осветительную призму и равномерно освещал поле зрения.

3. Открыть измерительную призму. Стеклой палочкой нанести на ее поверхность несколько капель воды и осторожно закрыть призму. Зазор между призмами должен быть равномерно заполнен тонким слоем воды.

4. Пользуясь установочными винтами прибора, устранить окрашенность поля зрения и получить резкую границу света и тени. Совместить ее с отсчетным крестом окуляра прибора. Определить показатель преломления воды по шкале окуляра с точностью до тысячных долей.

5. Определить параметр дисперсии — число  $z$  воды, учитывая, что при повороте барабана на  $180^\circ$  дисперсия компенсатора пройдет все значения от нуля до двойного значения дисперсии одной призмы. Следовательно, если устранить окрашенность границы раздела и вращать призмы компенсатора в ту же сторону до противоположного, но равного значения отсчета по барабану, то граница раздела вторично окажется бесцветной.

При измерении следует производить не менее пяти отсчетов с двух сторон барабана (путем поворота его на  $180^\circ$ ) и найти среднее арифметическое значение  $z$ .

6. Пользуясь прилагаемыми таблицами и указаниями к таблицам, определить величину средней дисперсии.

7. Сравнить полученные результаты со справочными данными для воды. Если расхождения в значениях показателя преломления не превышают  $\pm 0,001$ , то измерения выполнены правильно.

8. Определить показатель преломления и среднюю дисперсию глицерина и стеклянных пластин, выполняя указания п. 3—6.

**Примечание** При замене объекта измерения следует тщательно протирать рабочие грани призм 1 и 2.

9. Оценить возможные источники погрешностей.

**Л и т е р а т у р а:** [22, т. 3].

## 73 ИЗУЧЕНИЕ ВНЕШНЕГО ФОТОЭФФЕКТА

**Ц е л ь р а б о т ы:** изучение вольт-амперных и световых характеристик газонаполненных фотоэлементов.

*Внешним фотоэффектом* называется испускание электронов веществом под действием света. Энергетический баланс при фотоэффекте выражается у р а в н е н и е м Э й н ш т е й н а

$$h\nu = A + \frac{mv_{\text{макс}}^2}{2}, \quad (1)$$

где  $h\nu$  — энергия светового кванта, переданная электрону,  $A$  — работа выхода электрона за пределы вещества,  $mv_{\text{макс}}^2/2$  — максимальная кинетическая энергия освободившегося электрона.

Уравнение (1) дает теоретическое обоснование законов фотоэффекта, экспериментально установленных еще Столетовым (1883—1889):

(1) *максимальная скорость фотоэлектронов определяется частотой света и не зависит от его интенсивности;*

(2) *фототок насыщения пропорционален световому потоку;*

(3) *для каждой поверхности существует минимальная частота  $\nu_0$  (так называемая красная граница фотоэффекта), при которой еще возможен внешний фотоэффект:*

$$\nu_0 = A/h. \quad (2)$$

При  $\nu < \nu_0$  фотоэффект отсутствует.

Внешний фотоэффект находит широкое практическое применение. Приборы, действие которых основано на явлении фотоэлектрического эффекта, называются *фотоэлементами*. Простейший тип вакуумного фотоэлемента представлен на рис. 227. Это откачанный стеклянный баллон, одна половина которого покрыта изнутри металлом, играющим роль фотокатода  $K$ . Анод  $A$  обычно выполняется в виде кольца. Между анодом и катодом с помощью батареи  $B$  создается разность потенциалов. При неосвещенном катоде ток в цепи фотоэлемента отсутствует. Чувствительность вакуумных фотоэлементов не превышает 150 мкА/лм (световой поток в 1 лм вызывает фототок в 150 мкА).

Очень важным для практики свойством вакуумных фотоэлементов является их практическая безынерционность. Время между началом освещения и моментом появления фототока в них не превышает  $10^{-9}$  с.

Газонаполненный фотоэлемент по своему внешнему виду, устройству и схеме включения не отличается от вакуумного фотоэлемента. Различие заключается в том, что его стеклянный баллон содержит инертный газ (обычно аргон или неон), давление которого лежит в пределах от 1 до 0,05 мм рт. ст. Ионизация молекул газа электронами, летящими с катода, приводит к увеличению тока, текущего в цепи фотоэлемента. *Коэффициентом усиления* называется величина  $k = I/I_{\text{ф}}$ , где  $I$  — ток, проходящий через фотоэлемент,  $I_{\text{ф}}$  — ток, обусловленный только электронами, вырванными светом с катода. Величина коэффициента усиления является функцией разности потенциалов, геометрических параметров фотоэлемента, давления и природы газа в нем. Одной из основных характеристик фотоэлемента является *вольт-амперная характеристика*, т. е. зависимость тока  $I$  от  $U$  — напряжения между анодом и катодом. Вольт-амперная характеристика газонаполненного фотоэлемента приведена на рис. 228 (кривая 1). Вольт-амперная характеристика этого же фотоэлемента до заполнения его газом (т. е. вакуум-

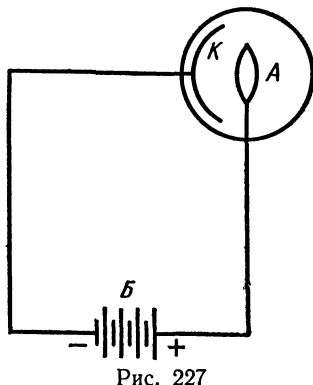


Рис. 227

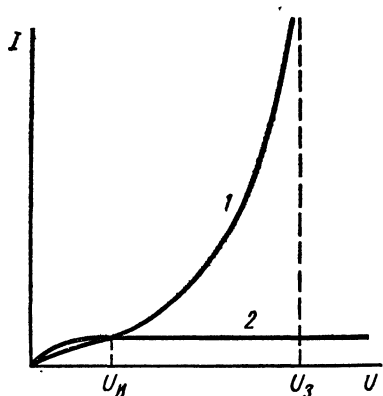


Рис. 228

ного фотоэлемента) приведена на этом же рисунке (кривая 2) для сравнения. Пока напряжение  $U$  не превышает потенциала ионизации  $U_{и}$  наполняющего газа (для аргона, например,  $U_{и} = 15,1$  В), ток в цепи газонаполненного фотоэлемента несколько меньше, чем в цепи вакуумного, из-за рассеяния электронов на молекулах наполняющего газа. При  $U > U_{и}$  ток быстро возрастает.

Рабочее напряжение газонаполненного фотоэлемента должно быть меньше потенциала зажигания  $U_з$ , при котором начинается самостоятельный разряд, так как интенсивная ионная бомбардировка фотокада приводит к его разрушению.

Применение газонаполненных фотоэлементов ограничено рядом недостатков, одним из которых является нелинейность их световых характеристик при работе с нагрузочным сопротивлением, т. е. нели-

нейность зависимости тока от освещенности при постоянной величине напряжения, приложенного между анодом и катодом.

## ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

**ПРИБОРЫ и ПРИНАДЛЕЖНОСТИ:** газонаполненный фотоэлемент, источник постоянного тока, микроамперметр, вольтметр, сопротивления, источник света.

Функциональная схема представлена на рис. 229. Для ограничения фототока служит сопротивление  $r_2$ . При помощи переменного сопротивления  $r_1$  изменяется напряжение на электродах фотоэлемента. Освещение фотоэлемента осуществляется лампой накаливания.

### Задание 1. Снятие вольт-амперных характеристик газонаполненного фотоэлемента

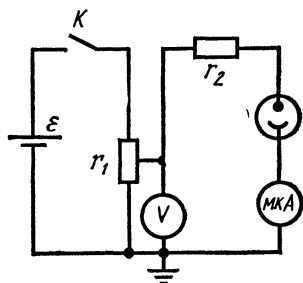


Рис. 229

1. Собрать электрическую схему, представленную на рис. 229.

2. Включить источник света. Изменяя напряжение  $U$  между анодом и катодом фотоэлемента и оставляя неизменной его освещенность  $E$  (т. е. световой поток  $\Phi = ES$ , где  $S$  — постоянная площадь приемной части фотоэлемента), измерить значения силы тока. Результаты измерений представить в виде таблицы.

3. Повторить п. 2 для различных освещенностей  $E$  (для различных расстояний  $l$  между фотоэлементом и источником света).

4. Построить семейство вольт-амперных характеристик  $I = f(U)_E$  для различных освещенностей  $E$ .

## Задание 2. Снятие световой характеристики газонаполненного фотоэлемента

1. При постоянном значении напряжения  $U$  для различных освещенностей  $E = I_{\text{св}}/l^2$  (где  $I_{\text{св}}$  — сила света) снять значения токов. Результаты измерений представить в виде таблицы.

2. Построить график зависимости силы тока от освещенности  $I = f(E)_U$ .

Л и т е р а т у р а: [22, т. 3].

## 74 ИЗУЧЕНИЕ ФОТОСОПРОТИВЛЕНИЯ

**Ц е л ь р а б о т ы:** изучение вольт-амперных и световых характеристик фотосопротивления, вычисление его удельной чувствительности, определение кратности изменения сопротивления.

Полупроводниковые фотоэлементы, принцип действия которых основан на явлении внутреннего фотоэффекта, называются *фотосопротивлениями* (ФС).

*Внутренний фотоэффект* состоит в переходе электронов за счет энергии поглощенных световых квантов из валентной зоны в зону проводимости. В случае примесных полупроводников электроны могут переходить из валентной зоны на уровни примеси или с примесных уровней в зону проводимости. В результате этих переходов число носителей тока (электронов и дырок), а следовательно, и проводимость освещенного полупроводника растут.

Чувствительность ФС значительно больше, чем у фотоэлементов, в которых используется внешний фотоэффект. ФС широко используются для сигнализации и автоматизации, а также для обнаружения и измерения светового излучения.

К числу основных характеристик ФС относятся вольт-амперные, световые, спектральные, частотные характеристики.

Вольт-амперная характеристика выражает зависимость фототока  $I_{\text{ф}}$  (при постоянном световом потоке  $\Phi$ ) или темнового тока  $I_{\text{т}}$  от приложенного напряжения  $U$ . Для большинства ФС в рабочем режиме эта зависимость практически линейна. Под фототоком понимают разность между световым  $I_{\text{с}}$  и темновым  $I_{\text{т}}$  током:

$$I_{\text{ф}} = I_{\text{с}} - I_{\text{т}}.$$

Световая характеристика выражает зависимость фототока от падающего на ФС светового потока постоянного спектрального состава при постоянном приложенном напряжении. Световые характеристики ФС нелинейны.

Спектральная характеристика выражает зависимость чувствительности ФС от длины световой волны при постоянной величине светового потока и при постоянном приложенном напряжении.

Частотная характеристика выражает зависимость чувствительности ФС от частоты прерываний светового потока при постоянном приложенном напряжении и постоянном световом потоке.

К наиболее важным параметрам ФС относятся *чувствительность* удельная, интегральная, спектральная, темновое сопротивление, кратность изменения сопротивления.

При определении чувствительности ФС необходимо учитывать зависимость фототока от спектрального состава и величины падающего светового потока, а также от величины приложенного напряжения.

Удельная чувствительность  $K$  — отношение фототока к произведению падающего светового потока  $\Phi$ , излучаемого источником света с цветовой температурой 2850 К (ГОСТ 10675—63) и создающего освещенность 200 лк,

на приложенное к ФС напряжение  $U$ :

$$K = \frac{I_{\Phi}}{\Phi U} = \frac{I_{\Phi}}{E S U}, \quad (1)$$

где  $E$  — освещенность ФС,  $S$  — площадь приемной части ФС.

Интегральная чувствительность  $\gamma$  — произведение удельной чувствительности на предельное рабочее напряжение:

$$\gamma = K U. \quad (2)$$

Спектральная чувствительность характеризует силу тока, возникающую под действием излучения в узком интервале длин волн. Спектральную чувствительность ФС отражают спектральные характеристики (на рис. 230 приведены зависимости силы тока в относительных единицах от длины падающей световой волны для фотосопротивлений, сделанных из различных материалов).

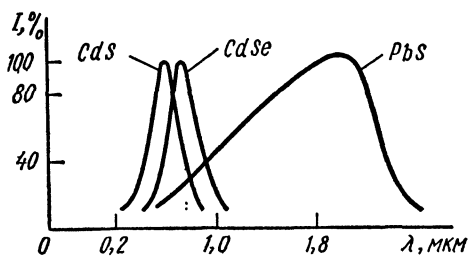


Рис. 230

Темновое сопротивление  $r_T$  — сопротивление ФС при  $20^\circ \text{C}$  через 30 с после снятия освещенности 200 лк.

Кратность изменения сопротивления

$r_T/r_c$  — отношение темнового сопротивления ФС к сопротивлению при освещенности 200 лк от источника с цветовой температурой 2850 К.

Рабочее напряжение — напряжение, при котором ФС может быть использовано в течение указанного срока службы без изменения его параметров свыше определенных допустимых значений.

К наиболее распространенным типам ФС относятся ФС-А1, ФС-А4 из сернистого свинца, ФС-Б2 из сернистого висмута, ФС-К1, ФС-К2, ФС-М1, ФС-М2 из сернистого кадмия. Буква М добавляется в том случае, если ФС выполнено из монокристалла.

## ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

**ПРИБОРЫ и ПРИНАДЛЕЖНОСТИ:** фотосопротивление, источник света, источник тока, реостат, вольтметр, микроамперметр, ключ.

Фотосопротивление (рис. 231) представляет собой обычное омическое сопротивление, состоящее из слоя полупроводника 2, нанесенного на изолирующую подкладку 1 и заключенного между двумя токопроводящими электродами 3. Приемная площадь ФС обычно защищается пленкой прозрачного лака и выполняется в виде квадрата, прямоугольника или круга. В монокристаллических ФС слой полупроводника заменен монокристаллом.

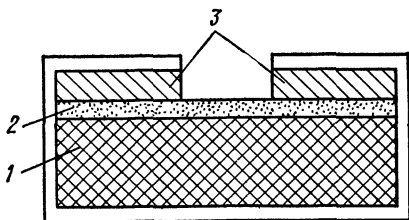


Рис. 231

## Задание 1. Снятие вольт-амперных и световых характеристик фотосопротивления

1. Собрать электрическую схему, представленную на рис. 232.  
2. Снять темновую вольт-амперную характеристику ФС, для чего, не включая источника света, изменять напряжение, подаваемое на ФС, при этом фиксировать значения силы тока  $I_1$ . Результаты записать в таблицу.

3. Включить источник света. При неизменной освещенности (расстояние  $l$  фотозлемента от источника света постоянно), изменяя напряжение, подаваемое на ФС, снимать значение силы тока  $I_c$  освещенного фотосопротивления. Результаты записать в таблицу.

4. Построить графики зависимости темнового тока и фототока от напряжения:

$$I_T = f(U)_E; \quad I_\Phi = f(U)_E.$$

5. При постоянном напряжении  $U$  для различных освещенностей  $E = I_{св}/l^2$  (где  $I_{св}$  — сила света) измерить значения токов. Результаты измерений представить в виде таблицы.

6. Построить график зависимости фототока от освещенности:  $I_\Phi = f(E)_U$ .

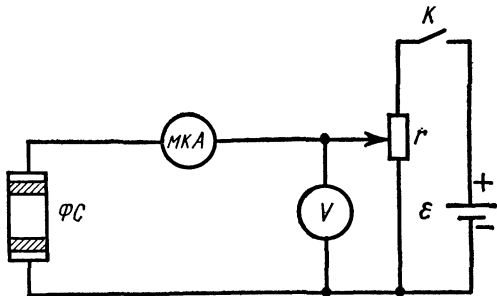


Рис. 232

## Задание 2. Определение удельной чувствительности фотосопротивления и кратности его сопротивления

1. При одном и том же напряжении  $U$ , подаваемом на ФС, измерить световой ток  $I_c$  при освещенности  $E = 200$  лк и темновой ток  $I_T$  через 30 с после снятия освещенности 200 лк.

2. Рассчитать кратность изменения сопротивления по формуле  $r_i/r_c = I_c/I_T$ .

3. Рассчитать удельную чувствительность ФС по формуле (1).

Л и т е р а т у р а: [22, т. 3].

## 75 ИЗУЧЕНИЕ ВЕНТИЛЬНОГО ФОТОЭФФЕКТА

**Ц е л ь р а б о т ы:** ознакомление с вентильным фотоэффектом, исследование вольт-амперных характеристик вентильного фотозлемента.

*Вентильный фотоэффект* заключается в возникновении фото-э. д. с. в вентильном, т. е. выпрямляющем, контакте при его освещении. Наибольшее практи-

ческое применение имеет вентильный фотоэффект, наблюдаемый в  $p$ - $n$ -переходе. Такой переход происходит обычно во внутренней области кристаллического полу-

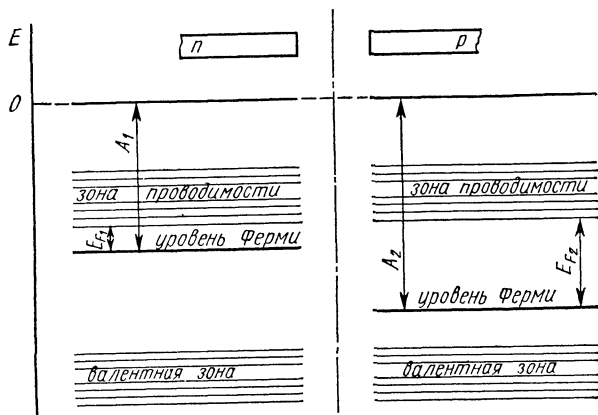


Рис. 233

проводника, где меняются тип легирующей примеси (с акцепторной на донорную) и связанный с этим тип проводимости (с дырочной на электронную).

Если контакт между полупроводниками  $p$ - и  $n$ -типа отсутствует, то уровни Ферми на их энергетических схемах (рис. 233) расположены на разной высоте,

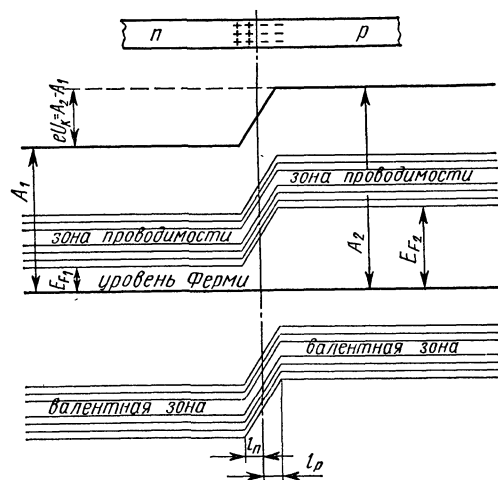


Рис. 234

причем в полупроводнике  $p$ -типа ближе к валентной зоне, в полупроводнике  $n$ -типа ближе к зоне проводимости (работа выхода из  $p$ -полупроводника  $A_2$  всегда превышает работу выхода из  $n$ -полупроводника  $A_1$ ).

При возникновении контакта (рис. 234) происходит обмен носителями тока, в результате которого уровни Ферми выравниваются. В приконтактной области образуется так называемый запирающий слой толщиной  $l_p + l_n$ , обедненный основными носителями тока: электронами со стороны электронного полупроводника, дырками со стороны дырочного полупроводника. Ионы примесей этого слоя создают положительный объемный заряд в  $n$ -области и отрицательный — в  $p$ -области. Между  $p$ - и  $n$ -областями возникает контактная разность потенциалов

$U_k = (A_2 - A_1)/e$ , препятствующая движению основных носителей.

Если в отсутствие освещения замкнуть наружные концы двух областей  $p$ - $n$ -перехода, то тока в цепи не будет. Это означает, что в состоянии равновесия суммарный ток, созданный движением основных и неосновных носителей через контактный переход, равен нулю.

Подключение к контакту внешнего напряжения прямой полярности  $+U$  (плюс со стороны  $p$ -полупроводника, минус со стороны  $n$ -полупроводника) приводит к уменьшению потенциального барьера запирающего слоя. Число основ-



ных носителей, способных проникнуть через  $p$ - $n$ -переход, растет, поток неосновных носителей при этом не изменяется. Через контакт идет ток в прямом направлении.

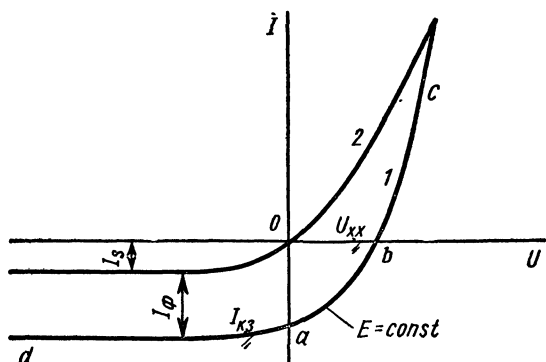


Рис. 325

Внешнее поле обратной полярности складывается с внутренним полем запирающего слоя. При этом для тока диффузий основных носителей возникает большее сопротивление. Через контакт идет ток обратного направления. При некоторой величине обратного напряжения переход основных носителей через контакт прекращается. Обратный ток, создаваемый теперь только неосновными носителями, достигает своего насыщения.

Вольт-амперная характеристика неосвещенного  $p$ - $n$ -перехода представлена на рис. 235 (кривая 2). Она может быть описана следующим выражением:

$$I = I_s (e^{\pm eU/(kT)} - 1), \quad (1)$$

где  $I_s$  — ток насыщения неосвещенного  $p$ - $n$ -перехода,  $k$  — постоянная Больцмана,  $e$  — заряд электрона,  $T$  — абсолютная температура, знак « $\pm$ » относится соответственно к прямому и обратному направлению внешнего поля,  $U$  — напряжение внешнего поля.

Пусть теперь на полупроводник вблизи вентильного контакта падает свет. Концентрация электронно-дырочных пар, возникающих в результате внутреннего фотоэффекта, уменьшается по мере удаления от освещенной поверхности. В результате диффузии электроны и дырки перемещаются к контактному переходу, где происходит их разделение: основные носители области задерживаются контактным полем, неосновные — ускоряются и свободно проходят через  $p$ - $n$ -переход, образуя фототок  $I_{\phi}$ , текущий в обратном направлении.

Если цепь разомкнута, то на границах  $p$ - $n$ -перехода накапливается объемный заряд, препятствующий движению неосновных носителей. Возникает фото-э. д. с.  $U_{\phi}$ , полярность которой обратна полярности контактной разности потенциалов. Потенциальный барьер запирающего слоя уменьшается (рис. 236). Это в свою

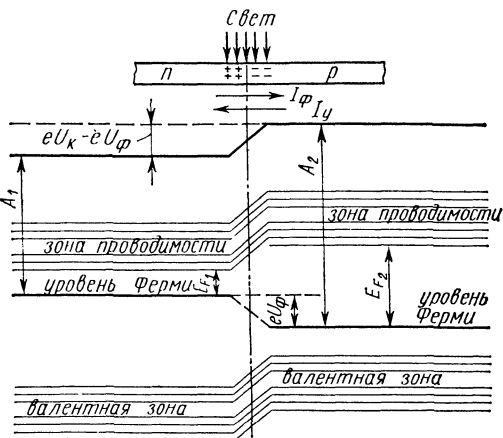


Рис. 236

очередь вызывает появление так называемого *тока утечки*  $I_y$ , текущего в прямом направлении. Величина фото-э. д. с. растет до тех пор, пока возрастающий ток основных носителей не компенсирует фототок.

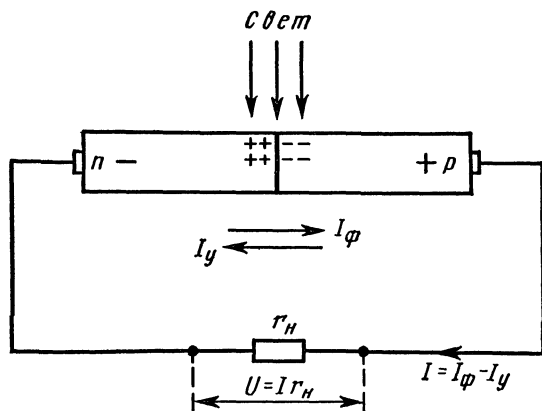


Рис. 237

Замкнем  $p$ - $n$ -переход на нагрузочное сопротивление  $r_H$  (рис. 237). По цепи потечет ток  $I$ , который можно представить как сумму двух токов:

$$I = I_\phi - I_y. \quad (2)$$

Ток утечки  $I_y$  рассчитывается по формуле (1) для неосвещенного  $p$ - $n$ -перехода, когда к нему приложено внешнее напряжение  $U_H = I r_H$  в прямом направлении:

$$I_y = I_s (e^{eU_H/(kT)} - 1).$$

В режиме короткого замыкания ( $r_H = 0$ ) будет  $U_H = 0$ ,  $I_y = 0$ , ток  $I_{к.з}$  внешней цепи равен фототок, который в свою очередь пропорционален световому потоку  $\Phi$ :

$$I_{к.з} = I_\phi; \quad I_\phi \propto \Phi. \quad (3)$$

В режиме холостого хода цепь разомкнута ( $r_H = \infty$ ), напряжение холостого хода  $U_{х.х} = U_\phi$ ,  $I = 0$ ,  $I_\phi = I_y$ . Из формулы (1) получаем

$$I_\phi = I_s (e^{eU_\phi/(kT)} - 1), \quad (4)$$

откуда следует, что

$$U_\phi = U_{х.х} = \frac{kT}{e} \ln \left( 1 + \frac{I_\phi}{I_s} \right). \quad (5)$$

Таким образом, вентильные фотоэлементы позволяют осуществить непосредственное превращение лучистой энергии в электрическую, поэтому их также называют *фотогальваническими элементами*.

Вольт-амперная характеристика освещенного  $p$ - $n$ -перехода представлена на рис. 235 (кривая 1). Отрезок  $Oa$  ( $U = 0$ ) соответствует току короткого замыкания ( $r_H = 0$ ), отрезок  $Ob$  ( $I = 0$ ) — величине напряжения холостого хода.

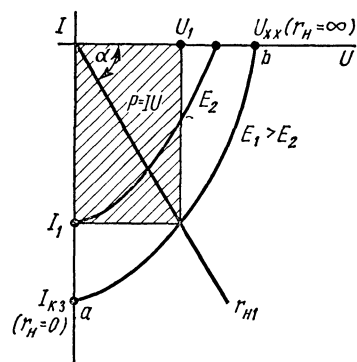


Рис. 238

го хода ( $r_H = \infty$ ). При изменении внешней нагрузки от 0 до  $\infty$  получаем участок  $ab$ , который и представляет собой собственно вольт-амперную характеристику

*p-n*-перехода в фотогальваническом режиме при постоянном световом потоке (постоянной освещенности  $E$ ). Участок  $bc$  характеризует работу фотоэлемента при подаче на *p-n*-переход прямого внешнего напряжения, участок  $ad$  — обратного внешнего напряжения (фотодиодный режим работы).

При изменении светового потока, а следовательно, и освещенности вольт-амперные характеристики смещаются, форма их изменяется. Семейство вольт-амперных характеристик вентильного фотоэлемента в фотогальваническом режиме при различных освещенностях представлено на рис. 238. Прямые, проведенные из начала координат под углом  $\alpha$ , определяемым величиной сопротивления нагрузки ( $\operatorname{ctg} \alpha = r_n$ ), пересекают характеристику в точках, абсциссы которых дают падение напряжения на нагрузке, а ординаты — ток во внешней цепи, например  $U_1 = I_1 r_{н1}$ . Площадь, заштрихованная на рисунке, пропорциональна мощности  $P_1$ , выделяемой на нагрузке  $r_{н1}$ :

$$P_1 = U_1 I_1 = I_1^2 r_{н1}. \quad (6)$$

Оптимальное сопротивление нагрузки  $r_{н. \text{ опт}}$  выбирается так, чтобы эта мощность была максимальной.

Коэффициент полезного действия фотогальванического элемента  $\eta$  определяется соотношением

$$\eta = \frac{P}{\Phi} \cdot \Psi = \frac{P}{ES} \cdot \Psi, \quad (7)$$

где  $\Psi$  — так называемая световая отдача, которая для волны длиной  $\lambda = 555$  нм равна 683 лм/Вт,  $S$  — площадь приемной части фотоэлемента.

## ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

ПРИБОРЫ и ПРИНАДЛЕЖНОСТИ: источник света 1, кремниевый вентильный фотоэлемент 2 (солнечный элемент), магазин сопротивлений 3, милливольтметр, миллиамперметр (рис. 239).

Кремниевый вентильный фотоэлемент (рис. 240) представляет собой пластинку 1 кремния *n*-типа, вырезанную из монокристалла, на поверхности которой путем прогрева при температуре  $\sim 1200^\circ \text{C}$  в парах  $\text{VCl}_3$  сформирована тонкая пленка 2 кремния *p*-типа. Контакт внешней цепи с *p*-областью осуществляется через металлическую полоску 3,

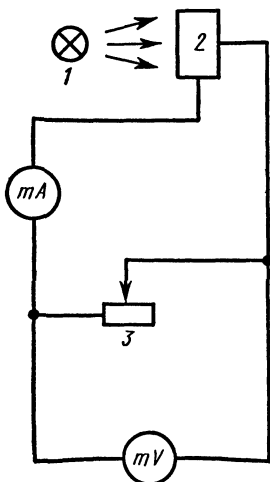


Рис. 239

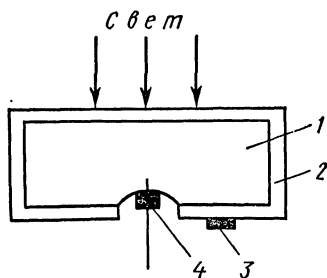


Рис. 240

напыленную на ее поверхности. Для создания контакта 4 с *n*-областью часть наружной пленки сошлифовывается.

### **Задание 1. Снятие вольт-амперных характеристик кремниевого вентильного фотоэлемента**

1. Собрать схему, представленную на рис. 239.
2. Изменяя сопротивление  $r_{\text{н}}$  от 0 до  $\infty$ , при постоянной освещенности снять значения напряжения и тока.
3. Повторить п. 2 для пяти различных освещенностей. (Различные освещенности получаются путем изменения расстояния  $l$  фотоэлемента до источника света и рассчитываются по формуле  $E = I_{\text{св}}/l^2$ , где  $I_{\text{св}}$  — сила света источника.)
4. Построить семейство вольт-амперных характеристик.

### **Задание 2. Исследование вольт-амперных характеристик вентильного фотоэлемента**

1. Для каждой освещенности из соответствующей вольт-амперной характеристики определить максимальную мощность фототока  $P_{\text{макс}}$  и для этого случая по формуле (7) рассчитать к. п. д. фотоэлемента.
2. Зная  $P_{\text{макс}}$  для всех освещенностей, рассчитать по формуле (6) оптимальные нагрузочные сопротивления  $r_{\text{н, опт}}$ . Построить график  $r_{\text{н, опт}} = f(E)$  для данного вентильного фотоэлемента.
3. Построить графики  $I_{\text{к, з}} = f(E)$ ;  $U_{\text{х, х}} = f(E)$ .

**Л и т е р а т у р а:** [22, т. 3].

# ЧАСТЬ VI

## АТОМНАЯ ФИЗИКА

76. Изучение водородного спектра  
77. Определение удельного заряда электрона

78. Определение постоянной Планка  
79. Определение критического потенциала атома

### 76 ИЗУЧЕНИЕ ВОДОРОДНОГО СПЕКТРА

**Ц е л ь р а б о т ы:** *исследование видимой части спектра атома водорода и определение постоянной Ридберга.*

*Спектр излучения* представляет собой важную характеристику вещества, которая позволяет установить его состав, некоторые характеристики его строения, свойства атомов и молекул.

Атомы газа испускают линейчатые спектры, состоящие из групп отдельных спектральных линий, называемых *спектральными сериями*. Наиболее простой спектр имеет атом водорода. Длины волн его спектральных линий определяются по формуле Бальмера — Ридберга:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left( \frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right), \quad (1)$$

где  $\lambda$  — длина волны спектральной линии;  $R$  — *постоянная Ридберга*;  $n_1$  — номер энергетического уровня атома, на который совершается переход электрона после излучения;  $n_2$  — номер уровня, с которого переходит электрон при излучении атомом электромагнитной энергии.

Каждой серии спектра атома водорода соответствует свое определенное значение  $n_1$ . Значения  $n_2$  представляют собой последовательный ряд целых чисел от  $n_1 + 1$  до  $+\infty$ .

Согласно формуле (1), спектр испускания водорода можно представить в виде следующих серий.

*Серия Лаймана* ( $n_1 = 1$ ) — ультрафиолетовая часть спектра:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left( \frac{1}{1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right).$$

*Серия Бальмера* ( $n_1 = 2$ ) — видимая часть спектра:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{n_2^2} \right).$$

*Серия Пашена* ( $n_1 = 3$ ) — инфракрасная часть спектра:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left( \frac{1}{3^2} - \frac{1}{n_2^2} \right).$$

*Серия Брэкета* ( $n_1 = 4$ ) — инфракрасная часть спектра:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left( \frac{1}{4^2} - \frac{1}{n_2^2} \right).$$

*Серия Пфунда* ( $n_1 = 5$ ) — инфракрасная часть спектра:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left( \frac{1}{5^2} - \frac{1}{n_2^2} \right).$$

В данной работе изучаются четыре первые линии серии Бальмера. Эти линии имеют следующие обозначения:

|            |                 |                |
|------------|-----------------|----------------|
| $H_\alpha$ | — красная линия | ( $n_2 = 3$ ), |
| $H_\beta$  | — сине-голубая  | ( $n_2 = 4$ ), |
| $H_\gamma$ | — голубая       | ( $n_2 = 5$ ), |
| $H_\delta$ | — фиолетовая    | ( $n_2 = 6$ ). |

## ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

**ПРИБОРЫ и ПРИНАДЛЕЖНОСТИ:** монохроматор, газоразрядная трубка с гелием, газоразрядная трубка с водородом, катушка Румкорфа, блок питания (понижающий трансформатор).

Наблюдение спектральных линий и измерение длин волн производится на монохроматоре со стеклянной оптикой. Принципиальная схема прибора, его устройство и правила пользования даны в лабораторной работе 71.

### *Задание 1. Градуировка шкалы монохроматора*

1. Установить газоразрядную трубку с гелием в штатив, расположенный на рельсе прибора. Клеммы трубки присоединить к катушке Румкорфа и замкнуть ее цепь (при этом в трубке должно возникнуть свечение). Передвигая трубку, добиться равномерного освещения щели монохроматора.

2. Установить барабан монохроматора на деление 2450, при этом должна наблюдаться желтая линия спектра. При правильном положении газоразрядной трубки желтая линия должна быть яркой и ровной. Включить лампы, освещающие шкалы и индекс монохроматора (рекомендуется освещать индекс красным светом).

3. Последовательно совмещая с индексом линии гелия от красной до фиолетовой, делать отсчеты по барабану монохроматора. Всего должно быть 11 линий. Затем измерения повторить в обратном порядке — от фиолетовой до красной линии. Вычислить среднее значение отсчета для каждой спектральной линии. Результаты наблюдений и вычислений представить в виде таблицы.

Построить градуировочный график, выражающий показания шкалы барабана в длинах волн (длины волн, соответствующих спектральным линиям гелия, взять из табл. 17, приведенной в приложении).

### *Задание 2. Определение постоянной Ридберга*

1. Заменить трубку с гелием трубкой с водородом. Поступая аналогично указанному выше (п. 1, 3 задания 1), снять отсчеты по барабану прибора для четырех наиболее ярких линий спектра атомарного водорода  $H_\alpha$ ,  $H_\beta$ ,  $H_\gamma$ ,  $H_\delta$  серии Бальмера. Результаты

измерений занести в таблицу. По градуировочному графику определить длины волн линий.

2. По формуле (1) для четырех линий серии Бальмера вычислить четыре значения постоянной Ридберга. Найти среднее значение постоянной, оценить погрешность результата.

Л и т е р а т у р а: [22, т. 3].

## 77 ОПРЕДЕЛЕНИЕ УДЕЛЬНОГО ЗАРЯДА ЭЛЕКТРОНА

**Ц е л ь р а б о т ы:** *ознакомление с методом магнетрона и определение удельного заряда электрона.*

В данной работе для определения отношения заряда электрона к его массе применяется один из простейших методов, основанных на исследовании движения электрона в однородном магнитном поле.

Как известно, на электрон, движущийся в магнитном поле, действует с и л а Л о р е н ц а

$$\mathbf{F} = e\mathbf{v} \times \mathbf{B}, \quad (1)$$

где  $\mathbf{v}$  — скорость электрона,  $e$  — заряд электрона,  $\mathbf{B}$  — индукция магнитного поля.

Если магнитное поле однородно, а векторы  $\mathbf{v}$  и  $\mathbf{B}$  ортогональны, то электрон движется по окружности, радиус  $R$  которой определяется из соотношения

$$e v B = m v^2 / R \quad \text{или} \quad e / m = v / (B R), \quad (2)$$

где  $m$  — масса электрона.

Такие условия движения электронов могут быть получены, если электронную лампу, катод и анод которой изготовлены в виде двух соосных цилиндрических поверхностей, расположить внутри достаточно длинного соленоида параллельно его оси. Движение электронов в этом случае происходит в пространстве, заключенном между катодом  $K$  и анодом  $A$ , а магнитное поле  $\mathbf{B}$  соленоида направлено вдоль оси электродов лампы (рис. 241).

Получаемая в данном случае конфигурация электрического и магнитного полей очень напоминает конфигурацию скрещенных полей в *магнетронах* — генераторах электромагнитных колебаний в области сверхвысоких частот. Отсюда и происходит название метода.

Рассмотрим характер движения электронов в лампе. В отсутствие магнитного поля ( $B = 0$ ) приложенное к лампе анодное напряжение создает радиальное электрическое поле и электроны движутся от катода к аноду по радиальным направлениям.

При наложении магнитного поля ( $0 < B < B_{кр}$ ) на электроны начинает действовать сила Лоренца и их траектории становятся криволинейными. Из формулы (2) следует, что при увеличении индукции  $\mathbf{B}$  магнитного поля радиус кривизны траектории электрона уменьшается.

Увеличивая индукцию магнитного поля  $\mathbf{B}$ , можно достигнуть такого ее значения  $B = B_{кр}$ , начиная с которого электроны не достигают анода (рис. 242).

Радиус кривизны траектории электрона, соответствующий критическому значению индукции, можно определить по формуле

$$R = (a - b) / 2,$$

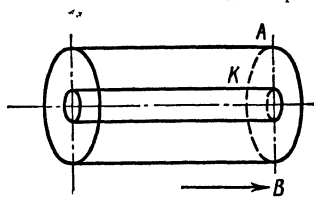


Рис. 241

где  $a$  и  $b$  — соответственно радиусы анода и катода лампы. Учитывая, что  $a \gg b$ , можно с достаточной степенью точности положить

$$R = a/2. \quad (3)$$

Если пренебречь распределением по скоростям вылетающих из катода электронов и положить скорость их вылета равной нулю, то для определения значения  $v$ , которое следует подставить при вычислении  $e/m$  из выражения (2), можно воспользоваться соотношением

$$eU_a = \frac{mv_{\text{макс}}^2}{2}, \quad (4)$$

где  $U_a$  — анодное напряжение лампы,  $v_{\text{макс}}$  — максимальная скорость электрона. Соотношение (4), выражающее равенство кинетической энергии электронов вблизи анода и работы электрического поля, дает, очевидно, лишь приближенное значение для  $v$  в (2).

Можно показать, что  $v = v_{\text{макс}}$  с тем большей точностью, чем лучше выполняется соотношение  $a \gg b$ . Это следует из того, что в рассматриваемом пределе падение потенциала между анодом и катодом происходит в основном вблизи катода, т. е. на малых по сравнению с  $a$  расстояниях от оси.

Учитывая (2), (3) и (4), имеем

$$\frac{e}{m} = \frac{8U_a}{a^2 B_{\text{кр}}^2}. \quad (5)$$

Магнитное поле в достаточно длинном соленоиде можно в первом приближении считать однородным и магнитную индукцию определять по формуле

$$B = \mu_0 \mu n I_c, \quad (6)$$

где  $I_c$  — ток в соленоиде,  $\mu$  положено равным единице,  $n$  — число витков в соленоиде на единицу длины.

Формула (5) позволяет вычислить удельный заряд электрона из условия, что при анодном напряжении  $U_a$  и магнитном поле в соленоиде с индукцией, равной  $B_{\text{кр}}$ , все электроны перестают попадать на анод.

Если бы скорости всех электронов были одинаковы, то с увеличением индукции магнитного поля анодный ток  $I_a$  в лампе изменялся бы так, как это изображено на рис. 243, а пунктирной линией. На самом деле вертикального спада анодного тока наблюдаться не будет, так как электроны, вылетающие с поверхности катода, обладают различными скоростями и зависимость  $I_a = f(B)$  (ее называют сбросовой характеристикой магнетрона), имеет вид сплошной кривой (рис. 243, а).

В работе строят зависимости анодного тока в лампе  $I_a$  от тока в обмотке соленоида  $I_c$  (которому пропорциональна индукция  $B$ ) и приводят графическое дифференцирование полуэмпирической кривой. Затем по максимуму найденной зависимости  $(dI_a/dB)$  от  $B$  определяют ток  $I_{c.\text{кр}}$  в соленоиде, соответствующий  $B_{\text{кр}}$  (рис. 243, б).

## ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

ПРИБОРЫ и ПРИНАДЛЕЖНОСТИ: электронная лампа, соленоид, источники питания, вольтметр, миллиамперметр, амперметр.



Для определения удельного заряда электрона используется двухэлектродная лампа, включенная по схеме, данной на рис. 244, а.

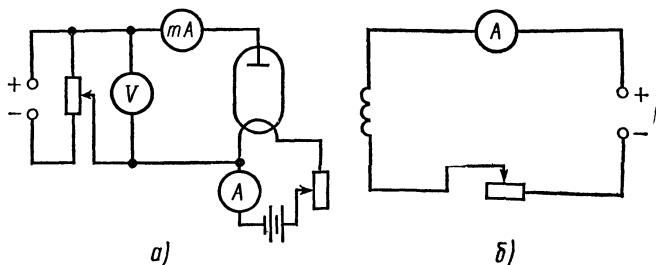


Рис. 244

Лампа помещена в центральную часть соленоида, схема включения которого приведена на рис. 244, б.

**Задание.** Снятие зависимости анодного тока от тока соленоида и расчет значения  $e/m$

1. Собрать анодную и накальную электрические цепи питания двухэлектродной лампы, цепь питания соленоида.

2. Для нескольких значений анодного напряжения  $U_a$  найти зависимость анодного тока  $I_a$  лампы от величины тока  $I_c$  в цепи соленоида.

3. На основании полученных данных построить графики зависимости  $I_a = f(I_c)$  и, проделав графическое дифференцирование, определить критические значения токов в соленоиде  $e/m$ .

4. Пользуясь формулами (5) и (6), подсчитать значения  $e/m$  для электрона и оценить погрешности измерений.

Л и т е р а т у р а: [11; 22, т. 2].

## 78 ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОСТОЯННОЙ ПЛАНКА

**Цель работы:** экспериментальная проверка уравнения Эйнштейна для внешнего фотоэффекта и определение постоянной Планка.

**Фотоэффект** относится к числу физических явлений, в которых проявляются корпускулярные свойства света. В результате взаимодействия с фотонами электроны могут быть выбиты с поверхности вещества. Это явление получило название *внешнего фотоэффекта*. Закон сохранения энергии для рассматриваемого процесса выражается уравнением Эйнштейна

$$h\nu = 1/2mv^2 + A, \quad (1)$$

где  $h$  — постоянная Планка,  $\nu$  — частота света,  $1/2mv^2$  — максимальная кинетическая энергия выбиваемого электрона,  $A$  — работа выхода электрона из ве-

щества (фотокаатода),  $m$  — масса электрона,  $v$  — максимальная скорость фотоэлектрона.

Для исследования внешнего фотоэффекта обычно используют вакуумные фотоэлементы типа СЦВ или ФЭ, спектральная чувствительность которых находится в видимой части спектра.

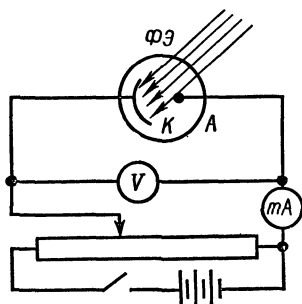


Рис. 245

Схема включения фотоэлемента дана на рис. 245. Фотоэлемент ФЭ состоит из стеклянной колбы, на поверхности которой нанесен тонкий слой металла (фотокаатод К), и собирающего электрода (анод А).

Типичная зависимость фототока фотоэлемента от приложенного к его электродам напряжения — вольт-амперная характеристика — показана на рис. 246.

Особый интерес представляет напряжение  $U_3$ , называемое *задерживающим потенциалом*, при котором фототок обращается в нуль. По величине  $U_3$  может быть определена максимальная энергия фотоэлектронов:

$$\frac{1}{2}mv^2 = eU_3, \quad (2)$$

где  $e$  — заряд электрона. Используя соотношение (2), уравнение (1) можно переписать в виде

$$U_3 = \frac{h}{e} \nu - \frac{A}{e}. \quad (3)$$

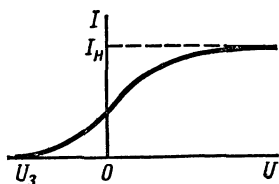


Рис. 246

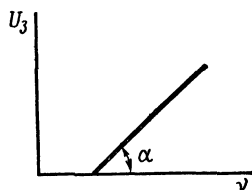


Рис. 247

Из уравнения (3) следует, что величина задерживающего потенциала  $U_3$  линейно зависит от частоты света  $\nu$  (рис. 247), а постоянную Планка  $h$  можно определить из углового коэффициента линейной зависимости (3):

$$\operatorname{tg} \alpha = \Delta U_3 / \Delta \nu = h/e. \quad (4)$$

## ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

**ПРИБОРЫ и ПРИНАДЛЕЖНОСТИ:** фотоэлемент, ламповый вольтметр, источник питания, источник света с набором светофильтров.

Схема экспериментальной установки дана на рис. 248. Для измерения величины задерживающего потенциала  $U_3$  в работе применяется ламповый вольтметр ЛВ, входное сопротивление которого практически можно считать бесконечно большим. Он же служит индикатором отсутствия фототока в цепи фотоэлемента, когда на анод подается запирающий потенциал  $U_3$ .

Фотоэмиссия электронов достигается при облучении фотокаатода световым монохроматическим пучком от ртутной лампы. Выделение

светового пучка узкой спектральной ширины осуществляется при помощи набора интерференционных узкополосных светофильтров.

### **Задание. Измерение задерживающего потенциала и расчет постоянной Планка**

1. Собрать схему установки согласно рис. 248. Включить источник света и установить светофильтры, соответствующие частоте облучения  $\nu$ .

2. Замкнув однополюсный ключ  $K1$  и двухполюсный ключ  $K2$  в положение  $II$ , установить на фотокатode потенциал, численно равный  $U_z$ , добиваясь отсутствия тока в цепи фотоэлемента. В качестве индикатора тока используется ламповый вольтметр.

3. Измерить соответствующее значение задерживающего потенциала ламповым вольтметром  $ЛВ$ , переключив двухполюсный ключ в положение  $I$ .

4. Повторить п. 1—3 для других значений потенциала, изменяя частоты облучения  $\nu$ .

5. По полученным данным построить график зависимости  $U_z$  от частоты излучения  $\nu$ .

6. Используя полученный график, вычислить по формуле (4) постоянную Планка  $h$  и оценить погрешность измерений.

7. Используя график зависимости  $U_z(\nu)$ , найти работу выхода электронов из фотокатода по величине отрезка, отсекаемого экспериментальной прямой на оси ординат  $U_z(0) = A/e$ .

Л и т е р а т у р а : [22, т. 3].

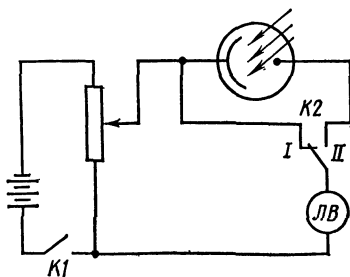


Рис. 248

## **79 ОПРЕДЕЛЕНИЕ КРИТИЧЕСКОГО ПОТЕНЦИАЛА АТОМА**

**Ц е л ь р а б о т ы:** *ознакомление с опытом Франка — Герца и определение критического потенциала атома ртути.*

Опыты Франка и Герца (1913) исторически явились одним из первых экспериментальных доказательств дискретности энергетических уровней атомов. Суть этих опытов состоит в следующем. Атомы или молекулы исследуемого газа в достаточно разреженном состоянии подвергаются бомбардировке потоком электронов заданной энергии. Такой поток получают, ускоряя электроны в электрическом поле. Если энергия электронов меньше энергии, необходимой для перехода атомов газа в первое возбужденное состояние, то рассеяние электронов на атомах происходит практически без потери энергии, так как масса электрона много меньше массы атома. Иначе говоря, рассеяние таких медленных электронов на атомах является упругим. Как только энергия электронов становится достаточной для перехода атомов на первый возбужденный уровень, значительная часть электронов испытывает неупругие столкновения, сопровождающиеся заметной потерей энергии электронами. Разность потенциалов, при про-

хождении которой электроны приобретают энергию, равную энергии возбуждения атома, носит название *критического потенциала*. Величина критического потенциала обычно выражается в электронвольтах. Переходы атома из основного состояния на первый возбужденный уровень наблюдаются при столкновениях с электронами, энергия которых равна или превышает критический (резонансный) потенциал атома.

Для определения критических потенциалов возбуждения атомов Франк и Герц использовали метод задерживающего потенциала, заключающийся в следующем.

Трехэлектродная лампа (рис. 249) заполняется парами ртути при давлении около 1 мм рт. ст. Между катодом  $K$  и сеткой  $C$  создают разность потенциалов, ускоряющую электроны, а между сеткой и анодом  $A$  — небольшую разность потенциалов противоположного знака, так называемую *задерживающую разность потенциалов*.

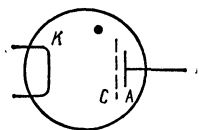


Рис. 249

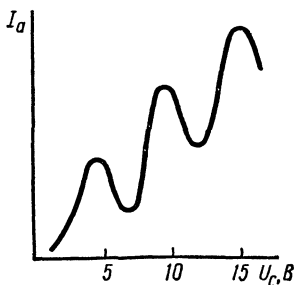


Рис. 250

При неизменной разности потенциалов между анодом и сеткой снимается зависимость анодного тока  $I_a$  от потенциала сетки  $U_c$   $I_a = f(U_c)$ .

При малых значениях потенциала  $U_c$  электроны ускоряются до энергий, недостаточных для возбуждения атомов ртути, происходят упругие соударения и увеличение  $U_c$  сопровождается плавным возрастанием тока  $I_a$ . Как только  $U_c$  достигает значения первого критического потенциала, электроны, испытывая неупругие соударения, теряют практически всю свою энергию и не в состоянии преодолеть задерживающую разность потенциалов. Это приводит к резкому уменьшению тока  $I_a$  (рис. 250).

## ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

**ПРИБОРЫ и ПРИНАДЛЕЖНОСТИ:** трехэлектродная лампа, заполненная парами ртути, источники питания, электрическая печь (термостат) с термометром, микроамперметр с набором шунтов, амперметр, вольтметры.

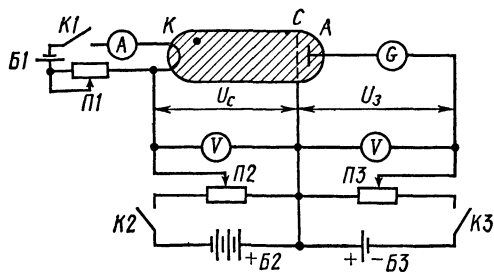


Рис. 251

Принципиальная схема установки дана на рис. 251.

Трехэлектродная лампа, заполненная парами ртути, помещается в электрическую печь. С нагреванием лампы в ней изменяется давление насыщающих паров ртути.

Между сеткой лампы  $C$  и катодом  $K$  при помощи батареи  $B2$  создается ускоряющая разность потенциалов  $U_y = U_c$ . На анод  $A$ , являющийся собирающим электродом, с батареи  $B3$  подается отри-

цательная относительно сетки  $C$  задерживающая разность потенциалов  $U_3$ . В лампе используется прямой накал. Цепь накала лампы состоит из батареи  $B1$ , реостата  $П1$  и амперметра.

**Задание.** Снятие зависимости  $I_a = f(U_y)$

1. Собрать установку.
2. Включить электропечь и довести температуру в ней до  $120^\circ\text{C}$ .
3. Замкнуть ключ  $K1$  и установить реостатом  $П1$  значение тока накала, указанное на лампе.
4. Установить потенциометром  $П3$  задерживающую разность потенциалов  $U_3$  около  $0,5\text{ В}$ .
5. Включить цепь катод — сетка и, изменяя ускоряющее напряжение  $U_y$  потенциометром  $П2$ , снять зависимость анодного тока от величины ускоряющего напряжения (при постоянном  $U_3$ ).
6. Построить график зависимости  $I_a = f(U_y)$  и определить по нему значение критического потенциала.
7. Оценить погрешность измерений.

**Л и т е р а т у р а:** [22, т. 3].

## ЧАСТЬ VII

# ФИЗИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА

- 80. Изучение сегнетоэлектриков
- 81. Изучение свойств ферромагнетиков
- 82. Изучение полупроводников с помощью эффекта Холла
- 83. Изучение зависимости сопротивления

- полупроводников от температуры
- 84. Изучение работы полупроводникового выпрямителя
- 85. Оптический квантовый генератор на рубине

## 80 ИЗУЧЕНИЕ СЕГНЕТОЭЛЕКТРИКОВ

*Цель работы: изучение поляризации сегнетоэлектриков и определение температуры их фазового перехода (точки Кюри).*

Сегнетоэлектрики составляют особый класс диэлектриков, обладающих большой диэлектрической проницаемостью. Это связано с кристаллическим строением сегнетоэлектрика, когда целые микроскопические области кристалла могут обладать самопроизвольной (спонтанной) поляризацией, образуя так называемые *домены*. В отсутствие внешнего электрического поля домены поляризованы хаотично и суммарный вектор поляризации (по доменам) сегнетоэлектрика равен нулю. При наложении поля происходит переориентация доменов в направлении внешнего поля, обеспечивая высокую поляризуемость образца. Все это определяет особые свойства сегнетоэлектриков, отличающие их от обыч-

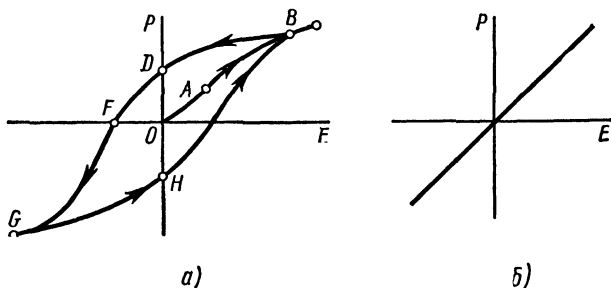


Рис. 252

ных диэлектриков: нелинейная зависимость суммарного вектора поляризации  $\mathbf{P}$  образца от напряженности внешнего поля  $\mathbf{E}$ , высокая поляризуемость и насыщение при сравнительно слабых электрических полях, существование фазового перехода сегнетоэлектрик — диэлектрик, диэлектрический гистерезис, возникающий при переориентации внешнего поля. Типичная зависимость  $\mathbf{P}$  от  $\mathbf{E}$  для сегнетоэлектриков представлена на рис. 252, а.

Участок  $OA$  графика соответствует начальной фазе поляризации сегнетоэлектрика, где он ведет себя как обычный диэлектрик — зависимость между  $\mathbf{P}$  и  $\mathbf{E}$  линейная. Дальнейшее увеличение  $\mathbf{E}$  связано с быстрым нарастанием  $\mathbf{P}$  за счет переориентации доменных областей сегнетоэлектрика вплоть до его насыщения

(участок  $AB$ ). При уменьшении  $E$  до нуля (участок  $BD$ ) поляризация не становится равной нулю. Остаточная поляризация  $OD$  исчезает, если приложить поле  $E$  в обратном направлении. Соответствующее значение величины напряженности  $E$  (равное  $OF$ ) называется *коэрцитивной силой*.

При дальнейшем увеличении отрицательного значения поля  $E$  наступит насыщение поляризации (точка  $G$ ). Последующему изменению  $E$  соответствует участок кривой  $GHB$ .

Зависимость  $P$  от  $E$  при замкнутом цикле переориентации внешнего поля называется гистерезисной петлей ( $BDFGHB$ ).

Спонтанная поляризация у сегнетоэлектрика сохраняется вплоть до некоторой критической температуры, называемой *точкой Кюри*, выше которой он теряет свои особые свойства и становится обычным диэлектриком. В этом случае зависимость  $P$  от  $E$  при не слишком больших значениях напряженности поля становится линейной (рис. 252, б).

К сегнетоэлектрикам относятся, например, сегнетова соль  $\text{KNaC}_4\text{H}_4\text{O}_6 \times 4\text{H}_2\text{O}$ , дигидрофосфат калия  $\text{KH}_2\text{PO}_4$ , титанат бария  $\text{BaTiO}_3$ .

## ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

**ПРИБОРЫ и ПРИНАДЛЕЖНОСТИ:** образцы исследуемых сегнетоэлектриков, осциллограф, автотрансформатор, вольтметр, термостат с нагревателем.

В качестве исследуемых образцов используются кристаллы сегнетовой соли и титаната бария. Поляризацию сегнетоэлектриков удобно изучать, наблюдая петлю гистерезиса на экране осциллографа. Для этой цели используется электрическая цепь, изображенная на рис. 253, питание которой осуществляется с помощью лабораторного автотрансформатора — ЛАТР.

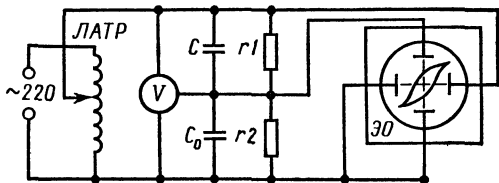


Рис. 253

Исследуемый сегнетоэлектрик находится между двумя электродами, образующими конденсатор емкостью  $C$ . Он помещается в термостат, температура которого может изменяться при помощи электрического нагревателя.

Последовательно с конденсатором  $C$  в цепь включен конденсатор с емкостью  $C_0$ , много большей  $C$ . При зарядке конденсаторов на них образуются равные по величине заряды, величину каждого из которых можно подсчитать по формуле

$$Q = C_0 U_0,$$

где  $U_0$  — напряжение на конденсаторе емкостью  $C_0$ .

Однако в силу того, что  $C \ll C_0$ , напряжение на сегнетоэлектрике будет мало отличаться от общего падения напряжения на двух последовательно соединенных конденсаторах и с достаточной точностью может быть измерено вольтметром  $V$  в электрической цепи, при этом напряженность внешнего электрического поля  $E$  в обоих конденсаторах будет пропорциональна общему напряжению  $U$ .

В свою очередь, заряд  $Q$  пропорционален вектору электростатической индукции  $\mathbf{D}$  в исследуемом образце ( $\mathbf{D} \sim \mathbf{P}$ ).

Таким образом, на горизонтальный вход осциллографа ЭО подается общее напряжение, т. е. величина, пропорциональная  $E$ , а на вертикальный — напряжение, пропорциональное заряду  $Q$  и, следовательно, вектору электростатической индукции  $\mathbf{D}$ .

Поэтому на экране осциллографа изобразится неподвижная гистерезисная петля. Если увеличивать общее напряжение  $U$ , то будут изменяться величины  $\mathbf{D}$  и  $E$ , а на экране возникать последовательно ряд различных по своей площади петель гистерезиса. Совокупность верхних точек гистерезисных петель образует зависимость  $\mathbf{D}$  от  $E$ .

Сопротивление  $r_1$  является эквивалентным омическим сопротивлением исследуемого сегнетоэлектрика и весьма велико,  $r_2$  включено в цепь для подбора равенства фаз подаваемых на вход осциллографа напряжений.

### **Задание 1. Исследование поляризации сегнетоэлектриков**

1. Собрать электрическую схему установки (рис. 253).
2. Включить установку и, постепенно увеличивая при помощи ЛАТРа напряжение на сегнетоэлектрике, подобрать режим, при котором гистерезисная петля приобретает характерную форму (см. рис. 252, а).
3. Изменяя общее напряжение  $U$  и используя масштабную шкалу на экране осциллографа, построить зависимость  $\mathbf{D}$  от  $E$ .

### **Задание 2. Определение точки Кюри сегнетоэлектриков**

1. Включить термостат и, увеличивая температуру образца через каждые  $10^\circ\text{C}$ , начиная от комнатной, установить температуру фазового перехода сегнетоэлектрика — точку Кюри. При температуре Кюри гистерезисная петля на экране осциллографа переходит в прямую линию (см. рис. 252, б).
2. Объяснить полученные результаты.

**Л и т е р а т у р а:** [22, т. 2].

## **81 ИЗУЧЕНИЕ СВОЙСТВ ФЕРРОМАГНЕТИКОВ**

**Ц е л ь р а б о т ы:** исследование зависимости индукции магнитного поля в ферромагнетике от величины намагничивающего поля.

Ферромагнетики обладают рядом особенностей, отличающих их от других магнетиков. Им свойственно явление *гистерезиса*. Оно заключается в том, что магнитная индукция в ферромагнетике  $\mathbf{B}$  зависит не только от значения напряженности намагничивающего поля  $\mathbf{H}$  в данный момент, но и от того, каким образом оно изменялось в предшествующие моменты времени. Следовательно,



индукция  $\mathbf{B}$  не является однозначной функцией  $\mathbf{H}$ . Для ферромагнетиков вводится понятие *дифференциальной магнитной проницаемости*:

$$\mu = \frac{1}{\mu_0} \frac{dB}{dH}. \quad (1)$$

Если ферромагнетик поместить в магнитное поле, интенсивность которого постепенно возрастает, то его намагничение можно довести до насыщения (точка  $A$ ) и зависимость  $\mathbf{B}$  от  $\mathbf{H}$  (кривая намагничения) выразится участком  $OA$  (рис. 254). При уменьшении намагничивающего поля до нуля кривая намагничения не совпадает с  $AO$ , а идет по  $AB_{ост}$ , т. е. при снятии внешнего магнитного поля ферромагнетик остается намагниченным с остаточной индукцией  $B_{ост}$ . Для полного размагничения образца необходимо приложить магнитное поле обратного направления и величины  $H_K$ . Напряженность  $H_K$  называется *коэрцитивной силой*. При дальнейшем увеличении обратного магнитного поля вновь достигается насыщение индукции  $B$  (точка  $C$ ). В результате при попеременном изменении направления намагничивающего поля зависимость  $B$  от  $H$  изображится замкнутой кривой, носящей название *петли гистерезиса*. Нелинейная зависимость  $B = f(H)$  для ферромагнетиков связана с переориентацией отдельных спонтанно намагниченных до насыщения областей, называемых *доменами*.

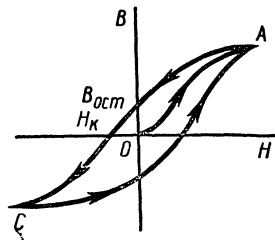


Рис. 254

Для перемагничения образца необходима энергия, которая затрачивается на переориентировку доменной структуры ферромагнетика. Величина этой энергии  $W$ , рассчитанная на единицу объема, равна площади петли гистерезиса:

$$W = \oint B dH. \quad (2)$$

Эта энергия переходит в теплоту.

## ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ И МЕТОДА ИЗМЕРЕНИЙ

**ПРИБОРЫ и ПРИНАДЛЕЖНОСТИ:** тороид из исследуемого вещества, осциллограф, сопротивление, конденсатор, генератор переменного напряжения.

Петлю гистерезиса можно получить на экране осциллографа при помощи установки, схема которой приведена на рис. 255.

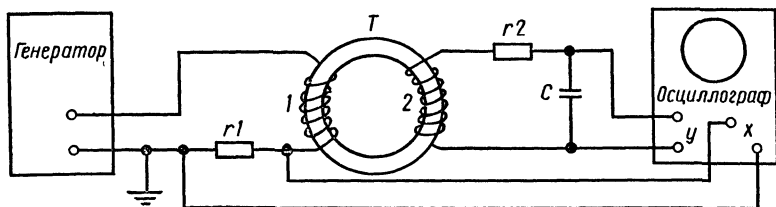


Рис. 255

Исследуемый образец выполнен в виде тороида  $T$ , на поверхности которого равномерно намотаны две обмотки  $1$  и  $2$  с числами витков  $N_1$  и  $N_2$  соответственно. Обмотка  $1$  через резистор  $r1$ , сопро-

тивление которого равно  $r_1$ , соединена с выходом генератора напряжения синусоидальной формы.

Напряженность намагничивающего поля в тороиде

$$H = n_1 i_1, \quad (3)$$

где  $n_1$  — число витков на единицу длины осевой линии тороида,  $i_1$  — сила тока в первичной обмотке.

Падение напряжения на резисторе  $r_1$  равно

$$U_1 = i_1 r_1. \quad (4)$$

Используя уравнения (3) и (4), получим

$$H = k_1 U_1, \quad (5)$$

где  $k_1 = n_1/r_1$  — коэффициент, зависящий от параметров схемы.

Так как на обмотку подается переменное напряжение, то согласно (3) напряженность магнитного поля в ней будет изменяться с частотой переменного тока в некотором интервале значений ( $-H$ ,  $+H$ ). Во вторичной обмотке 2 благодаря явлению электромагнитной индукции возбуждается э. д. с.

$$\mathcal{E} = -N_2 \frac{d\Phi}{dt} = -N_2 S \frac{dB}{dt}, \quad (6)$$

где  $\Phi = BS$  — поток индукции магнитного поля через сечение тороида  $S$ .

Пренебрегая падением напряжения на вторичной обмотке, из закона Ома получим

$$\mathcal{E} = i_2 r_2 + U_C, \quad (7)$$

где  $i_2$  — сила тока во вторичной обмотке,  $r_2$  — сопротивление резистора  $r_2$ ,  $U_C$  — напряжение на конденсаторе  $C$ . Если  $r_2$  и  $C$  так велики, что  $i_2 r_2 \gg U_C$ , то

$$i_2 \simeq \frac{\mathcal{E}}{r_2} = \frac{N_2 S}{r_2} \frac{dB}{dt}. \quad (8)$$

Учитывая (8), найдем напряжение на конденсаторе:

$$U_C = \frac{Q}{C} = \frac{\int i dt}{C} = \frac{N_2 S}{r_2 C} \int \frac{dB}{dt} dt = \frac{N_2 S}{r_2 C} B. \quad (9)$$

Из соотношения (9) следует, что

$$B = k_2 U_C, \quad (10)$$

где  $k_2 = \frac{r_2 C}{N_2 S}$  — коэффициент, определяющий параметры схемы.

Из уравнений (5) и (10) видно, что напряжение  $U_1$  пропорционально напряженности намагничивающего поля, а напряжение  $U_C$  пропорционально индукции магнитного поля в образце. Если напряжение  $U_1$  подать на горизонтально отклоняющие пластины, то электронный луч в направлении оси  $X$  будет отклоняться пропорционально напряженности  $H$ , а в направлении оси  $Y$  — пропорционально индукции  $B$ . За полный цикл изменения  $H$  электронный луч

опишет замкнутую петлю гистерезиса. Изменяя входное напряжение на первичной обмотке, получим различные петли. Вершина каждой петли представляет собой точку основной кривой намагничивания.

Напряжения  $U_1$  и  $U_C$  можно определить, зная величины напряжений  $U_x$  и  $U_y$ , вызывающих отклонение электронного луча на одно деление в направлении осей  $X$  и  $Y$ . Тогда

$$U_1 = n_x U_x, \quad U_C = n_y U_y, \quad (11)$$

где  $n_x$  и  $n_y$  — координаты вершин петель гистерезиса.

Подставляя последнее выражение в формулы (5) и (10), получим:

$$\begin{aligned} H &= k_1 U_x n_x = k_x n_x, \\ B &= k_2 U_y n_y = k_y n_y, \end{aligned} \quad (12)$$

где

$$\begin{aligned} k_x &= k_1 U_x = \frac{n_1}{r_1} U_x, \\ k_y &= k_2 U_y = \frac{r_2 C}{n_2 S} U_y. \end{aligned}$$

### **Задание 1. Снятие основной кривой намагничивания**

1. Собрать схему (рис. 255).
2. Включить питание генератора и осциллографа. Подключить схему к генератору напряжения.
3. Спроецировать электронный луч в центр координатной сетки.
4. При максимальном выходном напряжении генератора с помощью ручек «усиление по вертикали» и «усиление по горизонтали» осциллографа добиться, чтобы петля гистерезиса имела участок насыщения и занимала большую часть экрана.
5. Уменьшая выходное напряжение генератора, получить семейство уменьшающихся до точки петель. Снять для каждой из них координаты вершин  $n_x$  и  $n_y$ .
6. Вычислить по формуле (12) значения  $k_x$  и  $k_y$ . Таблица величин  $U_x$  и  $U_y$  указана в приложении к работе.
7. Вычислить значения  $H = k_x n_x$  и  $B = k_y n_y$  для координат вершин всех полученных петель.
8. Построить по полученным данным график зависимости  $B = f(H)$ .
9. По графику  $B = f(H)$  построить график  $\mu = f(H)$ .

### **Задание 2. Определение рассеяния энергии при перемагничивании**

Величина потерь энергии в единице объема тороида за один цикл перемагничивания определяется уравнением (2). Если частота генератора  $\nu$ , то количество теплоты  $Q_T$ , выделяемое за 1 с, равно

$$Q_T = \nu W = \nu \int B dH. \quad (13)$$

Подставляя в уравнение (13) значения  $B$  и  $H$  из (12), получим

$$Q_T = vk_x k_y \int n_y dn_x = k_x k_y v N, \quad (14)$$

где  $N = \int n_y dn_x$  представляет собой площадь петли, которая может быть определена графически, как число миллиметровых клеток, ограниченных петлей.

1. Повторить п. 1—4.

2. Снять осциллограмму петли на кальку, затем, наложив кальку на миллиметровку, подсчитать количество клеток  $N$ .

3. Зная значения  $k_x$  и  $k_y$  (см. п. 6 задания 1) и величину  $N$ , вычислить по формуле (14) тепловые потери на перемещение.

Л и т е р а т у р а: [14; 22, т. 2].

## 82 ИЗУЧЕНИЕ ПОЛУПРОВОДНИКОВ С ПОМОЩЬЮ ЭФФЕКТА ХОЛЛА

**Ц е л ь р а б о т ы:** *используя эффект Холла, определить концентрацию, подвижность носителей тока в полупроводнике и выяснить тип его проводимости.*

Прохождение тока в полупроводниках объясняется зонной теорией твердого тела, связывающей проводимость с наличием двух видов носителей заряда: электронов (проводимость типа  $n$ ) и дырок (проводимость типа  $p$ ). Дырочная проводимость возникает в результате движения вакансий электронов валентной зоны и эквивалентна проводимости положительных по знаку носителей заряда — дырок.

Удельная электропроводность  $\sigma$  полупроводника определяется формулой

$$\sigma = e(n_e b_n + n_p b_p), \quad (1)$$

где  $n_e$  и  $n_p$  — концентрации (числа зарядов в единице объема) соответственно электронов

или дырок;  $b_n$  и  $b_p$  — подвижности — величины, численно равные средней упорядоченной скорости носителей тока в электрическом поле напряженностью 1 В/м;  $e$  — заряд электрона.

В случае примесной (акцепторной или донорной) проводимости один тип носителей преобладает над другим и в формуле (1) одним из слагаемых можно пренебречь.

Пусть образец полупроводника выполнен в виде прямоугольной пластины с линейными размерами  $l$ ,  $h$  и  $d$  (рис. 256), тогда в соответствии с законом Ома удельная электропроводность полупроводника  $\sigma$  может быть определена из соотношения

$$\sigma = I l / (U h d), \quad (2)$$

где  $I$  — сила тока,  $U$  — падение напряжения в полупроводниковом образце.

Если исследуемый полупроводниковый образец поместить в магнитное поле с индукцией  $B$  и пропустить по нему ток силой  $I$ , как показано на рис. 256, то

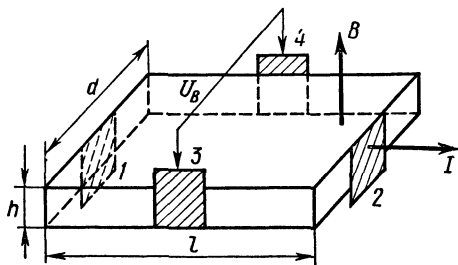


Рис. 256

в нем появляется поперечная разность потенциалов  $U_B$ , называемая холловской:

$$U_B = R (IB/h), \quad (3)$$

где  $R$  — постоянная Холла.

Теоретический расчет, учитывающий распределение электронов по скорости, показывает, что для полупроводников  $R$  является функцией заряда носителей тока  $e$  и их концентрации  $n$ :

$$R = 3\pi / (8ne). \quad (4)$$

Знак постоянной Холла и полярность  $U_B$  определяются знаком носителей тока. Согласно соотношению (1), для полупроводника с определенным типом проводимости

$$\sigma = neb. \quad (5)$$

## ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

**ПРИБОРЫ и ПРИНАДЛЕЖНОСТИ:** потенциометр, источники питания, электромагнит, амперметр и миллиамперметр, двойной ключ, исследуемые полупроводниковые образцы.

Образец изготовлен из полупроводникового материала в виде прямоугольной пластины и помещен в прозрачный пластиковый футляр. К полупроводниковой пластинке припаяны две пары электродов, клеммы которых выведены на поверхность футляра. При помощи держателей образец устанавливается между полюсами электромагнита.

Для создания и изменения электрического тока в полупроводнике и питания катушек электромагнита используются два выпрямителя и регулируемые автотрансформаторы (ЛАТР). Двойной ключ необходим для коммутации тока в электромагните.

Величина индукции магнитного поля между полюсами электромагнита определяется из тарировочного графика по силе тока в электромагните.

Падение напряжения и холловская разность потенциалов на полупроводнике измеряются при помощи потенциометра, описание и инструкция пользования которым выдаются перед выполнением работы.

### **Задание 1. Определение удельной электропроводности полупроводника**

1. Используя схему рис. 257, подключить исследуемый образец к клеммам 1, 2 (см. рис. 256).

Установить силу тока 0,1 мА и измерить падение напряжения на образце при помощи потенциометра. Повторить измерения для токов 0,15 и 0,2 мА.

2. Вычислить по формуле (2) удельную электропроводность (линейные размеры полупроводниковой пластинки приложены к образцу).

### **Задание 2. Определение постоянной Холла полупроводника**

1. Провести размагничивание сердечника электромагнита путем многократной коммутации тока в катушках при постепенном уменьшении его величины от максимального до минимально возможного.

Установить необходимую силу тока в цепи электромагнита (значения задаются преподавателем).

2. Переключить потенциометр к клеммам 3, 4 образца (рис. 256, 257) и измерить холловское падение напряжения  $U_B$  для нескольких (8—10) значений силы тока при неизменном значении индукции магнитного поля  $B$ . Указанные измерения повторить для 4—6 значений индукции  $B$ .

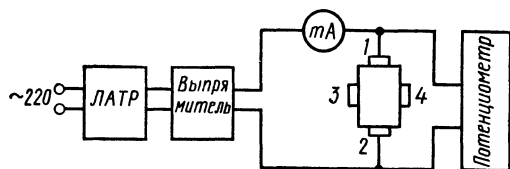


Рис. 257

3. Провести повторное размагничивание сердечника электромагнита

и проделать измерения, описанные в п. 2, изменив направление магнитного поля.

4. По данным измерений построить графики зависимости  $U_B = f(I)$  для различных значений  $B$  и определить значение  $R$  из тангенса угла наклона полученных прямых к оси тока.

5. По формулам (4) и (5) определить концентрацию  $n$  и подвижность  $b$  носителей тока в полупроводнике. Результаты измерений записать в виде таблиц.

6. Объяснить полученные результаты.

Л и т е р а т у р а : [19; 22, т. 2].

## 83 ИЗУЧЕНИЕ ЗАВИСИМОСТИ СОПРОТИВЛЕНИЯ ПОЛУПРОВОДНИКОВ ОТ ТЕМПЕРАТУРЫ

**Ц е л ь р а б о т ы:** *исследование зависимости удельной проводимости полупроводника от температуры и определение его энергии активации.*

Полупроводники относятся к классу веществ, электрическая проводимость которых меньше, чем у металлов, и больше, чем у диэлектриков, и существенно зависит от внешних воздействий — нагревания, облучения и т. д.

Свойства кристаллических полупроводников удовлетворительно объясняются зонной теорией твердого тела.

Как известно, в изолированном атоме электроны имеют дискретные (квантованные) значения энергий. В кристалле электроны взаимодействуют не только со своим атомом, но и с соседними; это приводит к изменению дискретных уровней и образованию так называемых *энергетических зон*.

В целом энергетический спектр электронов в кристалле состоит из разрешенных и запрещенных зон. Верхняя из полностью заполненных электронами зон называется *валентной*. Зона, не все уровни которой заняты электронами, называется *свободной* или *зоной проводимости* (рис. 258).

Разрешенная зона состоит из большого, но конечного числа энергетических уровней. Ширина разрешенных зон порядка нескольких электронвольт, а число уровней определяется числом таких атомов в кристалле, дискретные уровни которых образуют данную зону (переход в зоне от одного уровня к следующему

происходит практически непрерывно). Зона, содержащая  $N$  уровней, может в соответствии с принципом Паули вместить  $2N$  электронов.

Электропроводность возможна только тогда, когда электрон за счет воздействия электрического поля приобретает дополнительную энергию, достаточную для того, чтобы перейти на более высокий энергетический уровень. Электропроводность осуществляется только через частично заполненные зоны.

Ширина запрещенной зоны  $\Delta E$ , отделяющей валентную зону от зоны проводимости, соответствует энергии активации.

Вещества с частично заполненной зоной проводимости (в том числе и при абсолютном нуле) относятся к металлам (рис. 258, а). Для полупроводников и диэлектриков при абсолютном нуле характерно наличие полностью заполненной валентной зоны и полностью свободной зоны проводимости (рис. 258, б). С точки

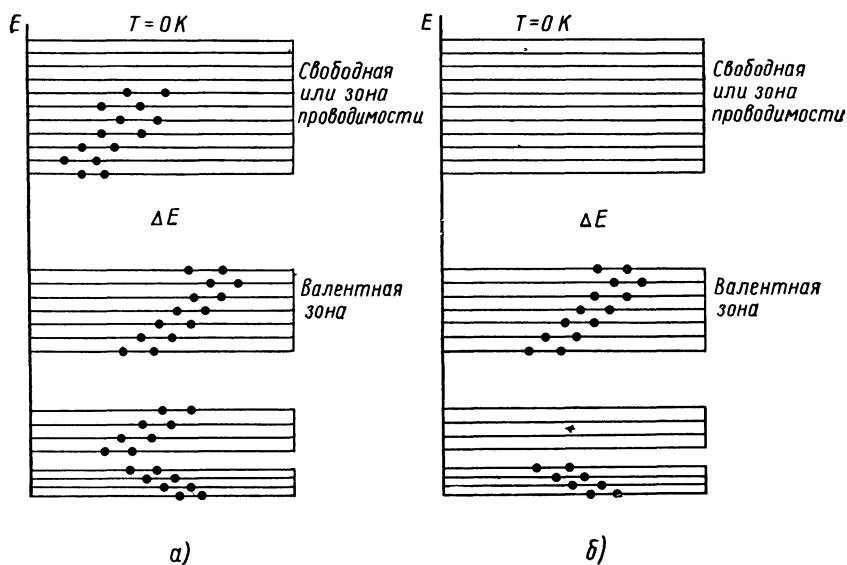


Рис. 258

зрения зонной теории, различие между полупроводником и диэлектриком состоит в величине запрещенных зон.

В связи с малой величиной  $\Delta E$  у полупроводников оказывается возможным при  $T > 0\text{ K}$  тепловой переборс электронов из занятой валентной зоны в свободную зону проводимости. С ростом температуры интенсивность теплового перебора резко увеличивается, так как вероятность того, что при температуре  $T$  электрон получит энергию  $\Delta E$ , пропорциональна  $\exp[-\Delta E/(kT)]$ . При этом одновременно с появлением электронов в зоне проводимости в заполненной валентной зоне образуются свободные уровни (вакансии), которые могут быть заняты электронами. Во внешнем электрическом поле вакансии перемещаются в направлении, противоположном движению электрона, таким образом, как если бы двигался положительный заряд, равный по величине заряду электрона. Такие вакантные состояния называются *дырками*, а проводимость, обусловленная движением дырок в валентной зоне полупроводника, — *дырочной проводимостью* или проводимостью  $p$ -типа в отличие от обычной *электронной проводимости*  $n$ -типа.

Следует подчеркнуть, что движение дырок не есть перемещение реальных частиц, оно отображает характер движения всей многоэлектронной системы в полупроводнике.

Полупроводники, проводимость которых определяется равным количеством электронов и дырок, называются собственно полупроводниками. К ним относятся, например, чистые германий Ge и кремний Si.

Если в состав химически чистого полупроводника ввести нужные (*донорные* или *акцепторные*) примеси, то можно получить полупроводники либо только с электронным типом проводимости (*n*-полупроводники), либо только с дырочным (*p*-полупроводники). Это связано с появлением в запрещенной зоне соответственно *донорных* или *акцепторных* уровней (рис. 259).

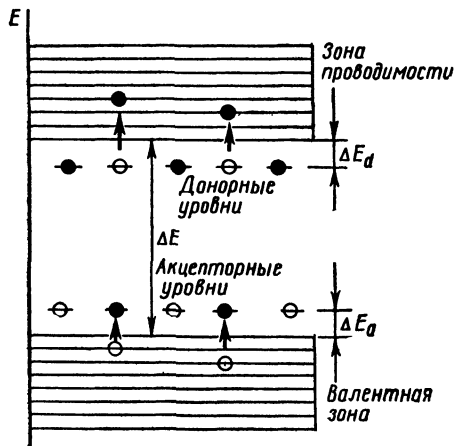


Рис. 259

меняется с температурой. Полупроводники имеют отрицательный температурный коэффициент сопротивления, а одной из основных характеристик полупроводника является его энергия активации.

В отличие от полупроводников у металлов в зоне проводимости всегда имеются электроны с постоянной концентрацией, которые определяют электропроводность металлов при обычных температурах.

## ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

**ПРИБОРЫ и ПРИНАДЛЕЖНОСТИ:** исследуемые образцы полупроводниковых сопротивлений, термостат, измерительный мост.

Исследуемые образцы представляют собой полупроводниковые сопротивления, помещенные в герметизированный баллон с техническим маслом. Это предохраняет образцы от повреждений и одновременно обеспечивает хороший теплообмен. Образец помещен в термостат. Линейные размеры полупроводникового образца прилагаются.

Для изучения температурной зависимости полупроводников применяется установка, описанная в лабораторной работе 38.

### Задание. Определение энергии активации полупроводника

1. Используя лабораторную установку, провести измерения сопротивления полупроводникового материала через каждые 10 °С, начиная с комнатной температуры вплоть до 90 °С. Результаты измерений записать в виде таблиц.

Величины  $\Delta E_d$  и  $\Delta E_a$  носят название энергии активации доноров и акцепторов. Вероятность возникновения электрона в зоне проводимости или дырки в валентной зоне будет соответственно пропорциональна  $\exp[-\Delta E_d/(kT)]$  и  $\exp[-\Delta E_a/(kT)]$ .

Учитывая, что электропроводность пропорциональна числу носителей заряда, можно представить удельную электропроводность в виде

$$\sigma = A \exp[-\Delta E/(2kT)], \quad (1)$$

где  $\Delta E$  — либо ширина запрещенной зоны (для собственных полупроводников), либо энергия активации  $\Delta E_d$  и  $\Delta E_a$  (для примесных *n*- или *p*-полупроводников). Коэффициент  $A$  в формуле (1) зависит от природы полупроводника и слабо из-



2. Прodelать аналогичные измерения для других образцов.
3. По полученным данным вычислить удельную электропроводность и построить графики зависимости  $\sigma = f(T)$ .
4. Пользуясь полученными графиками, найти угловой коэффициент  $\Delta E/(2k)$  линейной зависимости (см. формулу (1))

$$\ln \sigma = \ln A - \frac{\Delta E}{2k} \frac{1}{T}$$

и определить энергию активации полупроводника.

5. Оценить погрешность результатов.

Л и т е р а т у р а: [22, т. 2; 29].

## 84 ИЗУЧЕНИЕ РАБОТЫ ПОЛУПРОВОДНИКОВОГО ВЫПРЯМИТЕЛЯ

**Ц е л ь р а б о т ы:** *изучение вольт-амперной характеристики полупроводникового выпрямителя и исследование схем одно- и двух-полупериодного выпрямления переменного тока.*

*Выпрямителем* называется устройство, сопротивление которого зависит от величины и направления приложенного к нему напряжения, что позволяет использовать его для преобразования переменного тока в постоянный. Наиболее распространенными являются германиевые, кремниевые, селеновые и меднозакисные выпрямители. Два последних типа относятся к категории так называемых *полупроводниковых вентилей*, выпрямление у которых происходит на границе полупроводника с одним из электродов. При этом наиболее эффективное выпрямление имеет место лишь в том случае, когда в выпрямляющем контакте образуется очень тонкий слой с резко повышенным сопротивлением, так называемый *запирающий слой*.

У германиевых и кремниевых выпрямителей в отличие от вентилей выпрямление имеет место на границе двух областей полупроводника с разными типами проводимости — *p-n-переходе*.

Рассмотрим процессы возникновения запирающего слоя и его изменения во внешнем электрическом поле.

При соприкосновении металла с дырочным полупроводником на границе раздела возникает контактная разность потенциалов, обусловленная различными работами выхода электронов из этих тел. Эта разность потенциалов препятствует дальнейшему переходу электронов через контакт, и в контакте образуется двойной электрический слой, причем в металле за счет большой концентрации свободных электронов заряд сосредотачивается на поверхности (в пределах нескольких атомных слоев), в полупроводнике вследствие малой концентрации свободных электронов заряд распространяется на большее расстояние. Концентрация дырок в контактном слое полупроводника за счет рекомбинации с электронами, приходящими из металла, оказывается много меньше, чем в глубине полупроводника. Этот слой, обедненный носителями заряда (дырками), и называют запирающим.

Если теперь к такому контакту приложить внешнюю разность потенциалов так, чтобы ток шел от металла к полупроводнику (т. е. плюс на металл, минус на полупроводник), то дырки будут уходить в глубь полупроводника, область запирающего слоя увеличивается и сопротивление его возрастает. Ток  $I_{об}$ , проходя-

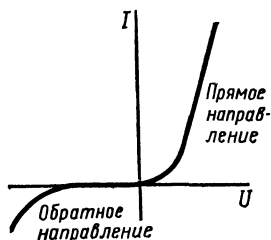


Рис. 260

щий при этом через контакт, будет незначительным. Такое направление тока называют *запирающим* или *обратным*.

Если изменить полярность внешней разности потенциалов (т. е. минус на металле, плюс на полупроводнике), то дырки из полупроводника, а электроны из металла начнут перемещаться к контакту. Запирающий слой за счет притока носителей заряда уменьшает свое сопротивление, и через контакт пойдет больший ток  $I_{пр}$ . Это направление тока называется *пропускным* или *прямым*.

На рис. 260 изображена типичная зависимость тока в выпрямителе от приложенного к нему напряжения. Она называется обычно *вольт-амперной характеристикой* выпрямителя.

Свойства выпрямителя часто характеризуются коэффициентом  $k$  — отношением прямого тока  $I_{пр}$  к обратному  $I_{об}$ , измеренных при одинаковых по величине напряжениях, приложенных к выпрямителю:  $k = I_{пр}/I_{об}$ .

Рассмотрим устройство селенового выпрямителя, схематический разрез которого представлен на рис. 261. Он образован двумя электродами, выполненными из различных металлов, и тонким слоем кристаллического селена, заключенного между ними. Одним из электродов является железная шайба 1, покрытая

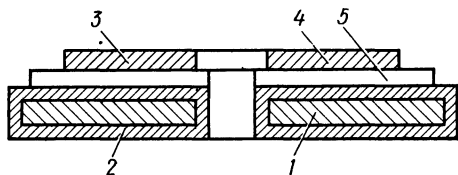


Рис. 261

слоем никеля 2. Она называется *контактным электродом*, второй электрод 4 представляет собой тонкий слой, например, тройного сплава легкоплавких металлов: кадмия, висмута, олова. Он называется *вентильным электродом*. В контакте вентильного электрода и слоя селена 5 возникает запирающий слой 3. На границе слоя селена с контактным электродом выпрямление практически отсутствует. Роль этого электрода заключается в осуществлении хорошего электрического контакта со слоем селена.

На один выпрямляющий элемент можно подать напряжение не более 20—25 В. Для выпрямления более высоких напряжений элементы собираются последовательно.

## ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

**ПРИБОРЫ и ПРИНАДЛЕЖНОСТИ:** исследуемые полупроводниковые выпрямители, понижающий трансформатор, осциллограф, двухполюсный ключ.

Для исследования вольт-амперной характеристики выпрямителя в работе используются электронный осциллограф и электрическая цепь, схема которой приведена на рис. 262.

Исследуемый полупроводниковый выпрямитель  $B$ , соединенный последовательно с нагрузочным сопротивлением  $r$ , подключается во вторичную обмотку понижающего трансформатора  $T$ ; напряжение с сопротивления  $r$ , пропорциональное току, идущему через выпрямитель, подается на вертикальный вход осциллографа  $\mathcal{O}$ ; напряжение, снятое с выпрямленного элемента, подается на горизонтальный вход.

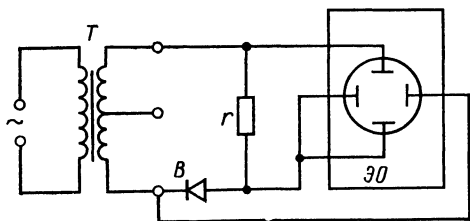


Рис. 262

При таком включении электронный луч «вычертит» на экране осциллографа вольт-амперную характеристику выпрямителя в системе координат: по вертикали — сигнал, пропорциональный току, по горизонтали — напряжению.

Для исследования одно- и двухполупериодного выпрямления используются те же приборы, схема включения которых дана на рис. 263.

Исследуемое выпрямленное напряжение снимается с нагрузочного сопротивления  $r$  и подается на вертикальный вход осциллографа ЭО.

Для наблюдения вида зависимости выпрямленного тока от времени следует использовать временную развертку осциллографа.

Включение двухполюсного ключа  $K$  поочередно в положения 2 и 3 дает возможность получить одно- или двухполупериодное выпрямление переменного тока. Переключение ключа  $K$  в положение 1 замыкает накоротко один из выпрямителей и отключает другой. Образуется последовательная электрическая цепь переменного тока.

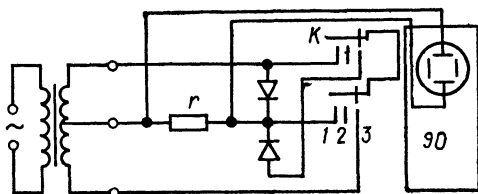


Рис. 263

### **Задание. Изучение работы одно- и двухполупериодного выпрямителя**

1. Собрать электрическую схему (см. рис. 262) и при помощи усилителей вертикального и горизонтального входов осциллографа получить на его экране устойчивую картину вольт-амперной характеристики исследуемого выпрямительного элемента.

2. Используя масштабную шкалу на экране осциллографа, построить график исследуемой зависимости.

3. Собрать схему (рис. 263) и, устанавливая ключ  $K$  поочередно в положения 1, 2, 3, получить на экране осциллографа картины, соответствующие:

- а) переменному току;
- б) выпрямленному току по схеме однополупериодного выпрямителя;
- в) выпрямленному току по схеме двухполупериодного выпрямителя.

Перерисовать полученные картины на кальку.

4. Объяснить полученные результаты.

**Л и т е р а т у р а:** [11; 22, т. 2; 30, т. 2].

# 85 ОПТИЧЕСКИЙ КВАНТОВЫЙ ГЕНЕРАТОР НА РУБИНЕ

*Цель работы: ознакомление с устройством и принципом действия ОКГ на рубине, а также измерение энергии импульсов ОКГ.*

Оптический квантовый генератор ОКГ (или лазер) — прибор, в котором осуществляется генерация монохроматических электромагнитных волн оптического диапазона вследствие индуцированного излучения.

Впервые принцип усиления света за счет индуцированного излучения был предложен в 1940 г. советским физиком В. А. Фабрикантом, а практическое использование этого явления в микроволновом диапазоне (мазер) разработано в 1953 г. независимо друг от друга советскими учеными А. М. Прохоровым и Н. Г. Басовым — и американскими — Таунсом и Вебером. В 1960 г. Мейман (США) создал аналогичный прибор, работающий в оптическом диапазоне, — лазер.

ОКГ представляет собой оптический резонатор, в который помещена активная среда, содержащая атомы в возбужденном состоянии. В рубиновом ОКГ таким активным элементом является монокристалл рубина, представляющий собой кристалл корунда — окись алюминия ( $Al_2O_3$ ), где небольшая часть атомов алюминия замещена ионами хрома  $Cr^{+}$ . Процентное содержание хрома невелико и составляет 0,03—0,05.

При обычном излучении отдельные возбужденные атомы переходят спонтанно (самопроизвольно) на более низкие энергетические уровни независимо друг от

друга и света, излученный всей группой атомов, будет некогерентен. В ОКГ атомы совершают переход упорядоченно.

Такая фазировка колебаний атомов обуславливается индуцированным испусканием и наличием резонатора. Если переход возбужденного атома на более низкий уровень индуцируется квантом света, то этот атом излучает фотон той же частоты и фазы, что и индуцирующий фотон.

Это позволяет сфазировать колебания атомов между собой и когерентно усиливать испускаемый свет. Таким образом, любой квант света, испускаемый в результате спонтанного перехода, будет размножен индуцированным испусканием квантов той же частоты других возбужденных атомов; образуется лавина фотонов, приводящая к когерентному излучению.

Для успешного осуществления такого механизма усиления света необходимо, чтобы число индуцированных переходов, приводящих к испусканию фотонов, было больше числа переходов, связанных с поглощением фотонов той же частоты. Это будет выполнено, если число атомов на верхнем энергетическом уровне будет больше числа атомов на нижнем. Такое состояние системы атомов называется *состоянием инверсной заселенности*.

Схема, поясняющая устройство ОКГ, дана на рис. 264.

В качестве резонатора используется система двух плоских зеркал 1, параллельных друг другу. Между зеркалами помещается активная среда — монокристалл рубина 2, изготовленный в виде цилиндра, торцы которого параллельны зеркалам резонатора и тщательно отполированы. Одно из зеркал резонатора сделано полностью отражающим, другое — частично отражающим для выпуска излучения наружу. Возбуждение активной среды — накачка — осуществляется мощной импульсной ксеноновой лампой 3, через которую разряжается батарея конденсаторов 4 с достаточно большой емкостью. Батарея конденсаторов заряжается от высоковольтного выпрямителя 5.

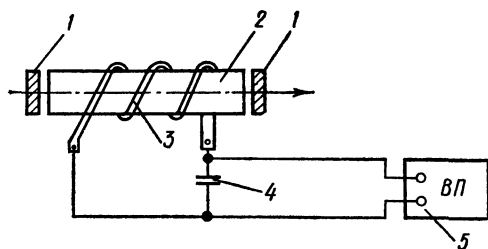


Рис. 264

Механизм возникновения излучения в ОКГ можно рассмотреть, используя так называемую трехуровневую систему, соответствующую возбуждению атомов хрома (рис. 265). Атомы из основного состояния 1 за счет излучения лампы накачки переходят сначала на уровни энергетической зоны 3, а затем быстро, без излучения — на рабочий уровень 2. Вероятность спонтанного перехода 2—1 гораздо меньше вероятности перехода 3—2. Поэтому при достаточной мощности накачки число атомов на энергетическом уровне 2 превысит число атомов на уровне 1. Таким образом, достигается состояние инверсной заселенности.

Излученный за счет спонтанного перехода 2—1 фотон индуцирует переходы других атомов из состояния 2; излученные за счет этих переходов фотоны в свою очередь вызовут следующие переходы, и т. д. Образуется мощный каскад фотонов.

Излучение, направление которого совпадает с осью кристалла, испытывает многократное отражение от зеркал резонатора и, проходя большой путь через активную среду, усиливается. Часть этого когерентного излучения выходит наружу через полупрозрачное зеркало резонатора. Фотоны, испущенные спонтанно в других направлениях, выходят из кристалла через его боковую поверхность.

ОКГ на рубине работают в импульсном режиме, при этом внутри кристалла выделяется большое количество тепла и его приходится интенсивно охлаждать.

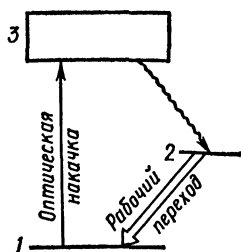


Рис. 265

## ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

**ПРИБОРЫ и ПРИНАДЛЕЖНОСТИ:** рубиновый ОКГ, киловольтметр для измерения напряжения на лампе накачки, плоскопараллельная стеклянная пластинка, фотоэлемент, магазин емкостей, электростатический вольтметр, лабораторный автотрансформатор (ЛАТР).

Порядок включения и правила работы с приборами даются в соответствующих инструкциях, прилагаемых к установке.

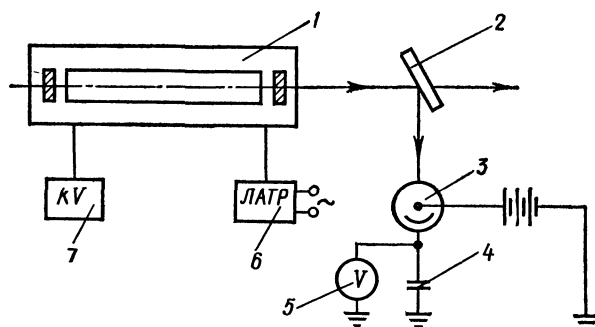


Рис. 266

При работе с ОКГ следует иметь в виду, что его излучение обладает большой мощностью. Поэтому попадание в глаза как прямого, так и отраженного луча недопустимо.

Для измерения энергии импульса ОКГ используется установка, функциональная схема которой дана на рис. 266.

Импульс света, генерируемый ОКГ 1, падает на стеклянную пластинку 2, коэффициент отражения которой  $\rho$ , и частично отражается на фотоэлемент 3 типа Ф-5. В цепь катода фотоэлемента включен конденсатор 4, обладающий емкостью  $C$ . За счет импульса света в цепи фотоэлемента пройдет ток и конденсатор зарядится до некоторого напряжения  $U$ , величина которого измеряется электростатическим вольтметром 5 типа С-95. Заряд на конденсаторе можно подсчитать по формуле

$$Q = CU = \int I_{\Phi} dt, \quad (1)$$

где  $C$  — емкость конденсатора,  $I_{\Phi}$  — фототок.

Если известна *спектральная чувствительность*  $K$  фотоэлемента (спектральной чувствительностью фотоэлемента называют отношение фототока к световому потоку, вызывавшему данный фототок), то фототок можно подсчитать по формуле

$$I_{\Phi} = K\Phi, \quad (2)$$

где  $\Phi$  — величина части светового потока импульса ОКГ, отраженного стеклянной пластинкой 2 на фотоэлемент.

Используя (1) и (2), энергию излучения  $W_{\Phi}$ , отраженного в фотоэлемент, можно выразить соотношением

$$W_{\Phi} = \int \Phi dt = \frac{1}{K} \int I_{\Phi} dt = \frac{CU}{K}. \quad (3)$$

Полная энергия  $E$  импульса ОКГ с учетом коэффициента отражения стеклянной пластинки рассчитывается по формуле

$$E = CU / (K\rho), \quad (4)$$

где  $\rho$  — коэффициент отражения, учитывающий сорт стекла и угол отражения.

ОКГ включается в электросеть через лабораторный автотрансформатор (ЛАТР) 6, напряжение на батарее конденсаторов лампы накачки измеряется киловольтметром 7.

### **Задание. Определение энергии импульса ОКГ**

1. Включить приборы в соответствии с инструкциями.
2. Замерить напряжение питания лампы накачки, используя киловольтметр.
3. Пользуясь кнопкой «пуск», осуществить запуск ОКГ.
4. Измерить напряжение на батарее конденсаторов 4, используя электростатический вольтметр 5 (рис. 266).
5. Повторить п. 2—4 при других значениях напряжения питания лампы накачки, изменяя его при помощи ЛАТРа 6.
6. Рассчитать энергию импульса ОКГ, пользуясь формулой (4), для спектральной чувствительности  $K$  фотоэлемента, соответствующей излучению ОКГ на рубине с длиной волны 694,3 нм.
7. Объяснить полученные результаты, оценить погрешность измерений.

**Л и т е р а т у р а:** [22, т. 3].

## ЧАСТЬ VIII

# ФИЗИКА АТОМНОГО ЯДРА

- |                                                |                                                           |
|------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------|
| 86. Изучение работы счетчика Гейгера — Мюллера | альфа-частиц в воздухе                                    |
| 87. Определение верхней границы бета-спектра   | 89. Ознакомление с методом ядерных фототумульсий          |
| 88. Определение средней длины пробега          | 90. Исследование углового распределения космических лучей |

## 86 ИЗУЧЕНИЕ РАБОТЫ СЧЕТЧИКА ГЕЙГЕРА — МЮЛЛЕРА

**Ц е л ь   р а б о т ы:** *исследование работы счетчика Гейгера — Мюллера и получение счетной характеристики газоразрядного счетчика.*

Счетчики Гейгера — Мюллера относятся к классу газонаполненных детекторов, применяющихся для обнаружения и исследования различного рода радиоактивных и других ионизирующих излучений: альфа- и бета-частиц, гамма-квантов, световых и рентгеновских квантов, частиц космического излучения. Благодаря хорошей чувствительности к различным видам радиоактивного излучения, высокой надежности и простоте изготовления они широко используются в радиометрической технике.

Качество счетчика и его рабочие характеристики определяются зависимостью между скоростью счета и напряжением, приложенным к электродам счетчика. Эта зависимость называется *счетной характеристикой* газоразрядного счетчика.

Счетчики Гейгера — Мюллера бывают двух типов: цилиндрические и торцовые.

Цилиндрический счетчик (рис. 267) изготавливается из тонкой металлической или металлизированной, изнутри стеклянной, герметически замкнутой трубки 1 и металлической нити 2, натянутой вдоль оси внешней оболочки. Нить служит анодом, трубка — катодом.

У торцового счетчика (рис. 268) металлизированный стеклянный корпус 1 является катодом, нить 2 — анодом, а торец корпуса образует тонкое слюдяное окошко 3 толщиной 20—30 мкм. Конец нити 2 для предотвращения коронного разряда на острие закрыт стеклянной бусинкой.

Ионизирующее излучение попадает в объем счетчика либо через боковую поверхность у цилиндрического, либо через слюдяное окошко у торцового счетчика.

Объем счетчиков заполняется благородными газами: аргоном или неоном; рабочее напряжение, подаваемое на счетчик, связано с давлением газа в объеме счетчика (обычно оно составляет 100—200 мм рт. ст.).

Схема включения счетчика дана на рис. 269.

Электроды счетчика Г—М, находящиеся под напряжением  $U_0$ , образуют газоразрядный промежуток с сильно неоднородным электрическим полем. Если напряжение  $U_0$  превышает начальный потенциал зажигания  $U_3$  (обычно  $U_{\text{раб}} = 500 \div 1500$  В), то любая заряженная частица, попавшая в рабочий объем счетчика и образовавшая хотя бы одну пару ионов, вызовет в нем вспышку газового разряда, развитие которого происходит за время  $10^{-7}$ — $10^{-6}$  с.

Возникающий при этом во внешней электрической цепи импульс тока усиливается в усилителе  $У$  и регистрируется пересчетным устройством  $ПУ$ .

Рассмотрим качественно процессы, происходящие в счетчике Гейгера — Мюллера. Образовавшиеся в рабочем объеме счетчика ионы газа под действием электрического поля перемещаются к электродам. Если газ не электроотрицателен, то отрицательными зарядами будут только электроны. Двигаясь к аноду (нити счетчика), они попадают в область с большой напряженностью электрического поля и ускоряются до энергий, достаточных для возбуждения и ионизации атомов газа, с которыми они сталкиваются. Таким образом, каждый электрон на своем пути к аноду создает некоторое количество пар ионов и воз-

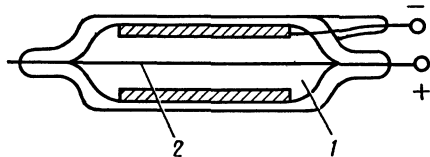


Рис. 267

бужденных атомов, т. е. действует так называемое *газовое усиление*, приводящее к лавине электронов. В то же время возбужденные атомы и молекулы газа высвечиваются, испуская фотоны, часть которых, попадая на катод счетчика, вырывает с его поверхности фотоэлектроны. Эти электроны, двигаясь от катода к аноду, ионизируют на своем пути нейтральные атомы, создают следующую лавину, а из катода вырывается фотонами новая партия электронов и т. д. Через разрядный промежуток счетчика за короткое время проходит последовательная серия электронных лавин.

Если каким-либо образом разность потенциалов между электродами счетчика понизить и сделать на 1—3 В меньше, чем  $U_3$ , ток в счетчике станет неустойчи-

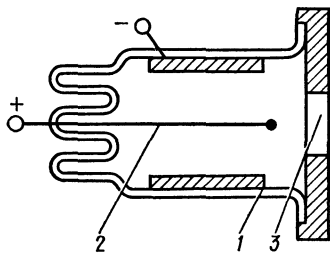


Рис. 268

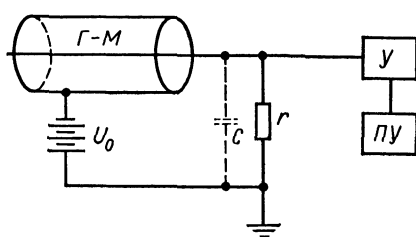


Рис. 269

вым и газовый разряд благодаря случайным флуктуациям оборвется. С этой целью в цепь счетчика (рис. 269) включают достаточно большое сопротивление  $r$  (порядка  $10^8$ — $10^{10}$  Ом), при котором значение тока в счетчике попадает в область неустойчивости. При выполнении этих условий вспышка газового разряда, вызванная появлением в объеме счетчика ионизирующей частицей, спустя некоторое время (около  $10^{-4}$  с) прекращается.

Высокоомное сопротивление  $r$  в цепи счетчика требуется еще и для того, чтобы замедлить возрастание напряжения между электродами и дать время для удаления положительных ионов из рабочего объема.

Гашения разряда в счетчике добиваются, добавляя к основному наполнителю другую смесь газов. Для этой цели используют пары спирта, этилен или галогены: хлор, бром, йод. Молекулы многоатомных газов поглощают фотоны, не испуская при этом электронов, а в качестве одноатомных добавок выбираются электроотрицательные газы — электроны легко захватываются такими атомами, образуя малоподвижные комплексы, которые уже не участвуют в разряде.

Время продолжительности импульса в счетчике называется *мертвым временем* и определяет его *разрешающую способность*. Чем меньше мертвое время, тем большее число ионизирующих частиц может зарегистрировать счетчик в единицу времени.



Счетная характеристика счетчика Гейгера — Мюллера приведена на рис. 270, она показывает зависимость скорости счета  $I$  (при неизменных условиях облучения) от величины напряжения на электродах счетчика  $U$ .

В области напряжений  $I$  (от  $U_3$  до  $U_n$ ) скорость счета резко возрастает с увеличением напряжения и наблюдается большой разброс в амплитудах, возникающих в счетчике электрических импульсов. Далее, в области  $II$  (от  $U_n$  до  $U_k$ ) скорость счета практически не зависит от приложенного к счетчику напряжения. Это так называемое «плато» — рабочая часть счетной характеристики. Счетчики хорошего качества имеют «плато» протяженностью не менее 100 В, а скорость счета в ее пределах изменяется не более чем на 3—5%. В области  $III$  при  $U > U_k$  появляются ложные импульсы, не связанные с регистрацией радиоактивного излучения, вследствие чего скорость счета начинает увеличиваться.

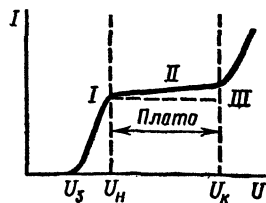


Рис. 270

Рабочее напряжение счетчика выбирают на середине «плато». Так как длина «плато» является индивидуальной характеристикой счетчика, то для выбора рабочего напряжения необходимо снимать счетную характеристику.

При отсутствии источника исследуемого радиоактивного излучения счетчик может давать импульсы за счет частиц космического излучения и других случайных факторов. Скорость счета в этом случае называется *фоном* счетчика. Для снижения постороннего фона счетчик и исследуемый радиоактивный препарат экранируют, помещая их в свинцовый «домик».

## ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

**ПРИБОРЫ и ПРИНАДЛЕЖНОСТИ:** счетчик Гейгера — Мюллера, радиоактивный препарат, свинцовый «домик», высоковольтный выпрямитель, предусилитель, пересчетный прибор, секундомер.

Для снятия счетной характеристики используется установка, функциональная схема которой приведена на рис. 271.

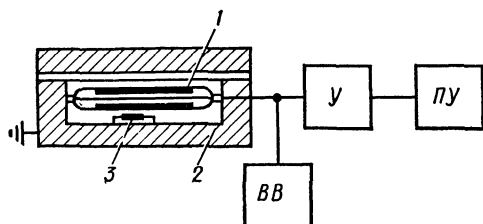


Рис. 271

Исследуемый счетчик Гейгера — Мюллера  $1$  и источник радиоактивного излучения  $3$  находятся в свинцовом «домике»  $2$ ; напряжение на электроды счетчика подается с высоковольтного выпрямителя  $ВВ$ . Электрические импульсы, возникающие в счетчике, формируются и усиливаются в предусилителе  $У$ , далее импульсы регистрируются в пересчетном приборе  $ПУ$ . Порядок включения и работа с приборами даются в прилагаемых к описанию инструкциях. Для определения скорости счета  $I$  необходим секундомер.

### Задание 1. Определение напряжения зажигания счетчика

1. Включить в соответствии с инструкцией приборы и дать прогреться установке в течение 10 мин.

2. Установить в «домик» источник радиоактивного излучения и, постепенно повышая напряжение на электродах счетчика, определить напряжение зажигания  $U_3$ , соответствующее началу счета — регистрации импульсов пересчетным устройством.

## Задание 2. Построение счетной характеристики счетчика

1. Изменяя напряжение, подаваемое на счетчик, и измеряя скорость счета, снять счетную характеристику.

2. Определить протяженность «плато» и установить рабочее напряжение, соответствующее середине «плато» счетной характеристики.

3. Удалив из «домика» источник радиоактивного излучения, установить на счетчике рабочее напряжение и определить скорость счета, соответствующую «фону» счетчика.

4. Оценить погрешность полученных данных.

Л и т е р а т у р а : [3; 9; 22, т. 3].

## 87 ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕРХНЕЙ ГРАНИЦЫ БЕТА-СПЕКТРА

**Цель работы:** *определение максимальной энергии бета-частиц при помощи метода поглощения.*

Бета-частицы, испускаемые каким-либо радиоактивным веществом, имеют непрерывный энергетический спектр. Примерный вид распределения бета-частиц по энергиям показан на рис. 272, где по оси абсцисс отложена величина энергии  $E$ , а по оси ординат — число  $N$  бета-частиц с данной энергией, испускаемых веществом.



Рис. 272

Максимальная энергия  $E_{\text{макс}}$  бета-частиц для различных радиоактивных изотопов может меняться в широких пределах от нескольких тысяч до нескольких миллионов электронвольт. Для каждого изотопа  $E_{\text{макс}}$  имеет вполне определенную величину и является его важной характеристикой. Детальное изучение бета-спектра производится спектрометрическими методами, в которых используется сложная аппаратура и, как правило, необходимы источники большой активности.

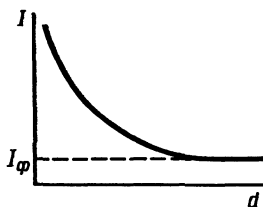


Рис. 273

В тех случаях, когда точность определения максимальной энергии невелика, можно воспользоваться методом поглощения. Суть метода заключается в анализе *кривой поглощения* бета-частиц в каком-либо веществе.

Кривой поглощения называют графическую зависимость интенсивности потока  $I$  бета-частиц, прошедших через слой поглотителя, от толщины  $d$  этого слоя (рис. 273). Обычно в качестве поглотителя используют набор пластинок, выполненных из тонкой алюминиевой фольги.

В первом приближении зависимость  $I$  от  $d$  может быть представлена в виде экспоненты:

$$I = I_0 \exp(-\alpha d), \quad (1)$$

где  $\alpha$  — коэффициент поглощения,  $I_0$  — интенсивность для  $d = 0$ .

Начиная с некоторой предельной толщины поглотителя наступает полное поглощение бета-частиц и скорость счета приближается к фону счетчика (см. лабораторную работу 86).

Величину  $d_{\text{макс}}$  называют *пробегом* бета-частиц с максимальной энергией  $E_{\text{макс}}$ . Обычно пробег выражают в граммах на квадратный сантиметр площади поглотителя, исходя из соотношения

$$R_{\text{макс}} = \rho d_{\text{макс}}, \quad (2)$$

где  $\rho$  — плотность вещества поглотителя.

Между максимальным пробегом  $R_{\text{макс}}$  и энергией  $E_{\text{макс}}$  бета-частиц существует эмпирическая зависимость

$$R_{\text{макс}} = 0,542 E_{\text{макс}} - 0,133, \quad (3)$$

где  $R_{\text{макс}}$  выражается в г/см<sup>2</sup> и  $E_{\text{макс}}$  — в МэВ. Эта формула справедлива для энергий, больших 0,8 МэВ.

## ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

**ПРИБОРЫ и ПРИНАДЛЕЖНОСТИ:** счетчик Гейгера — Мюллера, радиоактивный источник, свинцовый «домик» с «этажеркой», набор тонких алюминиевых пластин, высоковольтный выпрямитель, предусилитель, пересчетное устройство.

В работе используется торцовый счетчик Гейгера — Мюллера. Исследуемый радиоактивный источник в герметической капсуле 1 (рис. 274) помещается в свинцовый «домик» 2 на одну из нижних полочек «этажерки» 3 под торцовым счетчиком 4.

Поглотителем бета-частиц является набор тонких алюминиевых пластин 5, устанавливаемых в «домике».

Для регистрации бета-частиц используется аппаратура, описанная в лабораторной работе 86.

### Задание. Определение максимальной энергии бета-частиц

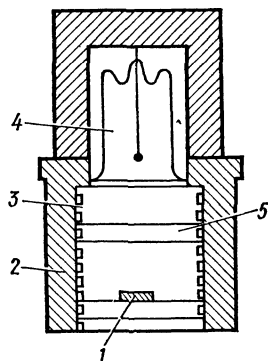


Рис. 274

1. Включить приборы установки и дать им прогреться в течение 10 мин.

2. Установить на счетчике рабочее напряжение и определить «фон» счетчика.

3. Поместить в «домик» исследуемый источник бета-излучения и определить начальную интенсивность бета-излучения при отсутствии поглотителя.

4. Используя набор алюминиевых пластин, снять зависимость интенсивности бета-излучения от толщины  $d$  поглотителя. Построить по полученным данным кривую поглощения.

5. В целях более точного определения максимального пробега  $R_{\text{макс}}$  экстраполяцию необходимо произвести по графику кривой поглощения (по оси ординат откладывают значения  $\ln I$ , а по оси абсцисс —  $d$ ).

6. Используя формулу (3) и найденное путем экстраполяции значение  $R_{\text{макс}}$ , определить величину максимальной энергии бета-частиц.

7. Оценить погрешность результатов.

Л и т е р а т у р а: [3; 9; 22, т. 3].

## 88 ОПРЕДЕЛЕНИЕ СРЕДНЕЙ ДЛИНЫ ПРОБЕГА АЛЬФА-ЧАСТИЦ В ВОЗДУХЕ

**Ц е л ь р а б о т ы:** *определение длины пробега альфа-частиц в воздухе при атмосферном давлении.*

Радиоактивный распад ядер некоторых тяжелых элементов сопровождается испусканием альфа-частиц, представляющих собой ядра атома гелия. Энергия испускаемых альфа-частиц сравнительно велика и составляет несколько миллионов электронвольт. Проходя через вещество, альфа-частицы теряют свою энергию при неупругих соударениях с молекулами и атомами среды, вызывая их возбуждение и ионизацию. Таким образом, двигаясь в среде, альфа-частицы постепенно тормозятся, приобретая в конечном итоге тепловую скорость окружающих молекул.

Начальные энергии всех альфа-частиц, испускаемых ядрами определенного элемента, одинаковы, поэтому можно предположить, что и длины их пробегов должны быть одинаковы. В действительности длины пробегов альфа-частиц несколько отличаются, так как взаимодействие альфа-частиц с веществом носит статистический характер, приводящий к флуктуациям (разбросу) значений длины пробега.

Существует несколько экспериментальных методов определения энергии альфа-частиц и, следовательно, средней длины пробега, например по числу электронно-ионных пар, создаваемых альфа-частицей в ионизационной камере, или по анализу траектории альфа-частицы в магнитном поле камеры Вильсона.

В данной работе применяется метод, основанный на анализе кривой поглощения альфа-частиц в веществе, т. е. зависимости числа частиц, прошедших через поглотитель, от его толщины  $R$ .

Обычно строится зависимость не числа частиц, а интенсивности их потока  $I$ , пропорциональной числу импульсов, сосчитанных регистрирующим прибором в единицу времени. Типичная кривая поглощения представлена на рис. 275 (сплошная кривая).

Длина пробега характеризуется или *средней длиной*  $R_0$ , при которой интенсивность альфа-пучка ослабляется в два раза, или так называемым *экстраполированным пробегом*  $R_s$ , который определяют, построив касательную в точке  $R = R_0$  и продолжив ее до пересечения с осью абсцисс. Величину  $s = R_s - R_0$  называют *параметром разброса*. Пунктиром нанесена производная кривой поглощения  $dI/dR$ , показывающая, сколько альфа-частиц полностью теряют свою энергию при прохождении слоя поглотителя толщиной  $R$ . Это типичная кривая статистического распределения, и абсцисса ее максимума совпадает со средней длиной пробега  $R_0$ .

Между длиной пробега  $R$  и энергией  $E$  альфа-частицы существует приближенная зависимость, выраженная эмпирической формулой Гейгера

$$R = 0,318E^{3/2},$$

где  $R$  выражается в см, а  $E$  — в МэВ.

## ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

**ПРИБОРЫ и ПРИНАДЛЕЖНОСТИ:** контейнер с альфа-радиоактивным препаратом, сцинтилляционный детектор с регистрирующей электронной аппаратурой, секундомер.

Для регистрации альфа-излучения в работе применяется сцинтилляционный детектор, использующий свойство люминесцентного вещества давать световую вспышку при взаимодействии с альфа-частицей.

Экспериментальная установка (рис. 276) состоит из контейнера с альфа-радиоактивным препаратом, сцинтилляционного детектора с регистрирующей электронной аппаратурой, секундомера.

Альфа-радиоактивный препарат прикреплен к торцу винта 3, вращением которого можно изменять расстояние между препаратом и сцинтилляционным экраном 4. Искомое расстояние устанавливается по шкале 2.

Альфа-частицы, дошедшие до сцинтилляционного экрана, взаимодействуют с молекулами сцинтиллятора и вызывают световые вспышки, которые регистрируются фотоумножителем 5. Электрические импульсы с выхода фотоумножителя поступают на вход предусилителя 6 и далее на вход пересчетного устройства 1, собранного на газоразрядных счетных лампах-декатронах. Напряжение на фотоумножитель подается с высоковольтного выпрямителя 7.

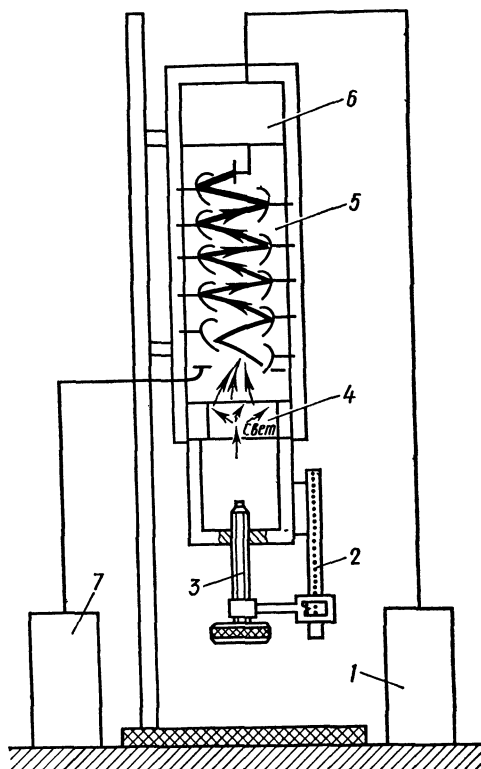


Рис. 276

**Задание.** Снятие зависимости интенсивности альфа-частиц от расстояния до источника излучения

1. Включить установку в сеть и дать ей прогреться в течение 10 мин.

2. В соответствии с инструкцией, прилагаемой к установке, произвести проверку правильности работы пересчетного устройства.

3. Используя микрометрический винт 3, установить начальное расстояние  $R$  между сцинтилляционным экраном и препаратом (экран расположен на уровне, соответствующем нулевой точке шкалы 2).

4. Используя установку, определить интенсивность  $I$  альфа-частиц для начального расстояния  $R$ .

5. Увеличить расстояние между экраном и препаратом на 0,5 см и повторить измерение интенсивности.

6. Продолжая увеличивать расстояния  $R$  через 0,5 см, повторять измерения интенсивности до тех пор, пока не прекратится регистрация альфа-частиц.

7. По полученным данным построить график зависимости  $I = f(R)$  и определить средний пробег  $R_0$ , экстраполированный  $R_0$  и параметр разброса  $s$ .

8. Продифференцировав графически полученную кривую  $I = f(R)$ , определить средний пробег  $R_0$  как абсциссу максимума кривой:

$$\frac{dI}{dR} = \psi(R).$$

9. Оценить погрешность результатов.

Л и т е р а т у р а : [3; 22, т. 2; 26].

## 89 ОЗНАКОМЛЕНИЕ С МЕТОДОМ ЯДЕРНЫХ ФОТОЭМУЛЬСИЙ

**Ц е л ь р а б о т ы:** *определение энергии альфа-частиц при помощи метода ядерных фотоэмульсий.*

Одним из методов исследования ядерных частиц, в развитии которого большую роль сыграли работы советских физиков А. П. Жданова, Л. В. Мысовского, Д. М. Самойловича и др., является м е т о д я д е р н ы х ф о т о э м у л ь с и й (я. ф. э.). Суть метода основана на том, что заряженная ядерная частица, проходя через фотоэмульсию, постепенно теряет энергию, ионизируя атомы и молекулы веществ, входящих в состав эмульсии, и в том числе кристаллы галоидного серебра, делая их способными к проявлению. Если просматривать проявленную фотопластинку под микроскопом, то след прошедшей заряженной частицы на фоне прозрачной пластины будет виден в виде цепочки отдельных черных зерен металлического серебра. Этот след частицы в фотоэмульсии называют *треком*. Зерна серебра расположены в треке тем плотнее, чем больше ионизационная способность ядерной частицы и выше чувствительность фотоэмульсии.

Ядерные фотоэмульсии отличаются от обычных (оптических) большей концентрацией бромистого серебра в желатине (примерно в четыре раза), малыми размерами зерен, что обеспечивает хорошую четкость изображения (мелкозернистая фотоэмульсия).

Одним из достоинств метода я. ф. э. является наглядность изображения зарегистрированного явления. Треки частиц с большой массой (альфа-частиц, протонов, «осколков» деления ядер) имеют, как правило, малую кривизну и практически могут быть приняты за прямую линию. В конце трека плотность зерен на единице длины возрастает, так как с уменьшением скорости ядерной частицы увеличивается вероятность ее взаимодействия с кристаллами бромистого серебра. Используя метод я. ф. э., можно с достаточной точностью измерять длины пробегов частиц в эмульсии, количество следов на единице площади эмульсии, по

числу которых можно судить об интенсивности излучения, а также массу и энергию частицы, определяемые по измерению среднего угла многократного рассеивания частиц вместе со счетом зерен почерневшего серебра.

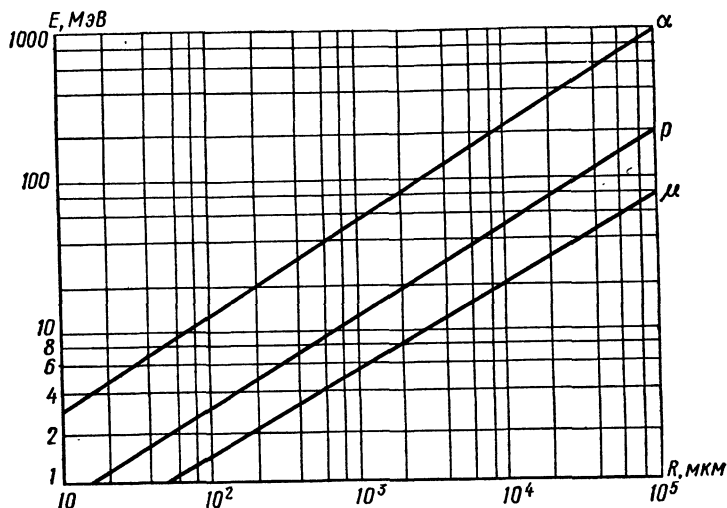


Рис. 277

Длина пробега  $R$  ядерной частицы в фотоэмульсии определенного сорта зависит от ее энергии  $E$ . Чем большей энергией обладает частица, тем большее ее длина пробега в веществе эмульсии. На рис. 277 даны зависимости длины пробега  $R$  от энергии для альфа-частиц, протонов и мю-мезонов в фотоэмульсиях с содержанием бромистого серебра 83—84%.

## ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

**ПРИБОРЫ и ПРИНАДЛЕЖНОСТИ:** исследуемые фотопластины, микроскоп осветитель, набор объективов, объект-микрометр.

В качестве объектов исследования используются фотопластинки, облученные предварительно альфа-частицами полония. Наблюдение треков и определение длины пробега альфа-частиц осуществляется при помощи микроскопа МБИ-1 или МБИ-2, с набором окуляров и объективов, и осветителя ОИ-19. Наиболее удобны для измерений окуляр  $15\times$  с окулярной шкалой и объективы  $20\times$ ,  $40\times$  и  $71\times$ .

Цена деления окулярной шкалы определяется при помощи специальной шкалы, называемой объект-микрометром.

Исследуемая фотопластинка, помещенная на предметный столик микроскопа, может перемещаться в плоскости под объективом в двух взаимно перпендикулярных направлениях с точностью до 0,1 мм. Для этого столик снабжен двумя измерительными шкалами.

Грубое перемещение тубуса микроскопа в вертикальном направлении осуществляется с помощью кремальерного винта, более

точное достигается микрометрическим винтом, связанным с отсчетным барабаном; поворот на одно деление барабана дает перемещение тубуса по вертикали на 2 мкм.

### **Задание. Определение энергии альфа-частиц**

1. Включить осветитель и, направив свет на зеркало микроскопа, добиться равномерного освещения поля зрения, осторожно поворачивая зеркало. Освещенность поля зрения следует подобрать, изменяя накал лампы и величину отверстия диафрагмы осветителя.

2. Поднять тубус микроскопа и закрепить на предметном столике фотопластинку эмульсией вверх.

3. Для исследования треков в фотоэмульсии провести фокусировку микроскопа сначала с  $20\times$  объективом.

Порядок фокусировки следующий: при помощи кремальерного винта осторожно опустить тубус до соприкосновения объектива с поверхностью фотопластинки и затем медленно его поднимать, пока в поле зрения не окажется зернистая поверхность фотоэмульсии. Используя далее микрометрический винт, следует добиться максимальной резкости изображения. Перейти последовательно к объективам  $40\times$  и  $71\times$ , вновь добиваясь максимальной резкости изображения.

4. Провести измерения длины треков, выбирая те, которые не слишком сильно углубляются в толщу эмульсии.

В этом случае видимая в микроскоп горизонтальная проекция трека будет мало отличаться от его действительной длины.

5. Провести измерения не менее 30 треков и подсчитать среднее значение пробега альфа-частиц  $R$ .

6. Используя график зависимости длины пробега  $R$  от энергии  $E$ , определить энергию альфа-частиц.

7. Объяснить полученные результаты.

Л и т е р а т у р а : [3; 22, т. 2, 3; 26].

## **90 ИССЛЕДОВАНИЕ УГЛОВОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ КОСМИЧЕСКИХ ЛУЧЕЙ**

**Цель работы:** *исследование зависимости интенсивности космического излучения от выбранного направления.*

*Космическими лучами* называют поток атомных ядер и элементарных частиц высоких энергий, в основном протонов, идущих из космического пространства, и образуемое ими в земной атмосфере вторичное излучение, в котором встречаются практически все известные в настоящее время элементарные частицы. Обладая колоссальной энергией (в среднем около  $10^{10}$  эВ), частицы космического излучения превосходят по своей проникающей способности все другие виды ядерных излучений.

Поток первичного космического излучения на уровне моря составляет в среднем  $1,75 \cdot 10^{-2}$  частиц/(см<sup>2</sup>·с) и весьма мало меняется с солнечной активностью. Интенсивность и состав космического излучения, а также превращения, испыты-



ваемые ими в атмосфере, довольно хорошо изучены. Космические частицы, в первую очередь быстрые электроны, дали впервые возможность экспериментального исследования электромагнитных процессов при энергиях, превышающих миллиарды электронвольт. В космическом излучении были впервые обнаружены многие элементарные частицы (позитроны, пионы, мюоны, К-мезоны и гипероны). Исследования этого весьма слабого по своей интенсивности излучения стимулировали развитие многих новых экспериментальных методов и привели к важнейшим открытиям, существенно расширившим наши представления о природе элементарных частиц, о свойствах космического пространства и процессах в звездах, в которых генерируются космические лучи.

Интенсивность космического излучения у поверхности Земли зависит от направления измерений и приближенно может быть представлена формулой

$$I = I_0 \cos^2 \varphi,$$

где  $I_0$  и  $I$  — интенсивности космического излучения в вертикальном направлении и под углом  $\varphi$  к вертикали. Такая зависимость обусловлена поглощением космических лучей в воздухе атмосферы, толщина которого минимальна в вертикальном направлении и растет с увеличением угла  $\varphi$ .

## ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

**ПРИБОРЫ и ПРИНАДЛЕЖНОСТИ:** «телескоп» с набором счетчиков Гейгера — Мюллера, высоковольтный выпрямитель, установка для регистрации совпадений типа ССА.

Для измерения интенсивности космического излучения в заданном направлении может быть использован так называемый «телескоп». Он состоит из трех рядов счетчиков Гейгера — Мюллера  $\Gamma$  — М, расположенных в одной плоскости (рис. 278) и включенных в схему совпадений. Схемой совпадений называется электронная схема, позволяющая регистрировать только те ядерные частицы, которые вызывают при своем прохождении последовательно разряды во всех трех рядах счетчиков «телескопа».

Таким образом, если плоскость, в которой расположены счетчики «телескопа», расположить под углом  $\varphi$  к горизонту, то схема сов-

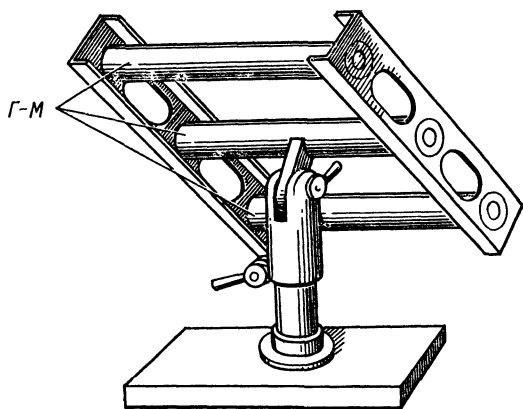


Рис. 278

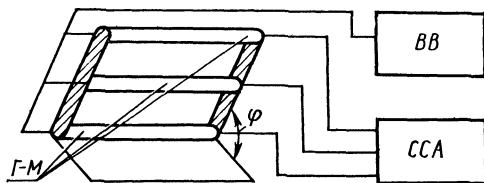


Рис. 279

падений будет регистрировать только космические частицы, движущиеся под углом  $\varphi$  к горизонту.

Функциональная схема экспериментальной установки показана на рис. 279. В нее входят «телескоп», состоящий из счетчиков Гейгера — Мюллера  $G-M$ , высоковольтного выпрямителя  $BB$ , питающего счетчики, и установка для регистрации совпадений типа ССА.

### **Задание. Построение зависимости интенсивности космического излучения от направления**

1. Ознакомиться с установкой типа ССА и высоковольтным выпрямителем по инструкции и провести их проверку.

2. Включить установку ССА, подать на счетчики «телескопа» рабочее напряжение с высоковольтного выпрямителя и проверить работоспособность «телескопа» в соответствии с инструкцией.

3. Переключить установку на регистрацию тройных совпадений и измерить скорость счета тройных совпадений при вертикальном положении плоскости «телескопа».

4. Изменяя угол на  $15^\circ$ , повторить измерения п. 3 вплоть до горизонтального положения плоскости «телескопа». Результаты измерений занести в таблицу.

5. По полученным данным построить график зависимости интенсивности космического излучения  $I$  от угла  $\varphi$  с вертикалью, откладывая по оси ординат интенсивность счета импульсов совпадений, а по оси абсцисс — величину угла с вертикалью.

6. Сделать выводы по полученным результатам.

**Л и т е р а т у р а:** [9; 22, т. 3; 33].

## **ПРИЛОЖЕНИЯ**

|                                         |                                  |
|-----------------------------------------|----------------------------------|
| Математическое дополнение I . . . . .   | и индуктивностей . . . . .       |
| Математическое дополнение II . . . . .  | Применение ЭВМ для обработки ре- |
| Математическое дополнение III . . . . . | зультатов измерений . . . . .    |
| Мостовой метод измерения электри-       | Программа . . . . .              |
| ческих сопротивлений. . . . .           | Таблицы . . . . .                |
| Мостовые методы измерения емкостей      |                                  |

### **МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ДОПОЛНЕНИЕ I**

Решение линейного дифференциального уравнения 2-го порядка в обыкновенных производных типа

$$\ddot{x} + 2\delta\dot{x} + \omega_0^2 x = 0 \quad (1)$$

ищется в виде экспоненты:

$$x = \text{const} \cdot e^{\beta t}, \quad (2)$$

Подставив (2) в (1), получим характеристическое уравнение

$$\beta^2 + 2\delta\beta + \omega_0^2 = 0. \quad (3)$$

Его решения:

$$\begin{aligned} \beta_1 &= -\delta + \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2} = -\delta + i\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2} = -\delta + i\omega; \\ \beta_2 &= -\delta - \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2} = -\delta - i\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2} = -\delta - i\omega, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $i$  — мнимая единица, а  $\omega \equiv \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$ . Решения уравнения (1) ищем теперь в виде суммы двух независимых решений:

$$x = Me^{\beta_1 t} + Ne^{\beta_2 t}. \quad (5)$$

С учетом (4)

$$x = Me^{-\delta t} e^{i\omega t} + Ne^{-\delta t} e^{-i\omega t}. \quad (6)$$

Поскольку по формуле Эйлера

$$e^{i\omega t} = \cos \omega t + i \sin \omega t,$$

то уравнение (6) может быть записано через  $\sin$  и  $\cos$ :

$$x = e^{-\delta t} (B \cos \omega t + C \sin \omega t). \quad (7)$$

Здесь вместо  $M$  и  $N$  введены новые константы  $B$  и  $C$ . Уравнение (7) можно привести к более удобному виду подстановкой

$$B = x_0 \cos \varphi_0; \quad C = -x_0 \sin \varphi_0, \quad (8)$$

где  $x_0 \equiv \sqrt{B^2 + C^2}$  и  $\tan \varphi_0 \equiv -C/B$ .

Учитывая (8), можно (7) переписать в виде

$$x = x_0 e^{-\delta t} \cos(\omega t + \varphi_0). \quad (9)$$

Уравнение (9) и есть уравнение (IV.7). Новые постоянные  $x_0$  и  $\varphi_0$  определяются из начальных условий.

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ДОПОЛНЕНИЕ II

Общее решение неоднородного линейного уравнения

$$\ddot{x} + 2\delta \dot{x} + \omega_0^2 x = F_0 \sin \Omega t \quad (10)$$

является суммой общего решения соответствующего однородного уравнения и частного решения неоднородного уравнения. Первое уже найдено:

$$x = x_0 e^{-\delta t} \cos(\omega t + \varphi_0). \quad (11)$$

Второе ищется в виде

$$x = D_1 \sin \Omega t + D_2 \cos \Omega t, \quad (12)$$

где  $D_1$  и  $D_2$  — постоянные, значения которых должны удовлетворять уравнению (IV.10)

Подставляя (12) в (10), получаем

$$(\omega_0^2 - \Omega^2) (D_1 \sin \Omega t + D_2 \cos \Omega t) + 2\delta \Omega (D_1 \cos \Omega t - D_2 \sin \Omega t) = F_0 \sin \Omega t.$$

Чтобы это уравнение удовлетворялось в любой момент, следует приравнять коэффициенты при синусе и косинусе в левой и правой частях уравнения:

$$\left. \begin{aligned} (\omega_0^2 - \Omega^2) D_1 - 2\delta \Omega D_2 &= F_0, \\ 2\delta \Omega D_1 + (\omega_0^2 - \Omega^2) D_2 &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

Решая систему (13) относительно  $D_1$  и  $D_2$ , находим:

$$D_1 = \frac{(\omega_0^2 - \Omega^2)}{\Delta} F_0; \quad D_2 = \frac{-2\delta \Omega}{\Delta} F_0, \quad (14)$$

где  $\Delta$  — определитель системы (13):

$$\Delta = (\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + 4\delta^2 \Omega^2. \quad (15)$$

Общее решение уравнения (10) (считая  $\omega_0 > \delta$ ) имеет вид

$$x = x_0 e^{-\delta t} \cos(\omega t + \varphi_0) + D_1 \sin \Omega t + D_2 \cos \Omega t. \quad (16)$$

Каковы бы ни были начальные условия, наличие показательного множителя  $e^{-\delta t}$  приводит со временем к исчезновению первого слагаемого в (16). Собственные колебания затухают. После этого останутся вынужденные колебания, и (16) можно записать (если заменить  $D_1$  на  $A \cos \Psi$ ;  $D_2$  на  $A \sin \Psi$ ) в виде

$$x = A \sin(\Omega t + \Psi), \quad (17)$$

где  $A = \sqrt{D_1^2 + D_2^2}$  и  $\operatorname{tg} \Psi = D_2/D_1$ .

Учитывая (14), имеем:

$$A = \frac{F_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + 4\delta^2}}; \quad \operatorname{tg} \Psi = -\frac{2\delta\Omega}{\omega_0^2 - \Omega^2}. \quad (18)$$

Из (17) видно, что вынужденные колебания совершаются с частотой, равной вынуждающей частоте  $\Omega$ .

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ДОПОЛНЕНИЕ III

*Теоретическое обоснование возможности разложения любой периодической функции в ряд по гармоническим функциям*

Чтобы показать принципиальную возможность представить любую функцию одного аргумента в виде суммы некоторого набора взаимосвязанных функций, лучше всего обратиться к аналогии в теории линейных пространств (т. е. к линейной алгебре).

Известно, что любая точка привычного для нас трехмерного пространства может быть представлена радиус-вектором  $\mathbf{r}$ , т. е. функцией, которая может быть представлена в виде суммы трех составляющих векторов (трех независимых функций), направленных вдоль произвольно ориентированных (но ортогональных друг другу в декартовой системе координат) осей:

$$\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}.$$

Можно представлять  $n$ -мерный вектор-функцию в  $n$ -мерном пространстве (где  $n$  — любое число измерений). Этот радиус-вектор также может быть разложен на  $n$  ортогональных составляющих

$$\mathbf{r}_n = x_1\mathbf{e}_1 + x_2\mathbf{e}_2 + \dots + x_n\mathbf{e}_n = \sum_{i=1}^n x_i\mathbf{e}_i,$$

где  $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \dots$  — орты — единичные векторы вдоль координатных осей.

Разложение вектора по осям декартовой (прямолинейной, прямоугольной) системы координат является наиболее простой и чаще всего используемой, но не единственной возможностью представить радиус-вектор (функцию) в виде суммы векторов (функций); радиус-вектор может быть представлен и в виде разложения по произвольной совокупности независимых направлений (в криволинейной, координатной системе координат). Важно, что выбор системы координат (совокупности достаточного числа независимых направлений) произволен и разложение по этой совокупности направлений осуществляется единственным образом.

Если вместо линейного  $n$ -мерного ( $n$  может быть бесконечно велико) пространства представить совокупность всех возможных функций некоторой переменной, то, продолжая обобщение, можно утверждать, что любая функция (аналог радиус-вектора) может быть представлена в виде суммы некоторых функций (аналогов составляющих радиус-вектора вдоль координатных осей), т. е. любая функция может быть разложена в ряд по определенным системам функций. Выбор такой системы функций аналогичен выбору системы координат в линейном пространстве. Нахождение всевозможных систем функций, по которым можно производить разложение, является одной из задач математической физики (это так называемые задачи на нахождение собственных функций и собственных значений параметров, при которых имеют решение линейные дифференциальные уравнения второго порядка). Аналогично простейшей, декартовой системе координат в линейном пространстве, в пространстве функций существует простейшая система функций, по которой можно разложить любую периодическую функцию.

Такой системой является совокупность гармонических (синусоидальных) функций с кратно возрастающим множителем в аргументе ( $\sin \omega t$ ,  $\sin 2\omega t$ , ...,  $\sin n\omega t$ ), а значение самого аргумента определяется периодом исследуемой функции  $T = 2\pi/\omega$ . Такое представление функции в виде суммы гармонических функций называется *разложением в ряд Фурье* или *гармоническим анализом*.

## МОСТОВОЙ МЕТОД ИЗМЕРЕНИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СОПРОТИВЛЕНИЙ

Наиболее точным методом измерения электрических сопротивлений является **мостовой метод**. Приборы, основанные на мостовом методе, носят название *мостов постоянного* или *переменного тока* в зависимости от рода питающего источника.

Принципиальная схема моста постоянного тока приведена на рис. 280. Мост состоит из четырех резисторов  $r_1$ ,  $r_2$ ,  $r_3$  и  $r_x$  с сопротивлениями  $r_1$ ,  $r_2$ ,  $r_3$  и  $r_x$ , образующих замкнутый четырехугольник. Стороны этого четырехугольника называются *плечами моста*. В одну диагональ включен источник постоянного напряжения  $E$ , а в другую — индикатор нуля  $\Gamma$ .

В качестве индикатора используются чувствительные гальванометры с нулем посередине.

При равенстве потенциалов точек  $a$  и  $b$  ток в цепи индикатора отсутствует и мост считается уравновешенным или сбалансированным. Положение равновесия достигается соответствующим подбором сопротивлений плеч моста.

Предположим, что мост уравновешен. В этом случае ток в индикаторную диагональ не ответвляется и через резисторы  $r_1$  и  $r_2$  протекает один и тот же ток  $I_1$ , а через  $r_3$  и  $r_x$  — одинаковые токи  $I_2$ . Так как разность потенциалов между точками  $a$  и  $b$  отсутствует, то эти токи создают одинаковые падения напряжения на сопротивлениях  $r_1$ ,  $r_x$  и  $r_2$ ,  $r_3$ , т. е.

$$I_1 r_1 = I_2 r_x; \quad I_1 r_2 = I_2 r_3,$$

откуда

$$r_x = r_1 r_3 / r_2. \quad (1)$$

Иногда резисторы  $r_1$  и  $r_2$  заменяются реохордом, который представляет собой натянутую по прямой линии или по окружности манганиновую проволоку со

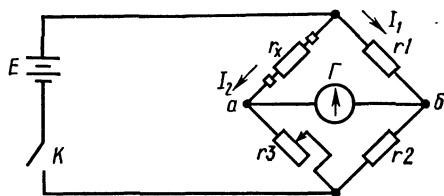


Рис. 280

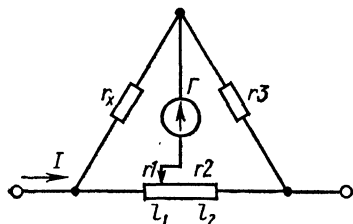


Рис. 281

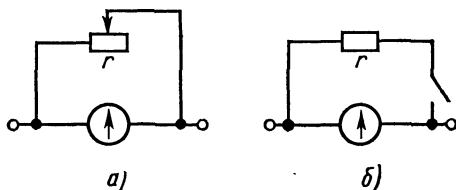


Рис. 282

скользящим по ней движком. Так как сопротивление этой проволоки прямо пропорционально ее длине, то отношение сопротивлений  $r_1/r_2$  двух участков проволоки, разделенных движком, будет равно отношению длин этих участков  $l_1/l_2$  (рис. 281). Величина измеряемого сопротивления в этом случае определяется по формуле  $r_1 = r_3 l_1 / l_2$ . Для реохордного моста достаточная точность измерения по-

лучается при отношении  $l_1/l_2$  в пределах от 0,1 до 10. Наибольшая точность соответствует случаю  $l_1/l_2 = 1$ . Если мост неуравновешен, то через чувствительный индикатор может протекать большой, опасный для него ток. Поэтому в начале измерений искусственно понижают чувствительность гальванометра, шунтируя его переменным сопротивлением (рис. 282, а) или постоянным сопротивлением с выключателем (рис. 282, б).

Когда равновесие приближенно найдено с зашунтированным гальванометром, шунт выключают и более точно устанавливают равновесие.

## МОСТОВЫЕ МЕТОДЫ ИЗМЕРЕНИЯ ЕМКОСТЕЙ И ИНДУКТИВНОСТЕЙ

Измерение емкостей и индуктивностей производится на переменном токе низкой или высокой частоты, в частности на частоте 50 Гц. Так как емкость и индуктивность обладают на переменном токе реактивными сопротивлениями ( $\omega L = r_L$  для индуктивности и  $1/(\omega C) = r_C$  для емкости), то простейшим, хотя и не всегда

удобным, способом является определение  $C$  и  $L$  по величине их сопротивлений  $r_C$  и  $r_L$ . Большое распространение для измерения емкостей и индуктивностей получили методы переменного тока.

В общем случае схема моста имеет вид, показанный на рис. 283. Плечи моста составлены из четырех резисторов  $r_x$ ,  $r_1$ ,  $r_2$  и  $r_3$ , которые могут носить *активный, реактивный* (емкостный, индуктивный) или *комплексный* (смешанный) характер. Одно из сопротивлений, например  $r_x$ , представляет собой измеряемое сопротивление. Питание моста про-

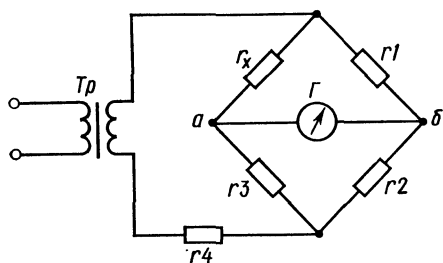


Рис. 283

изводится от источника переменного тока частоты  $\omega$ , напряжение которого подводится через трансформатор  $Tr$  к одной из диагоналей моста. К другой диагонали подключен индикатор нуля переменного тока.

Так же как в мостах постоянного тока, процесс измерения мостами переменного тока сводится к уравниванию моста, которое характеризуется отсутствием разности потенциалов между точками  $a$  и  $b$ . Можно показать, что условиями равновесия моста являются равенства между собой произведений полных сопротивлений противоположных плеч моста, т. е.

$$r_x r_2 = r_1 r_3, \quad (2)$$

*a также равенство между собой сумм фазовых углов (между напряжением и током) этих же плеч моста, т. е.*

$$\varphi_x + \varphi_2 = \varphi_1 + \varphi_3. \quad (3)$$

Условие (2) может быть всегда выполнено путем регулировки величин сопротивлений плеч моста. Возможность же выполнения условия (3) зависит в первую очередь от правильности выбора схемы моста. Очевидно, что последнее условие соблюдается, если все четыре плеча состоят из одинаковых элементов — активных сопротивлений, емкостей или индуктивностей. Если же, например, сопротивление  $r_x$  и  $r_2$  являются чисто активными, т. е. сумма их фазовых углов  $\varphi_x + \varphi_2 = 0$ , то при сопротивлении  $r_1$ , представляющем собой емкость  $C$ , сопротивление  $r_2$  обязательно должно быть индуктивным:

$$\varphi_x + \varphi_2 = \varphi_1 + \varphi_3.$$

Тогда

$$\varphi_3 = -\varphi_1 = 90^\circ.$$

Типовые схемы мостов для измерения  $C$  и  $L$  показаны на рис. 284. В случаях *а* и *б* применяются градуированный конденсатор  $C_3$  и эталонные конденсаторы  $C_1$  и  $C_2$  или резисторы  $r_1$  и  $r_2$ . Из первого условия равновесия для случая *а* легко получить формулу

$$C_x = C_1 C_3 / C_2, \quad (4)$$

а для случая *б* —

$$C_x = C_1 r_1 / r_2. \quad (5)$$

В случае *в* (мостик Соти) применяется эталонный конденсатор постоянной емкости, а сопротивления  $r_1$  и  $r_2$  получаются при помощи реохорда, градуированного по величине отношения  $r_1/r_2$ . Для измерения индуктивностей становится важной регулировка фазовых углов, так как катушки обладают заметным активным сопротивлением. В случаях *г* (мост Максвелла) и *д* показаны мосты для измерения  $L$ . В них обязательно присутствует переменный резистор  $r_3$  для балансировки фазовых углов. Переключатель позволяет подключать  $r_3$  к той или иной катушке в зависимости от того, какая из них обладает меньшим активным сопротивлением. Для случая *г* величина  $L_x$  определяется формулой

$$L_x = L_1 r_1 / r_2, \quad (6)$$

для случая *д* —

$$L_x = C_1 r_1 r_2. \quad (7)$$

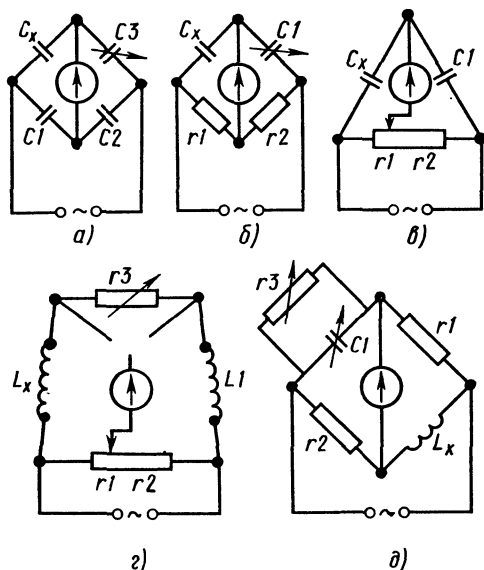


Рис 284

## ПРИМЕНЕНИЕ ЭВМ ДЛЯ ОБРАБОТКИ РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

За последнее время заметно изменился облик научного эксперимента. Все чаще исследования проводятся с помощью сложных дорогостоящих установок, в создании которых принимает участие большое количество инженеров, конструкторов, ученых. Наблюдается стремление максимально автоматизировать работу этих экспериментальных установок и процессы измерений, с тем чтобы как можно полнее, быстрее и надежнее получить полезную информацию из неуклонно возрастающих потоков экспериментальных данных. Широкое распространение получила теория планирования эксперимента, которая позволяет исследовать многофакторные ситуации, количественно оценить эффекты влияния различных факторов и их взаимодействия и принимать оптимальные решения. Все это становится возможным лишь благодаря применению ЭВМ, без которых сейчас уже не обходится ни одно серьезное исследование. Поэтому возникает необходимость подготовки студентов к использованию ЭВМ для обработки информации с самого первого курса. Физический практикум представляет для этого большие возможности. Применение ЭВМ в физическом практикуме является эффективным методом обработки и анализа результатов эксперимента, открывает большие возможности в деле повышения уровня экспериментальных исследований, а также позволяет сделать лабораторные работы более содержательными. Машинные методы обработки результатов, освобождая студентов от большого объема трудоемких вычислений, дают возможность:

1) полное использовать методы математической статистики и прикладной математики для обработки экспериментальных данных;

2) глубже изучать вопросы физики за счет увеличения объема обрабатываемого экспериментального материала и усложнения постановки задачи;

3) планировать эксперимент, т. е. рассчитывать, какой необходимый объем информации и максимальную точность результатов измерений можно получить при минимальной затрате времени;

4) приблизить уровень постановки студенческих лабораторных работ к уровню современных научных исследований.

На кафедре физики Московского станкоинструментального института были составлены программы и внедрен в лабораторный практикум ряд работ с применением малых электронно-вычислительных машин типа «МИР-1». Эта работа велась в тесном содружестве с кафедрой физики № 2 Ленинградского гос. университета им. Жданова\*.

В качестве примера приведена лабораторная работа «Определение коэффициента линейного расширения металлов». Применение ЭВМ позволило в данном случае для обработки результатов измерений использовать метод наименьших квадратов, который при традиционных методах обработки результатов в студенческом практикуме не используется из-за большого объема вычислений. За счет рационального планирования эксперимента при этом удалось определить погрешность измерения с заданной надежностью и повысить точность результата. Ниже для указанной работы приведены алгоритм вычислений, программа и комментарий к программе, который позволяет перейти от описания алгоритма вычислений данной физической величины к обозначению ее на языке машины.

В зависимости от подготовленности студентов к использованию вычислительной техники и наличию ее на кафедре можно выделить два основных метода применения ЭВМ в физическом лабораторном практикуме. В первом студент в соответствии с комментариями снимает экспериментальные данные и записывает их в таблицу «Исходные данные для расчета на ЭВМ». По полученным от ЭВМ данным студент ведет обработку и анализ результатов.

Во втором случае студент принимает активное участие в составлении программы для данной задачи. Он «конструирует» программу из имеющихся на кафедре стандартных блоков: оформления заголовка, обработки прямых измерений, обработки косвенных измерений, блока метода наименьших квадратов, блока оценки линейной зависимости вида  $y = Ax + B$ , стандартизованных блоков выводов.

## А л г о р и т м   в ы ч и с л е н и й

### 1. Вычисление результатов измерений:

$$\bar{\alpha}_m = \text{TKL} = \frac{1}{L_{\text{сг}}} \frac{L_i - L_{\text{сг}}}{T_i - T_{\text{сг}}} = \frac{\Delta L}{L_{\text{сг}} \Delta T}, \quad (1)$$

где  $\bar{\alpha}_m$  — средний интегральный температурный коэффициент длины (TKL) для данного материала;  $L_i$  и  $L_{\text{сг}}$  — длины исследуемого стержня из данного материала при температурах  $T_i$  и  $T_{\text{сг}}$ ;  $\Delta T_i$  и  $\Delta L_i$  — приращения температуры и длины:

$$(\Delta L_i / \Delta T_i)_m = (\bar{\alpha}_m L_{\text{сг}} \Delta T_i \pm \Delta L_0)_m. \quad (2)$$

Выражение (2) — аппроксимирующий полином для расчета его коэффициентов процедурой уточнения по методу наименьших квадратов (МНК):

$$\alpha_m L_{\text{сг}} = \text{TKL} L_{\text{сг}} = \text{tg } \varphi,$$

где  $\text{tg } \varphi$  — тангенс угла наклона прямой линии,  $L_0$  — постоянная величина, зависящая от системы отсчета.

---

\* См.: Физический практикум с применением ЭВМ/Отв ред. М. Ф. Верес  
Изд-во ЛГУ, 1977.



## 2. Вычисление параметров линейной зависимости (2) МНК:

$$(\operatorname{tg} \varphi) = \frac{n [\Delta T_i \Delta L_i] - [\Delta T_i] [\Delta L_i]}{n [\Delta T_i^2] - [\Delta T_i]^2}, \quad (3)$$

$$\alpha_m = \text{TKL} = \frac{(\operatorname{tg} \varphi)_m}{(L_{\text{CT}})_m}, \quad (4)$$

$$(\Delta L_0)_m = \frac{[\Delta T_i^2] [\Delta L_i] - [\Delta T_i] [\Delta L \Delta T_i]}{n [\Delta T_i^2] - [\Delta T_i]^2}. \quad (5)$$

## 3. Формулы ошибок.

Остаточная дисперсия:

$$S_0^2 = \frac{[\Delta L_i^2] - \operatorname{tg} \varphi [\Delta L_i \cdot \Delta T_i] - \Delta L_0 [\Delta L_i]}{n - 2}. \quad (6)$$

Выборочная дисперсия коэффициента  $\operatorname{tg} \varphi$ :

$$S_{\operatorname{tg} \varphi}^2 = \frac{n S_0^2}{n [\Delta T_i^2] - [\Delta T_i]^2}. \quad (7)$$

Выборочная дисперсия коэффициента  $\alpha_m = \text{TKL}$ :

$$S_{\alpha_m}^2 = S_{\operatorname{tg} \varphi}^2 + S_{L_{\text{CT}}}^2. \quad (8)$$

Выборочная дисперсия коэффициента  $\Delta \alpha_0$ :

$$S_{\Delta L_0}^2 = \frac{S_0^2 [\Delta T_i^2]}{n [\Delta T_i^2] - [\Delta T_i]^2} = S_{\operatorname{tg} \varphi}^2. \quad (9)$$

Доверительные интервалы коэффициентов полинома (2) при доверительных вероятностях  $\alpha$ :

$$\Delta (\operatorname{tg} \varphi)_m = S_{\operatorname{tg} \varphi} t_{\alpha, n-1}, \quad (10)$$

$$\Delta (\Delta L_0)_m = S_{\Delta L_0} t_{\alpha, n-1}, \quad (11)$$

$$\Delta \alpha_m = \text{TKL} = \sqrt{\frac{\{\Delta (\operatorname{tg} \varphi)\}}{L_{\text{CT}}^2} + \frac{\operatorname{tg}^2 \varphi (\Delta L_{\text{CT}})^2}{L_{\text{CT}}^4}}. \quad (12)$$

## Комментарий к программе

### Характеристика входных величин (описательная часть программы)

| Обозначения входных величин в ЭВМ |                 | Физический смысл обозначаемых величин                     |
|-----------------------------------|-----------------|-----------------------------------------------------------|
| в описании алгоритма вычислений   | на языке машины |                                                           |
| $ L_{\text{CT}} _m$ , мм          | LC              | Длина стержня для материалов при температуре $T$          |
| $ T_{\text{CT}} $ , К             | —               | Стандартная температура                                   |
| $\{\Delta T_i\}_m$ , К            | T [N]           | Массивы приращений температур, полученных из эксперимента |
| $\{\Delta L_i\}_m$ , мм           | L[N]            | Массивы приращений длин стержней для $T$                  |
| $n$                               | N               | Число измерений                                           |
| $\alpha$                          | —               | Доверительный интервал                                    |
| $t_{\alpha, n-1}$                 | KC              | Коэффициент Стьюдента                                     |

*Характеристика выходных величин*  
(вывод на печать, расчетная часть программы)

| Обозначение выходных величин                                                                                                                                                                               |                                                                                   | Физический смысл обозначаемых величин                                                                                                                                                      |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| в описании алгоритма вычислений                                                                                                                                                                            | на языке машины                                                                   |                                                                                                                                                                                            |
| $\{\Delta T_i\}_m$ , К<br>$\{\Delta L_i\}_m$ , мм<br>$\{\bar{L}_i\}_m$ , К <sup>-1</sup><br>$\bar{\alpha}_m$ , К <sup>-1</sup><br>$(S_{\alpha})_m$ , К <sup>-1</sup><br>$\Delta\alpha_m$ , К <sup>-1</sup> | DELTHA T<br>DELTHA L<br>TKL инт<br>ср. инт TKL }<br>ср. кв. зн }<br>Дов. инт ТК } | Массивы:<br>приращений температур<br>приращений длин стержней<br>Интегральное значение TKL<br>Среднее значение интегрального TKL, его среднеквадратичное значение и доверительный интервал |
| <i>Коэффициенты аппроксимирующего полинома;<br/>процедура уточнения по МНК</i>                                                                                                                             |                                                                                   |                                                                                                                                                                                            |
| $\text{tg}\varphi_m = (\alpha L_{\text{CT}})_m$<br>$\alpha_m = \left(\frac{\text{tg}\varphi}{L_{\text{CT}}}\right)_m$<br>$(\Delta L_0)_m$ , мм                                                             | A<br>TKL<br>B                                                                     | Коэффициенты аппроксимирующего полинома                                                                                                                                                    |
| <i>Ошибки коэффициентов аппроксимирующего полинома</i>                                                                                                                                                     |                                                                                   |                                                                                                                                                                                            |
| $(S_0)_m$<br>$(S \text{ tg}\varphi)_m$<br>$(S_{\Delta\alpha 0})_m$<br>$(S_{\bar{\alpha}})_m$                                                                                                               | SO ↑ 2<br>SA<br>SB<br>S   TKL                                                     | Остаточная дисперсия<br>Оценки среднеквадратичных отклонений среднего арифметического коэффициентов полинома                                                                               |
| $\Delta(\text{tg}\varphi)_m$<br>$\Delta(L_0)_m$<br>$\Delta L_m$                                                                                                                                            | ДА<br>ДВ<br>Дов. интервал TKL                                                     | Доверительные интервалы коэффициентов аппроксимирующего полинома                                                                                                                           |

Примечание. Суммы элементов массивов, суммы произведений и квадратов массивов, необходимые для определения коэффициентов полинома, выведены на печать для контроля за ходом вычислений.

## ПРОГРАММА

*Определение среднего коэффициента теплового линейного расширения металла (лабораторная работа 23)*

«6.1.Q = 0; B = 0; C = 0; Б = 0; П = 0; Р = 0; Э = 0; Ж = 0; Ф = 0; «ВЫВ» «ЗАГ» «ТАБЛ» 1, N, DELTHA L, DELTHA T, TKL.ИНТ.; D = 0; Д = 0; «ДЛ» I = 1 «Ш» 1 «ДО» N «ВЫП» (T = T [1]; L = L [1]; A = L/(LC × T); Q = Q + T; B = B + T ↑ 2; C = C + L; Б = Б + L ↑ 2; Э = Э + A; Ж = Ж + A ↑ 2; П = П + T × L; «ВЫВ» «ТАБЛ» 1, 1, L[1], T, A); 3.N1 = N - 1; QK = Q ↑ 2; XA = Э/N; AS = Ж - Э ↑ 2/N; SX = √(AS/(N × N1)); ДХ = KC × SX; «ВЫВ» «3 Н» «СТР», [СР. 3Н. ИНТ. TKL =], ХА, «ПР» 3, [СР. КВ. ЗН. =], SX, «ПР» 3, [ДОВ. ИНТЕРВАЛ TKL =], ДХ, «СТР», [××××××××××], «СТР», [SX =], 0, [SX ↑ 2 =], В, [SXY =], П, «СТР», [ZY =], С, [ZY ↑ 2 =], Б, «СТР»; 3 = N × B - QK; A1 = (N × П - Q × C)/3; B1 = (B × C - Q × П)/3; S0 = (Б - A1 × П - B1 × C)/(N - 2); S1 = N × S0/(N × B - QK); SA = √(S1); S2 = (S1 × B)/N; SB = √(S2); ДА = KC × SA; ДВ = KC × SB; TKL = A1/LC; S3 = SA/A1 × TKL; ДТЛ = S3 × KC; «ВЫВ» «3Н» [A =], A1, «ПР» 3, [B =], B1, «ПР» 3, [SO ↑ 2 =], S0, «СТР», [SA =], SA, «ПР» 3, [SB =], SB, «ПР» 3, [ДОВ. ИНТЕРВАЛ ДА =], ДА, «ПР» 3, [ДВ =], ДВ, «СТР», [М.Н.К. TKL =], TKL, «ПР» 2, [S(TKL) =], S3, «ПР» 2, [ДОВ.ИНТ. TKL =], ДТЛ «ГДЕ»

Исходные данные  
 N = 13; KC = 1.33; LC = 180.2; L[13] = .05, .1, .19, .25, .31, .35, .4, .46, .5, .53, .57, .64, .68; T[13] = 18, 36, 54, 72, 90, 108, 126, 144, 162, 180, 198, 216, 234 «КОН»

Таблица 1. Международная система единиц (СИ)

| Величина                      |                                     |                 | Единица                      |             | Внесистемные единицы, соотношение                                          |
|-------------------------------|-------------------------------------|-----------------|------------------------------|-------------|----------------------------------------------------------------------------|
| наименование                  | обозначение                         | размерность     | наименование                 | обозначение |                                                                            |
| 1                             | 2                                   | 3               | 4                            | 5           | 6                                                                          |
| <i>Основные единицы</i>       |                                     |                 |                              |             |                                                                            |
| Длина                         | $l$                                 | $L$             | метр                         |             | м                                                                          |
| Масса                         | $m$                                 | $M$             | килограмм                    |             | кг                                                                         |
| Время                         | $t$                                 | $T$             | секунда                      |             | с                                                                          |
| Сила тока                     | $I$                                 | $I$             | ампер                        |             | А                                                                          |
| Температура                   | $T$                                 | $\Theta$        | кельвин                      |             | К                                                                          |
| Сила света                    | $I$                                 | $J$             | кандела                      |             | кд                                                                         |
| Количество вещества           | $\nu, n$                            | $N$             | моль                         |             | моль                                                                       |
| <i>Дополнительные единицы</i> |                                     |                 |                              |             |                                                                            |
| Плоский угол                  | $\alpha, \beta, \gamma, \nu, \psi,$ | —               | радиан                       |             | рад                                                                        |
| Телесный угол                 | $\omega, \Omega$                    | —               | стерадиан                    |             | ср                                                                         |
| <i>Производные единицы</i>    |                                     |                 |                              |             |                                                                            |
| Скорость                      | $u, v, c$                           | $LT^{-1}$       | метр в секунду               |             | м/с<br>1 км/ч = 0,278 м/с<br>1 узел = 0,514 м/с                            |
| Ускорение                     | $a$                                 | $LT^{-2}$       | метр на секунду в квадрате   |             | м/с <sup>2</sup>                                                           |
| Угловая скорость              | $\omega$                            | $T^{-1}$        | радиан в секунду             |             | рад/с                                                                      |
| Угловое ускорение             | $\varepsilon$                       | $T^{-2}$        | радиан на секунду в квадрате |             | рад/с <sup>2</sup>                                                         |
| Площадь                       | $S$                                 | $L^2$           | квадратный метр              |             | м <sup>2</sup>                                                             |
| Объем                         | $V$                                 | $L^3$           | кубический метр              |             | м <sup>3</sup>                                                             |
| Плотность                     | $\rho$                              | $L^{-3}M$       | килограмм на кубический метр |             | кг/м <sup>3</sup>                                                          |
| Сила                          | $F$                                 | $LMT^{-2}$      | ньютон                       |             | Н                                                                          |
| Момент силы                   | $M$                                 | $L^2MT^{-2}$    | ньютон-метр                  |             | Н · м                                                                      |
| Момент инерции                | $J$                                 | $L^2M$          | килограмм-метр в квадрате    |             | кг · м <sup>2</sup>                                                        |
| Давление                      | $p$                                 | $L^{-1}MT^{-2}$ | паскаль                      |             | Па<br>1 атм = 1,013 · 10 <sup>5</sup> Па<br>1 мм рт. ст. =<br>= 133,322 Па |

| Величина                             |             | Единица                       |                             |                   | Внесистемные единицы, соотношение                   |
|--------------------------------------|-------------|-------------------------------|-----------------------------|-------------------|-----------------------------------------------------|
| наименование                         | обозначение | размерность                   | наименование                | обозначение       |                                                     |
| 1                                    | 2           | 3                             | 4                           | 5                 | 6                                                   |
| Работа, энергия                      | $A, W, E$   | $L^2MT^{-2}$                  | джоуль                      | Дж                | 1 кДж = $10^3$ Дж<br>1 кал = 4,187 Дж               |
| Мощность                             | $N, P$      | $L^2MT^{-3}$                  | ватт                        | Вт                | 1 эВ = $1,6 \cdot 10^{-19}$ Дж<br>1 кВт = $10^3$ Вт |
| Динамическая вязкость                | $\eta$      | $L^{-1}MT^{-1}$               | паскаль-секунда             | Па · с            | 1 л.с. = 735,499 Вт                                 |
| Кинематическая вязкость              | $\nu$       | $M^2T^{-1}$                   | квадратный метр на секунду  | м <sup>2</sup> /с | 1 П* = 0,1 Па · с                                   |
| Коэффициент поверхностного натяжения | $\alpha$    | $MT^{-2}$                     | ньютон на метр              | Н/м               | 1 Ст** = $10^{-4}$ м <sup>2</sup> /с                |
| Теплоемкость системы                 | $C$         | $L^2MT^{-2}\Theta^{-1}$       | джоуль на кельвин           | Дж/К              | 1 кал/К = 4,187 Дж/К                                |
| Удельная теплоемкость                | $c$         | $L^2T^{-2}\Theta^{-1}$        | джоуль на килограмм-кельвин | Дж/(кг · К)       | 1 кал/(г · К) = 4,187 · 10 <sup>3</sup> Дж/(кг · К) |
| Молярная теплоемкость                | $c_m$       | $L^2MT^{-2}\Theta^{-1}N^{-1}$ | джоуль на моль-кельвин      | Дж/(моль · К)     |                                                     |
| Теплота сгорания топлива             | $q$         | $L^2T^{-2}$                   | джоуль на килограмм         | Дж/кг             |                                                     |
| Коэффициент теплопроводности         | $\lambda$   | $LMT^{-3}\Theta^{-1}$         | ватт на метр-кельвин        | Вт/(м · К)        | 1 кал/г = 4,187 · 10 <sup>3</sup> Дж/кг             |
| Энтропия системы                     | $S$         | $L^2MT^{-2}\Theta^{-1}$       | джоуль на кельвин           | Дж/К              |                                                     |
| Количество электричества             | $Q$         | $TI$                          | кулон                       | Кл                |                                                     |
| Электрический потенциал              | $\Phi$      | $L^2MT^{-3}I^{-1}$            | вольт                       | В                 |                                                     |
| Электрическое напряжение             | $U$         | $L^2MT^{-3}I^{-1}$            | вольт                       | В                 | 1 кВ = $10^3$ В                                     |
| Напряженность электрического поля    | $E$         | $LMT^{-3}I^{-1}$              | вольт на метр               | В/м               |                                                     |
| Электрическая емкость                | $C$         | $L^{-2}M^{-1}T^4I^2$          | фарад                       | Ф                 | 1 мкФ = $10^{-6}$ Ф<br>1 пФ = $10^{-12}$ Ф          |
| Электрическое сопротивление          | $r$         | $L^2MT^{-3}I^{-2}$            | ом                          | Ом                | 1 кОм = $10^3$ Ом<br>1 МОм = $10^6$ Ом              |

| Величина                                       |             | Единица              |                                | Внесистемные единицы, соотношение |                                                                               |
|------------------------------------------------|-------------|----------------------|--------------------------------|-----------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------|
| наименование                                   | обозначение | размерность          | наименование                   | обозначение                       |                                                                               |
| 1                                              | 2           | 3                    | 4                              | 5                                 | 6                                                                             |
| Удельное сопротивление                         | $\rho$      | $L^3MT^{-3}I^{-2}$   | ом-метр                        | Ом · м                            | $1 \text{ Ом} \cdot \text{мм}^2/\text{м} = 10^{-6} \text{ Ом} \cdot \text{м}$ |
| Электрическая проводимость                     | $g$         | $L^{-2}M^{-1}T^3I^2$ | сименс                         | См                                |                                                                               |
| Удельная электрическая проводимость            | $\sigma$    | $L^{-3}M^{-1}T^3I^2$ | сименс на метр                 | См/м                              |                                                                               |
| Плотность тока                                 | $\delta$    | $L^{-2}I$            | ампер на квадратный метр       | $A/m^2$                           |                                                                               |
| Магнитный поток                                | $\Phi$      | $L^2MT^{-2}I^{-1}$   | вебер                          | Вб                                |                                                                               |
| Магнитная индукция                             | $B$         | $MT^{-2}I^{-1}$      | тесла                          | Т                                 |                                                                               |
| Индуктивность, взаимная индуктивность          | $L$         | $L^2MT^{-2}I^{-2}$   | генри                          | Г                                 |                                                                               |
| Напряженность магнитного поля                  | $H$         | $L^{-1}I$            | ампер на метр                  | $A/m$                             |                                                                               |
| Магнитный момент электрического тока           | $p_m$       | $L^2I$               | ампер-квадратный метр          | $A \cdot m^2$                     |                                                                               |
| Намагниченность (интенсивность намагничивания) | $J$         | $L^{-1}I$            | ампер на метр                  | $A/m$                             |                                                                               |
| Период колебаний                               | $T$         | $T$                  | секунда                        | с                                 | $1 \text{ кГц} = 10^3 \text{ Гц}$                                             |
| Частота колебаний                              | $\nu, f$    | $T^{-1}$             | герц                           | Гц                                | $1 \text{ МГц} = 10^6 \text{ Гц}$                                             |
| Фаза колебаний                                 | $\varphi$   | —                    | радиан                         | рад                               |                                                                               |
| Круговая (циклическая) частота                 | $\omega$    | $T^{-1}$             | секунда в минус первой степени | $c^{-1}$                          |                                                                               |
| Световой поток                                 | $\Phi$      | $J$                  | люмен                          | лм                                |                                                                               |
| Световая энергия                               | $Q$         | $TJ$                 | люмен-секунда                  | лм · с                            |                                                                               |
| Светимость                                     | $R$         | $L^{-2}J$            | люмен на квадратный метр       | $лм/м^2$                          |                                                                               |
| Яркость                                        | $B_\varphi$ | $L^{-2}J$            | кандела на квадратный метр     | $кд/м^2$                          |                                                                               |
| Освещенность                                   | $E$         | $L^{-2}J$            | люкс                           | лк                                | $1 \text{ фот} = 10^4 \text{ лк}$                                             |

\* 1) — пауза; \*\* Ст — сток

**Таблица 2. Некоторые физические постоянные**

| Наименование                                                                                   | Обозначение и числовое значение                                                                            |
|------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Гравитационная постоянная                                                                      | $G=(6,6720 \pm 0,0041) \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{кг}^{-2}$                     |
| Абсолютный нуль температур                                                                     | $OK=-273,15^\circ\text{C}$                                                                                 |
| Молярный объем идеального газа ( $T_0=273,15 \text{ К}$ ; $p_0=1,013 \times 10^5 \text{ Па}$ ) | $V_m=(22,41383 \pm 0,00070) \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 \cdot \text{моль}^{-1}$                              |
| Молярная газовая постоянная                                                                    | $R=(8,31441 \pm 0,00026) \text{ Дж} \cdot \text{моль}^{-1} \cdot \text{К}^{-1}$                            |
| Постоянная Авогадро                                                                            | $N_A=(6,022045 \pm 0,000031) \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$                                              |
| Постоянная Больцмана                                                                           | $k=R/N_A=(1,380662 \pm 0,000044) \cdot 10^{-23} \text{ Дж} \times \text{К}^{-1}$                           |
| Масса покоя электрона                                                                          | $m_e=(9,109534 \pm 0,000047) \cdot 10^{-31} \text{ кг}$                                                    |
| Масса покоя протона                                                                            | $m_p=(1,6726485 \pm 0,0000086) \cdot 10^{-27} \text{ кг}$                                                  |
| Масса покоя нейтрона                                                                           | $m_n=(1,6749543 \pm 0,0000086) \cdot 10^{-27} \text{ кг}$                                                  |
| Заряд электрона                                                                                | $e=(1,6021892 \pm 0,0000046) \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$                                                    |
| Отношение заряда электрона к его массе                                                         | $e/m_e=(1,7588047 \pm 0,0000049) \cdot 10^{11} \text{ Кл} \cdot \text{кг}^{-1}$                            |
| Постоянная Фарадея                                                                             | $F=(9,648456 \pm 0,000027) \cdot 10^4 \text{ Кл} \cdot \text{моль}^{-1}$                                   |
| Электрическая постоянная                                                                       | $\epsilon_0=8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф} \cdot \text{м}^{-1}$                                             |
| Магнитная постоянная                                                                           | $\mu_0=4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Г} \cdot \text{м}^{-1}=12,57 \cdot 10^{-7} \text{ Г} \cdot \text{м}^{-1}$ |
| Постоянная Планка                                                                              | $h=(6,626176 \pm 0,000036) \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$                                       |
| Постоянная Стефана — Больцмана                                                                 | $\sigma=(5,67032 \pm 0,00071) \cdot 10^{-8} \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2} \cdot \text{К}^{-4}$            |
| Постоянная закона смещения Вина                                                                | $\lambda_{\text{макс}} T=(2,897800 \pm 0,000030) \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}$                   |
| Радиус Бора                                                                                    | $a_0=(5,2917706 \pm 0,0000044) \cdot 10^{-11} \text{ м}$                                                   |
| Постоянная Ридберга для бесконечной массы                                                      | $R_\infty=(1,097373177 \pm 0,000000083) \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$                                         |
| Скорость света в вакууме                                                                       | $c=(2,997924580 \pm 0,000000012) \cdot 10^8 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$                                 |

**Таблица 3. Некоторые астрономические величины**

| Наименование                                        | Числовое значение                |
|-----------------------------------------------------|----------------------------------|
| Средний радиус Земли                                | $6,37 \cdot 10^6 \text{ м}$      |
| Масса Земли                                         | $5,98 \cdot 10^{24} \text{ кг}$  |
| Средняя плотность Земли                             | $5,50 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ |
| Радиус Солнца                                       | $6,95 \cdot 10^8 \text{ м}$      |
| Масса Солнца                                        | $1,98 \cdot 10^{30} \text{ кг}$  |
| Радиус Луны                                         | $1,74 \cdot 10^6 \text{ м}$      |
| Масса Луны                                          | $7,33 \cdot 10^{22} \text{ кг}$  |
| Среднее расстояние от центра Земли до центра Солнца | $1,49 \cdot 10^{11} \text{ м}$   |
| Среднее расстояние от центра Земли до центра Луны   | $3,84 \cdot 10^8 \text{ м}$      |
| Период обращения Луны вокруг Земли                  | $2,36 \cdot 10^6 \text{ с}$      |

**Таблица 4.** Ускорение силы тяжести для различных широт на уровне моря

| Широта, град | $g$ , м/с <sup>2</sup> | Широта, град | $g$ , м/с <sup>2</sup> |
|--------------|------------------------|--------------|------------------------|
| 0 (экватор)  | 9,78030                | 50           | 9,81066                |
| 10           | 9,78186                | 55 (Москва)  | 9,81504                |
| 20           | 9,78634                | 60           | 9,81914                |
| 30           | 9,79321                | 70           | 9,82606                |
| 40           | 9,80166                | 80           | 9,83058                |
| 45 (Одесса)  | 9,80616                | 90 (полюс)   | 9,83216                |

**Таблица 5.** Некоторые постоянные газов

| Газ            | Плотность при нормальных условиях, кг·м <sup>-3</sup> | Термический коэффициент давления, К <sup>-1</sup> | Удельная теплоемкость при постоянном давлении $c_p$ для $T=291$ К, Дж·кг <sup>-1</sup> К <sup>-1</sup> | Отношение теплоемкостей $c_p/c_v$ | Динамическая вязкость при нормальных условиях, Па·с | Критическая температура, К | Температура кипения, К |
|----------------|-------------------------------------------------------|---------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------------------------|----------------------------|------------------------|
| Азот           | 1,250                                                 | $367 \cdot 10^{-5}$                               | 1043                                                                                                   | 1,40                              | $17 \cdot 10^{-6}$                                  | 126,05                     | 77,2                   |
| Водород        | 0,090                                                 | $366 \cdot 10^{-5}$                               | 14278                                                                                                  | 1,41                              | $8 \cdot 10^{-6}$                                   | 33,25                      | 20,3                   |
| Воздух сухой*  | 1,293                                                 | $367 \cdot 10^{-5}$                               | 1010                                                                                                   | 1,40                              | $17 \cdot 10^{-6}$                                  | 132,45                     | 80,0                   |
| Кислород       | 1,429                                                 | $367 \cdot 10^{-5}$                               | 913                                                                                                    | 1,40                              | $19 \cdot 10^{-6}$                                  | 154,35                     | 90,0                   |
| Окись азота    | 1,340                                                 | —                                                 | 1013                                                                                                   | 1,38                              | $17 \cdot 10^{-6}$                                  | 180,25                     | 123,2                  |
| Окись углерода | 1,250                                                 | $367 \cdot 10^{-5}$                               | 1047                                                                                                   | 1,40                              | $17 \cdot 10^{-6}$                                  | 132,91                     | 83,0                   |
| Углекислый газ | 1,977                                                 | $373 \cdot 10^{-5}$                               | 846                                                                                                    | 1,30                              | $14 \cdot 10^{-6}$                                  | 304,19                     | 194,5                  |

\* Состав воздуха по объему: 78,03% N<sub>2</sub>; 20,99% O<sub>2</sub>; 0,933% Ar; 0,03% CO<sub>2</sub>; 0,01% H<sub>2</sub>; 0,0018% Ne и др.

**Таблица 6.** Некоторые постоянные жидкостей

| Вещество         | Плотность при 293 К, 10 <sup>-3</sup> кг/м <sup>3</sup> | Удельная теплоемкость, Дж/(кг·К) | Коэффициент теплопроводности, 10 <sup>2</sup> Вт/(м·К) | Температура плавления, К | Удельная теплота плавления 10 <sup>-4</sup> Дж/К | Температура кипения, К | Теплота парообразования при $T_{кип}$ , 10 <sup>-3</sup> Дж/кг | Коэффициент вязкости при 293 К, Па·с | Коэффициент поверхностного натяжения при 293 К, 10 <sup>-3</sup> Н/м |
|------------------|---------------------------------------------------------|----------------------------------|--------------------------------------------------------|--------------------------|--------------------------------------------------|------------------------|----------------------------------------------------------------|--------------------------------------|----------------------------------------------------------------------|
| Вода             | 0,998                                                   | 4187                             | 60                                                     | 273                      | 33,4                                             | 373                    | 22,6                                                           | $1,00 \cdot 10^{-3}$                 | 73                                                                   |
| Глицерин         | 1,264                                                   | 2430                             | 29                                                     | 253                      | 17,6                                             | 563                    | —                                                              | 1,39                                 | 66                                                                   |
| Ртуть            | 13,546                                                  | 138                              | 908                                                    | 234                      | 1,2                                              | 630                    | 2,7                                                            | $1,55 \cdot 10^{-3}$                 | 500                                                                  |
| Спирт этиловый   | 0,789                                                   | 2430                             | 17                                                     | 159                      | —                                                | 352                    | 8,5                                                            | $1,20 \cdot 10^{-3}$                 | 22                                                                   |
| Касторовое масло | 0,970                                                   |                                  |                                                        |                          |                                                  |                        |                                                                | 0,95                                 | 33                                                                   |

Таблица 7. Скорости звука в различных средах

| Газы и жидкости |                |                     | Твердые тела (продольные волны) |                |               |
|-----------------|----------------|---------------------|---------------------------------|----------------|---------------|
| вещество        | температура, К | скорость звука, м/с | вещество                        | температура, К | скорость, м/с |
| Воздух (сухой)  | 273            | 331                 | Алюминий                        | 298            | 6400          |
| Азот            | 273            | 334                 | Железо                          | 298            | 5930          |
| Вода            | 298            | 1497                | Латунь                          | 298            | 4280—4700     |
| Вода тяжелая    | 298            | 1399                | Медь                            | 298            | 4720          |

Таблица 8. Физические свойства некоторых твердых тел

| Вещество   | $\rho \cdot 10^{-3}$ ,<br>кг/м <sup>3</sup> | $E \cdot 10^{-10}$ ,<br>Па | $G \cdot 10^{-10}$ ,<br>Па | $c$ ,<br>Дж/(кг·К) | $\lambda$ ,<br>Вт/(м·К) | $T_{пл}$ , К | $\alpha \cdot 10^6$ , К <sup>-1</sup> | $\rho^* \cdot 10^8$ ,<br>Ом·м      | $\alpha^* \cdot 10^8$ ,<br>К <sup>-1</sup> | $A \cdot 10^{19}$ ,<br>Дж |
|------------|---------------------------------------------|----------------------------|----------------------------|--------------------|-------------------------|--------------|---------------------------------------|------------------------------------|--------------------------------------------|---------------------------|
| Алюминий   | 2,7                                         | 7,0                        | 2,6                        | 895                | 200                     | 933          | 24,0                                  | 2,90                               | 4,2                                        | 6,7                       |
| Бронза     | 8,7—8,9                                     | 8,1                        | 3,0                        | 377                | 58                      | —            | 17,0                                  | —                                  | —0,5                                       | —                         |
| Железо     | 7,9                                         | 22,0                       | 8,2                        | 500                | 76                      | 1803         | 12,1                                  | 9,71                               | 6,5                                        | 7,6                       |
| Кадмий     | 8,6                                         | 5,0                        | 1,9                        | 263                | 92                      | 594          | 28,8                                  | 7,40                               | 4,3                                        | —                         |
| Кобальт    | 8,9                                         | —                          | —                          | 431                | —                       | 1765         | 12,4                                  | 9,00                               | 6,0                                        | —                         |
| Константан | 8,8                                         | 16,3                       | 6,1                        | 419                | 23                      | —            | 15,2                                  | 50,00                              | 0,002                                      | —                         |
| Латунь     | 8,4                                         | 9,0                        | 3,0                        | 390                | 110                     | 1173         | 19,0                                  | 7,10                               | 1,7                                        | —                         |
| Медь       | 8,9                                         | 12,0                       | 4,5                        | 395                | 380                     | 1356         | 16,7                                  | 1,67                               | 4,3                                        | 6,8                       |
| Никель     | 8,9                                         | 20,2                       | 7,7                        | 460                | 58                      | 1726         | 12,8                                  | 6,84                               | 6,0                                        | 8,0                       |
| Олово      | 7,3                                         | 5,3                        | 2,0                        | 230                | 66                      | 505          | 23,0                                  | 11,30                              | 4,2                                        | 7,0                       |
| Платина    | 21,4                                        | 17,0                       | 6,1                        | 120                | 69                      | 2042         | 9,1                                   | 10,70                              | 3,9                                        | 10,1                      |
| Свинец     | 11,3                                        | 1,6                        | 0,6                        | 125                | 35                      | 600          | 29,0                                  | 21,00                              | 4,2                                        | —                         |
| Серебро    | 10,5                                        | 7,7                        | 2,8                        | 235                | 420                     | 1233         | 19,7                                  | 1,60                               | 4,0                                        | 7,1                       |
| Сталь      | 7,7                                         | 22,0                       | 8,1                        | 470                | 46                      | —            | 10,6                                  | —                                  | —                                          | —                         |
| Эбонит     | 1,2                                         | —                          | —                          | 1680               | 0,17                    | —            | 84,0                                  | 10 <sup>21</sup> —10 <sup>22</sup> | —                                          | —                         |

$\rho$  — плотность;  $E$  — модуль Юнга;  $G$  — модуль сдвига;  $c$  — удельная теплоемкость;  $\lambda$  — коэффициент теплопроводности;  $T_{пл}$  — температура плавления;  $\alpha$  — температурный коэффициент линейного расширения;  $\rho^*$  — удельное сопротивление;  $\alpha^*$  — температурный коэффициент сопротивления;  $A$  — работа выхода электронов из металлов.

Таблица 9. Постоянные некоторых полупроводников

| Полупроводник   | $10^{-3} \rho$ , кг/м <sup>3</sup> | $E_0$ , эВ |
|-----------------|------------------------------------|------------|
| Алмаз           | 3,51                               | 5,40       |
| Фосфор (черный) | 2,69                               | 0,33       |
| Селен           | 4,80                               | 2,85       |
| Кремний         | 2,33                               | 1,15       |
| Германий        | 5,32                               | 0,74       |

$\rho$  — плотность;  $E_0$  — энергия активации



Таблица 10. Э. д. с. термопары железо — константан

| Т, К         | 373 | 473 | 573 | 673 | 773 | 873 | 973 | 1073 |
|--------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|------|
| Э. д. с., мВ | 5   | 11  | 16  | 22  | 27  | 33  | 39  | 45   |

Таблица 11. Точки Кюри

| Вещество                                | Точка Кюри, К |              |
|-----------------------------------------|---------------|--------------|
| <i>Сегнетоэлектрики</i>                 |               |              |
| Метатитанат бария                       | 373,0         |              |
| Сегнетова соль                          | Верхняя 295,5 | Нижняя 258,0 |
| <i>Ферромагнетики</i>                   |               |              |
| Железо                                  | 1043          |              |
| Железо кремнистое (4,3% Si)             | 963           |              |
| Кобальт                                 | 1403          |              |
| Никель                                  | 631           |              |
| Пермаллой (22% Fe, 78% Ni)              | 823           |              |
| Магнетит Fe <sub>3</sub> O <sub>4</sub> | 845           |              |

Таблица 12. Свойства ферромагнитных материалов

| Материалы магнитомягкие | Состав, %<br>остальное —<br>железо и<br>примеси | Начальная<br>магнитная<br>проница-<br>емость | Макси-<br>мальная<br>магнитная<br>прони-<br>цаемость | Коэр-<br>цитив-<br>ная си-<br>ла, А/м | Индук-<br>ция на-<br>сыще-<br>ния, Т |
|-------------------------|-------------------------------------------------|----------------------------------------------|------------------------------------------------------|---------------------------------------|--------------------------------------|
| Железо чистое           | 0,05 (примеси)                                  | 10 000                                       | 200 000                                              | 4                                     | 2,15                                 |
| Железо техниче-<br>ское | 0,2 (примеси)                                   | 150                                          | 5 000                                                | 80                                    | 2,15                                 |
| Кремнистое железо       | 3 Si                                            | 1 500                                        | 40 000                                               | 8                                     | 2,00                                 |
| Сталь мягкая            | 0,2 C                                           | 120                                          | 2 000                                                | 140                                   | 2,12                                 |
| Пермаллой               | 78,5 Ni                                         | 8 000                                        | 100 000                                              | 4                                     | 1,08                                 |
| Кобальт                 | 99 Co                                           | 70                                           | 250                                                  | 800                                   | 1,79                                 |
| Никель                  | 99 Ni                                           | 110                                          | 600                                                  | 56                                    | 0,61                                 |
| Феррит НЦ-1000          | Ni — Zn (феррит)                                | 1 000                                        | 2 000                                                | 8                                     | 0,25                                 |

| Материалы магнитожесткие | Состав, %, остальное —<br>железо | Коэрци-<br>тивная<br>сила, А/м | Остаточ-<br>ная индук-<br>ция, Т |
|--------------------------|----------------------------------|--------------------------------|----------------------------------|
| Сталь углеродистая       | 0,9 C; 1 Mn                      | 4 000                          | 1,0                              |
| Сталь вольфрамовая       | 0,4 C; 6 W                       | 5 200                          | 1,05                             |
| Сталь кобальтовая        | 1,0 C; 3 Co; 4 Cr; 0,4 Mn        | 6 400                          | 1,0                              |
| Альнико                  | 19 Ni; 10 Al; 18 Co; 3 Cu        | 52 000                         | 0,9                              |
| Магнито                  | 13,5 Ni; 9 Al; 24 Co; 3 Cu       | 40 000                         | 1,23                             |
| Платина — железо         | 78 Pt                            | 120 000                        | 0,6                              |
| Платина — кобальт        | 77 Pt, 23 Co                     | 320 000                        | 0,5                              |

Таблица 13. Характеристики оптических стекол

| Название            | Обозначение | $n_D$  | $n_F - n_C$ | $n_F - n_D$ | $\nu$ |
|---------------------|-------------|--------|-------------|-------------|-------|
| Боросиликатный крон | C-20        | 1,5100 | 0,00805     | 0,00565     | 63,4  |
| Флинт               | C-3         | 1,6242 | 0,01738     | 0,01242     | 35,9  |

$n_F$  — показатель преломления для линии  $\lambda_F = 486,1$  нм (голубая линия F водорода),  $n_D$  — показатель преломления для линии  $\lambda_D = 589,3$  нм (среднее значение для длины волны желтого дублета натрия),  $n_C$  — показатель преломления для линии  $\lambda_C = 656,3$  нм (красная линия C водорода),  $\nu = (n_D - 1)/(n_F - n_C)$  — коэффициент дисперсии среды.

Таблица 14. Абсолютные показатели преломления воды (при 293 К) для различных длин волн

| $\lambda$ , нм | $n$    | $\lambda$ , нм | $n$    |
|----------------|--------|----------------|--------|
| 434,1          | 1,3403 | 589,3          | 1,3330 |
| 486,1          | 1,3371 | 656,2          | 1,3311 |
| 546,0          | 1,3345 | 768,2          | 1,3289 |

Таблица 15. Показатели преломления для некоторых жидкостей для спектральной линии D ( $\lambda_D = 589,3$  нм)

| Жидкость        | $T$ , К | $n_D$   |
|-----------------|---------|---------|
| Анилин          | 293,0   | 1,58630 |
| Ацетон          | 292,4   | 1,35886 |
| Глицерин        | 293,0   | 1,47300 |
| Метиловый спирт | 287,5   | 1,33118 |
| Этиловый спирт  | 291,2   | 1,36242 |

Таблица 16. Длины волн линий неона

| Положение и цвет линии                          | $\lambda$ , нм | Относительная яркость |
|-------------------------------------------------|----------------|-----------------------|
| 1. Ярко-красная                                 | 640,2          | 10                    |
| 2. Красно-оранжевая левая из двух близких       | 614,3          | 10                    |
| 3. Оранжевая, первая заметная влево от 4-й      | 594,5          | 5                     |
| 4. Желтая                                       | 585,2          | 20                    |
| 5. Светло-зеленая первая заметная вправо от 4-й | 576,0          | 4                     |
| 6. Зеленая левая из двух одинаковых линий       | 540,0          | 6                     |
| 7. Зеленая правая из двух одинаковых линий      | 533,0          | 8                     |
| 8. Зеленая правая из пяти равноудаленных линий  | 503,1          | 5                     |
| 9. Сине-зеленая одинокая                        | 484,9          | 8                     |

Таблица 17. Длины волн линий гелия

| Цвет           | $\lambda$ , нм | Интенсивность | Примечание                              |
|----------------|----------------|---------------|-----------------------------------------|
| 1. Красная     | 728,1          | 3 <i>P</i>    | Буква <i>P</i> означает линию парагелий |
| 2. Красная     | 706,5          | 5 <i>O</i>    | Буква <i>O</i> — ортогелий              |
| 3. Красная     | 667,8          | 6 <i>P</i>    |                                         |
| 4. Желтая      | 587,6          | 10 <i>O</i>   | С течением времени                      |
| 5. Зеленая     | 501,6          | 10 <i>P</i>   | электроды поглощают                     |
| 6. Зеленая     | 492,2          | 4 <i>P</i>    | гелий и давление в                      |
| 7. Голубая     | 471,3          | 3 <i>O</i>    | трубке понижается,                      |
| 8. Синяя       | 447,1          | 6 <i>O</i>    | вследствие чего проис-                  |
| 9. Синяя       | 438,8          | 3 <i>P</i>    | ходит усиление линий                    |
| 10. Фиолетовая | 412,1          | 3 <i>O</i>    | парагелия                               |
| 11. Фиолетовая | 402,6          | 5 <i>O</i>    |                                         |

Таблица 18. Длины волн спектральных линий, наиболее характерных для некоторых элементов в видимой части спектра

| Элемент | $\lambda$ , нм | Элемент | $\lambda$ , нм | Элемент | $\lambda$ , нм |
|---------|----------------|---------|----------------|---------|----------------|
| H       | 397,0          | Hg      | 404,7          | Na      | 466,9          |
|         | 410,2          |         | 434,7          |         | 498,3          |
|         | 434,0          |         | 435,8          |         | 514,9          |
|         | 486,1          |         | 439,9          |         | 515,4          |
|         | 656,3          |         | 448,7          |         | 568,8          |
|         |                |         | 482,6          |         | 589,0          |
|         |                |         | 546,1          |         | 589,6          |
|         |                |         | 576,9          |         | 615,4          |
|         |                |         | 579,1          |         | 616,1          |
|         |                |         | 610,0          |         |                |
|         |                |         | 730,2          |         |                |

Таблица 19. Коэффициенты Стьюдента  $t_\alpha$ 

| Надеж-<br>ность $\alpha$    |      |      |     |     |     |      |      |       |
|-----------------------------|------|------|-----|-----|-----|------|------|-------|
| Число<br>измере-<br>ний $n$ | 0,5  | 0,6  | 0,7 | 0,8 | 0,9 | 0,95 | 0,98 | 0,999 |
| 2                           | 1,00 | 1,38 | 2,0 | 3,1 | 6,3 | 12,7 | 31,8 | 636,6 |
| 3                           | 0,82 | 1,06 | 1,3 | 1,9 | 2,9 | 4,3  | 7,0  | 31,6  |
| 4                           | 0,77 | 0,98 | 1,3 | 1,6 | 2,4 | 3,2  | 4,5  | 12,9  |
| 5                           | 0,74 | 0,94 | 1,2 | 1,5 | 2,1 | 2,8  | 3,7  | 8,6   |
| 6                           | 0,73 | 0,92 | 1,2 | 1,5 | 2,0 | 2,6  | 3,4  | 6,9   |
| 7                           | 0,72 | 0,90 | 1,1 | 1,4 | 1,9 | 2,4  | 3,1  | 6,0   |
| 8                           | 0,71 | 0,90 | 1,1 | 1,4 | 1,9 | 2,4  | 3,0  | 5,4   |
| 9                           | 0,71 | 0,90 | 1,1 | 1,4 | 1,9 | 2,3  | 2,9  | 5,0   |
| 10                          | 0,70 | 0,88 | 1,1 | 1,4 | 1,8 | 2,3  | 2,8  | 4,8   |
| 15                          | 0,69 | 0,87 | 1,1 | 1,3 | 1,8 | 2,1  | 2,6  | 4,1   |
| 20                          | 0,69 | 0,86 | 1,1 | 1,3 | 1,7 | 2,1  | 2,5  | 3,9   |
| 40                          | 0,68 | 0,85 | 1,1 | 1,2 | 1,7 | 2,0  | 2,4  | 3,6   |
| 60                          | 0,68 | 0,85 | 1,0 | 1,3 | 1,7 | 2,0  | 2,4  | 3,5   |
| 120                         | 0,68 | 0,85 | 1,0 | 1,3 | 1,7 | 2,0  | 2,4  | 3,4   |
| $\infty$                    | 0,67 | 0,84 | 1,0 | 1,3 | 1,6 | 2,0  | 2,3  | 3,3   |

# ЛИТЕРАТУРА

1. Андроникашвили Э. Л. и др. Лабораторные работы по физике. М., 1961.
2. Андронов А. А., Витт А. А., Хайкин С. Э. Теория колебаний. М., 1959.
3. Антонов И. А. и др. Практикум по ядерной физике. М., 1972.
4. Ахматов А. С. Молекулярная физика граничного трения. М., 1963.
5. Горелик Г. С. Колебания и волны. М., 1954.
6. Дитман А. И. и др. Лекционные демонстрации и лабораторные работы. — Сб. трудов ЛИВТ, Л., 1962.
7. Зисман Т. А., Тодес О. М. Курс общей физики, т. 1. М., 1969.
8. Зоммерфельд А. Оптика. М., 1953.
9. Кабардин О. Ф. Практикум по ядерной физике. М., 1965.
10. Калитеевский Н. И. Волновая оптика. Л., 1971.
11. Калашников С. Г. Электричество. М., 1970.
12. Кассандрова О. Н., Лебедев В. В. Обработка результатов наблюдений. М., 1970.
13. Кикоин И. К., Кикоин А. К. Молекулярная физика. М., 1963.
14. Кортнев А. В., Рублев Ю. В., Куценко А. Н. Практикум по физике. М., 1965.
15. Ландсберг Г. С. Оптика. М., 1976.
16. Мандельштам Л. И. Лекции по теории колебаний. М., 1972.
17. Поль Р. В. Механика, акустика и учение о теплоте. М., 1971.
18. Русанов А. К. и др. Количественное спектральное определение редких и рассеянных элементов. М., 1960.
19. Руководство к лабораторным занятиям по физике/Под ред. Л. Л. Гольдина. М., 1973.
20. Рязанов Г. А. Опыты и моделирование при изучении электромагнитного поля. М., 1966.
21. Рязанов Г. А. Электрическое моделирование с применением вихревых полей. М., 1969.
22. Савельев И. В. Курс общей физики, т. 1, 2, 3. М., 1973.
23. Сагитов М. У. Постоянная тяготения и масса Земли. М., 1969.
24. Специальный физический практикум, т. 1, 2/Под ред. проф. Г. В. Спивака. М., 1960.
25. Стрелков С. П. Механика. М., 1965.
26. Тишкин П. А. Экспериментальные методы ядерной физики, ч. 1. М., 1970.
27. Упругость и неупругость металлов. — Сб. статей. М., 1954.
28. Фейнмановские лекции по физике, т. 4. М., 1965.
29. Физический практикум/Под ред. В. И. Ивероновой. М., 1967.
30. Фриш С. Э., Тиморева А. В. Курс общей физики, т. 1. М., 1962.
31. Хайкин С. Э. Физические основы механики. М., 1963.
32. Чуриновский В. Н. Теория оптических приборов. Л., 1966.
33. Широков Ю. М., Юдин Н. П. Ядерная физика. М., 1972.
34. Шпольский Э. В. Атомная физика, т. I, II. М., 1963.
35. Штрауф Е. А. Курс физики, т. 1. М., 1961.